

УНИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ЦИФРОВОГО ПИД РЕГУЛИРОВАНИЯ

Захарова О.В.

Приокский государственный университет, Орёл, e-mail: cvaig@mail.ru

В статье предложена идея унификации алгоритмов цифрового пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) регулирования (управления) на основе дискретных математических моделей формирования управляющих воздействий, обеспечивающая не только построение унифицированной структуры, но и сокращение времени сравнения алгоритмов, подбора подходящего алгоритма и настроечных параметров регулятора для достижения подходящих динамических характеристик контуров регулирования. Приведены алгоритмы формирования управляющих воздействий в цифровом ПИД регуляторе на основе дискретных математических моделей ПИД регулирования с раскрытием интеграла в континуальной модели управления по формулам «прямоугольников», «трапеций» и Симпсона. Предложен программный инструментарий моделирования процессов цифрового регулирования на базе разработанного унифицированного алгоритма формирования управляющих воздействий в ПИД регуляторе, отличающийся организацией переменной структуры процессов регулирования и позволяющий осуществлять конструирование новых алгоритмов регулирования и просмотр эпюр процессов регулирования.

Ключевые слова: ПИД регулятор, цифровой регулятор, алгоритм, унификация

UNIFICATION OF ALGORITHMS FOR DIGITAL PID CONTROLLER

Zakharova O.V.

*Educational and Research Institute of Information Technology «Priokskij State University»,
Orel, e-mail: cvaig@mail.ru*

The article suggests the idea of unification algorithms for digital proportional-integral-derivative controller (PID controller) on the basis of discrete mathematical models of forming of control actions. Developed a unified algorithm regulation provides creation of the unified structure of the regulator. Unified algorithm: reduces the time for comparison of algorithms; reduces the time of selection of a suitable algorithm; reduces the time of selecting tuning parameters of the controller. Algorithms of formation of the operating influences in digital PID controller on the basis of mathematical models of regulation with disclosure of integral on formulas of «rectangles», «trapezes» and Simpson are offered. Developed software tools for modeling digital control on the basis of the developed uniform algorithm of formation of control actions in the PID controller. The software tool is characterized by a variable structure organization of processes of regulation. Software tools allows the design of new control algorithms and to view graphs of the processes of regulation.

Keywords: PID controller, digital governor, algorithm, unification

При разработке цифровых систем регулирования модель формирования управляющих воздействий на каждом такте регулирования и настроечные параметры регулятора должны подбираться таким образом, чтобы обеспечить требуемые динамические характеристики системы.

Различные математические модели формирования управляющих воздействий (таблица) [1], реализованные в соответствующих алгоритмах, имеют разное количество вычислительных операций и, соответственно, различное время отработки. Для сокращения времени подбора модели и настроечных параметров регулятора необходима оптимизация с унификацией компонентов алгоритма, на основе которых можно осуществлять конструирование новых алгоритмов регулирования. В работе предложен вариант унификации алгоритмов регулирования.

Объектом исследования являются процессы моделирования цифровых регулято-

ров. Предмет исследования: моделирование цифровых ПИД регуляторов. Цель исследования заключается в унификации алгоритмов для дальнейшего их сравнения и эффективного синтеза алгоритмов цифрового регулирования.

Алгоритмизация дискретных моделей цифрового ПИД регулирования

Изучение дискретных математических моделей цифрового ПИД регулирования (таблица), полученных путем преобразования интеграла и производных в континуальной модели регулирования [1, 4–6]:

$$U(t) = k_{\text{п}} \Delta x(t) + k_{\text{и}} \int_{\tau=0}^{\tau=t} \Delta x(\tau) d\tau + k_{\text{д}} \frac{d\Delta x(t)}{dt},$$

позволило сформулировать соответствующие алгоритмы формирования управляющих воздействий, реализованные в программе оперативной оценки динамики ПИД регулирования (рис. 1) [2]:

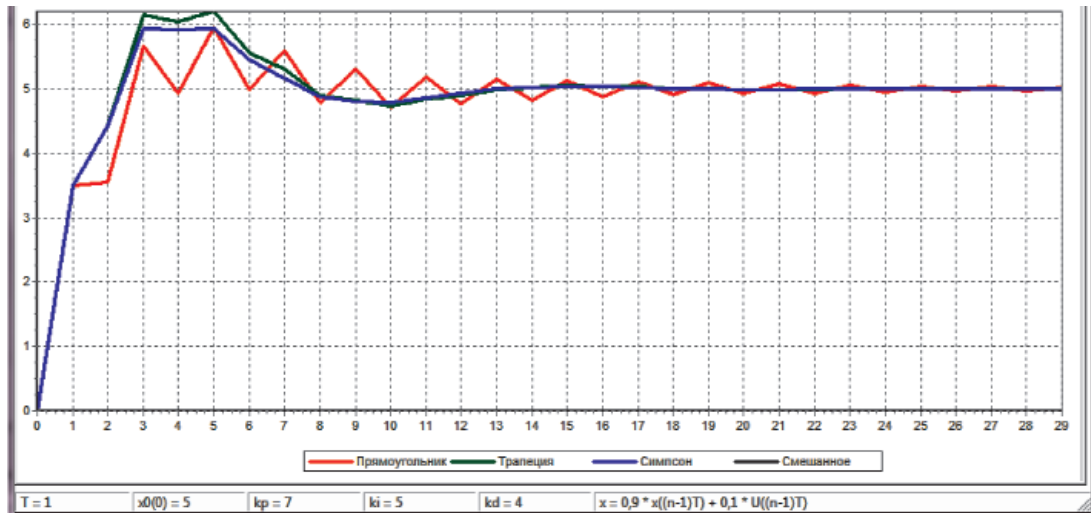


Рис. 1. Программа оперативной оценки динамики ПИД регулирования [2]

Математические модели цифрового ПИД регулирования

№ п/п	Текущий момент времени $= nT$	Математическая модель цифрового ПИД регулирования		
		с раскрытие интеграла по формуле «прямоу- гольников» $U_{np}(t)$	с раскрытие инте- грала по формуле «трапеций» $U_{tp}(t)$	с раскрытием интеграла по формуле Симпсона $U_c(t)$
Вспомогательные коэффициенты				
1		$K_0^{np} = k_{пн} + k_{и}T + \frac{k_{д}}{T}$	$K_0^{tp} = k_{пн} + \frac{k_{и}}{2} \cdot T + \frac{k_{д}}{T}$	$K_0^{четн} = k_{пн} + k_{и} \cdot \frac{T}{3} + k_{д} \frac{1}{T}$ $K_0^{неч} = k_{пн} + \frac{k_{и}}{2} \cdot T + \frac{k_{д}}{T}$
2		$K_{-1}^{np} = -\left(k_{пн} + \frac{2k_{д}}{T}\right)$	$K_{-1}^{tp} = -\left(k_{пн} - \frac{k_{и}}{2} \times T + \frac{2k_{д}}{T}\right)$	$K_{-1}^{неч} = -\left(k_{пн} - \frac{k_{и}}{2} \times T + \frac{2k_{д}}{T}\right)$ $K_{-1}^{четн} = k_{и} \cdot \frac{5T}{6} - k_{пн} - k_{д} \frac{2}{T}$
3		$K_{-2}^{np} = \frac{k_{д}}{T}$	$K_{-2}^{tp} = \frac{k_{д}}{T}$	$K_{-2}^{неч} = \frac{k_{д}}{T}$ $K_{-2}^{четн} = k_{д} \frac{1}{T} - k_{и} \frac{T}{6}$
4	0	$k_{г}x_0$	$k_{г}x_0$	$k_{г}x_0$
5	T	$K_0^{np} \cdot \Delta x_{np}(T) - K_{-2}^{np} \cdot x_0$	$K_0^{tp} \cdot \Delta x_{tp}(T) + \left(k_{и} \frac{T}{2} - K_{-2}^{tp}\right) \cdot x_0$	$K_0^{неч} \cdot \Delta x_c(T) + \left(k_{и} \frac{T}{2} - K_{-2}^{неч}\right) \cdot x_0$
6	2T			$K_0^{четн} \cdot \Delta x_c(2T) + \left(k_{и} \frac{4T}{3} - k_{д} \frac{1}{T}\right) \Delta x_c(T) + \left(k_{и} \frac{T}{3}\right) \cdot x_0$
7	$(2k+1)T,$ $k=1, 2,$...	$U_{np}((n-1)T) + K_0^{np} \cdot \Delta x_{np}(nT) + K_{-1}^{np} \cdot \Delta x_{np}((n-1)T) + K_{-2}^{np} \cdot \Delta x_{np}((n-2)T)$	$U_{tp}((n-1)T) + K_0^{tp} \cdot \Delta x_{tp}(nT) + K_{-1}^{tp} \cdot \Delta x_{tp}((n-1)T) + K_{-2}^{tp} \cdot \Delta x_{tp}((n-2)T)$	$U_c((n-1)T) + K_0^{неч} \cdot \Delta x_c(nT) + K_{-1}^{неч} \cdot \Delta x_c((n-1)T) + K_{-2}^{неч} \cdot \Delta x_c((n-2)T)$
8	$2kT,$ $k=2, 3,$...			$U_c((n-1)T) + K_0^{четн} \cdot \Delta x_c(nT) + K_{-1}^{четн} \cdot \Delta x_c((n-1)T) + K_{-2}^{четн} \cdot \Delta x_c((n-2)T)$

I. Алгоритм формирования управляющих воздействий на основе модели цифрового ПИД регулирования с раскрытием интеграла по формуле «прямоугольников» (таблица):

1) задание настроечных параметров ($k_{\text{п}}, k_{\text{и}}, k_{\text{д}}$) и уставки x_0 ;

2) вычисление коэффициентов $K_0^{\text{пр}}, K_{-1}^{\text{пр}}$ и $K_{-2}^{\text{пр}}$;

3) для $n=0$, то есть момента времени $t = nT = 0 \cdot T = 0$:

3.1) рассогласование $\Delta_{\text{пр}} x(0) = x_0$;

3.2) формирование управляющего воздействия: $U_{\text{пр}}(0) = k_{\text{п}} x_0$;

4) для $n=1$, то есть момента времени $t = nT = 1 \cdot T = T$:

4.1) вычисление значения рассогласования: $\Delta x_{\text{пр}}(T) = x_0 - x_{\text{пр}}(T)$;

4.2) вычисление управляющего воздействия:

$$U_{\text{пр}}(T) = K_0^{\text{пр}} \cdot \Delta x_{\text{пр}}(T) - K_{-2}^{\text{пр}} \cdot x_0;$$

5) для момента времени $t \geq 2T$ ($n \geq 2$):

5.1) вычисление значения рассогласования в текущий момент времени: $\Delta x_{\text{пр}}(nT) = x_0 - x_{\text{пр}}(nT)$;

5.2) вычисление управляющего воздействия по формуле

$$U_{\text{пр}}(nT) = U_{\text{пр}}((n-1)T) + K_0^{\text{пр}} \cdot \Delta x_{\text{пр}}(nT) + K_{-1}^{\text{пр}} \cdot \Delta x_{\text{пр}}((n-1)T) + K_{-2}^{\text{пр}} \cdot \Delta x_{\text{пр}}((n-2)T).$$

II. Алгоритм вычисления управляющих воздействий по формуле «трапеций» можно сформулировать следующим образом (таблица):

1) задание настроечных параметров ($k_{\text{п}}, k_{\text{и}}, k_{\text{д}}$) и уставки x_0 ;

2) вычисление вспомогательных коэффициентов $K_0^{\text{тп}}, K_{-1}^{\text{тп}}$ и $K_{-2}^{\text{тп}}$;

3) для $n=0$, то есть момента времени $t = nT = 0 \cdot T = 0$:

3.1) невязка $\Delta_{\text{тп}} x(0) = x_0$;

3.2) вычисление управляющего воздействия: $U_{\text{тп}}(0) = k_{\text{п}} x_0$;

4) для $n=1$, то есть момента времени $t = nT = 1 \cdot T = T$:

4.1) формирование невязки: $\Delta x_{\text{тп}}(T) = x_0 - x_{\text{тп}}(T)$;

4.2) вычисление управляющего воздействия:

$$U_{\text{тп}}(T) = K_0^{\text{тп}} \cdot \Delta x_{\text{тп}}(T) + \left(k_{\text{и}} \frac{T}{2} - K_{-2}^{\text{тп}} \right) \cdot x_0(0);$$

$$U_c(nT) = U_c((n-1)T) + K_0^{\text{неч}} \cdot \Delta x_c(nT) + K_{-1}^{\text{неч}} \cdot \Delta x_c((n-1)T) + K_{-2}^{\text{неч}} \cdot \Delta x_c((n-2)T);$$

5) для момента времени $t \geq 2T$ ($n \geq 2$):

5.1) формирование значения невязки: $\Delta x_{\text{тп}}(nT) = x_0 - x_{\text{тп}}(nT)$;

5.2) вычисление управляющего воздействия:

$$U_{\text{тп}}(nT) = U_{\text{тп}}((n-1)T) + K_0^{\text{тп}} \cdot \Delta x_{\text{тп}}(nT) + K_{-1}^{\text{тп}} \cdot \Delta x_{\text{тп}}((n-1)T) + K_{-2}^{\text{тп}} \cdot \Delta x_{\text{тп}}((n-2)T).$$

III. Алгоритм формирования управляющих воздействий на основе модели с раскрытием интеграла по формуле Симпсона (таблица):

1) задание настроечных параметров ($k_{\text{п}}, k_{\text{и}}, k_{\text{д}}$) и уставки x_0 ;

2) вычисление вспомогательных коэффициентов:

2.1) $K_0^{\text{неч}}, K_{-1}^{\text{неч}}$ и $K_{-2}^{\text{неч}}$;

2.2) $K_0^{\text{четн}}, K_{-1}^{\text{четн}}$ и $K_{-2}^{\text{четн}}$;

3) для $n=0$, то есть момента времени $t = nT = 0 \cdot T = 0$:

3.1) рассогласование $\Delta x_c(0) = x_0$;

3.2) формирование управляющего воздействия: $U_c(0) = k_{\text{п}} x_0$;

4) для $n=1$, то есть момента времени $t = nT = 1 \cdot T = T$:

4.1) вычисление значения невязки: $\Delta x_c(T) = x_0 - x_c(T)$;

4.2) вычисление управляющего воздействия по формуле

$$U_c(T) = K_0^{\text{неч}} \cdot \Delta x_c(T) + \left(k_{\text{и}} \frac{T}{2} - k_{\text{д}} \frac{1}{T} \right) x_0;$$

5) для момента времени $t \geq 2T$ ($n \geq 2$):

5.1) для $n=2$, то есть момента времени $t = 2T$:

5.1.1) вычисление рассогласования: $\Delta x_c(2T) = x_0 - x_c(2T)$;

5.1.2) вычисление управляющего воздействия по формуле:

$$U_c(2T) = K_0^{\text{четн}} \cdot \Delta x_c(2T) + \left(k_{\text{и}} \frac{4T}{3} - k_{\text{д}} \frac{1}{T} \right) \Delta x_c(T) + \left(k_{\text{и}} \frac{T}{3} \right) \Delta x_c(0);$$

5.2) для $n \geq 3$, то есть момента времени $t \geq 3T$:

5.2.1) вычисление рассогласования: $\Delta x_c(nT) = x_0 - x_c(nT)$;

5.2.2) если $n = 2k + 1$ ($k = 1, 2, \dots$), то вычисление управляющего воздействия по формуле

5.2.3) если $n = 2k$, ($k = 2, 3, \dots$), то вычисление управляющего воздействия по формуле $U_c(nT) = U_c((n-1)T) + K_0^{\text{четн}} \cdot \Delta x_c(nT) + K_{-1}^{\text{четн}} \cdot \Delta x_c((n-1)T) + K_{-2}^{\text{четн}} \cdot \Delta x_c((n-2)T)$.

Унифицированный алгоритм цифрового ПИД регулирования

Исследование дискретных математических моделей цифрового ПИД регулирования (таблица) и соответствующих алгоритмов позволило сформулировать унифицированный алгоритм формирования управляющих воздействий в цифровом ПИД регуляторе (рис. 2):

- 1) задание настроечных параметров ($k_{\text{П}}$, $k_{\text{И}}$, $k_{\text{Д}}$) и уставки x_0 ;
- 2) вычисление значений вспомогательных коэффициентов (например, K_0 , K_{-1} и K_{-2}) по заданным формулам;
- 3) для $n = 0$, то есть момента времени $t = nT = 0 \cdot T = 0$:

- 3.1) рассогласование $\Delta x(0) = x_0$;
- 3.2) формирование управляющего воздействия по формуле $U(0) = k_{\text{П}} x_0$;
- 4) для $n = 1$, то есть момента времени $t = nT = 1 \cdot T = T$:
 - 4.1) вычисление значения рассогласования $\Delta x(T) = x_0 - x(T)$;
 - 4.2) формирование управляющего воздействия $U(T)$ по заданной формуле;
- 5) для момента времени $t \geq 2T$ ($n \geq 2$):
 - 5.1) вычисление значения рассогласования в текущий момент времени по формуле $\Delta x(nT) = x_0 - x(nT)$;
 - 5.2) формирование управляющего воздействия $U(nT)$ по заданной формуле, например:

$$U(nT) = U((n-1)T) + K_0 \cdot \Delta x(nT) + K_{-1} \cdot \Delta x((n-1)T) + K_{-2} \cdot \Delta x((n-2)T).$$

Унифицированный алгоритм (рис. 2) реализован программным инструментарием [3] конструирования алгоритмов цифрового ПИД регулирования (рис. 3).

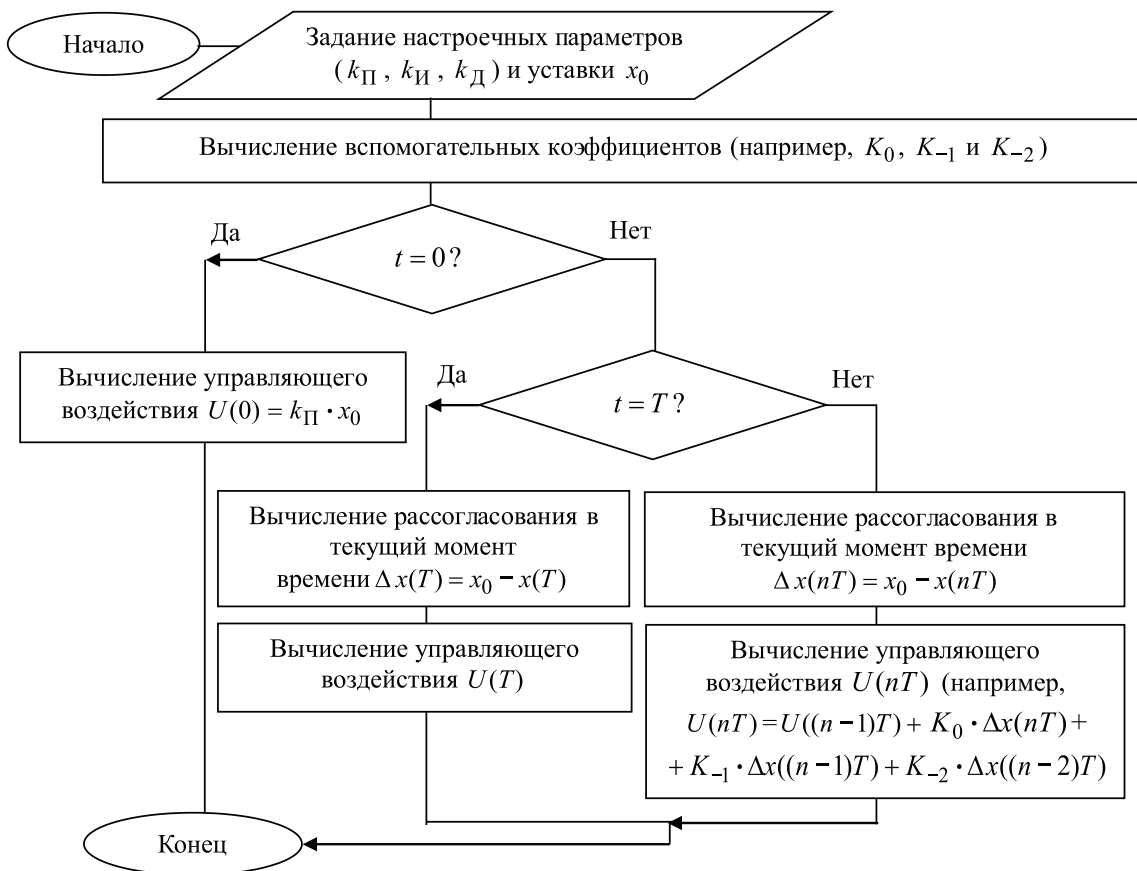


Рис. 2. Унифицированная схема формирования управляющего воздействия в ПИД регуляторе

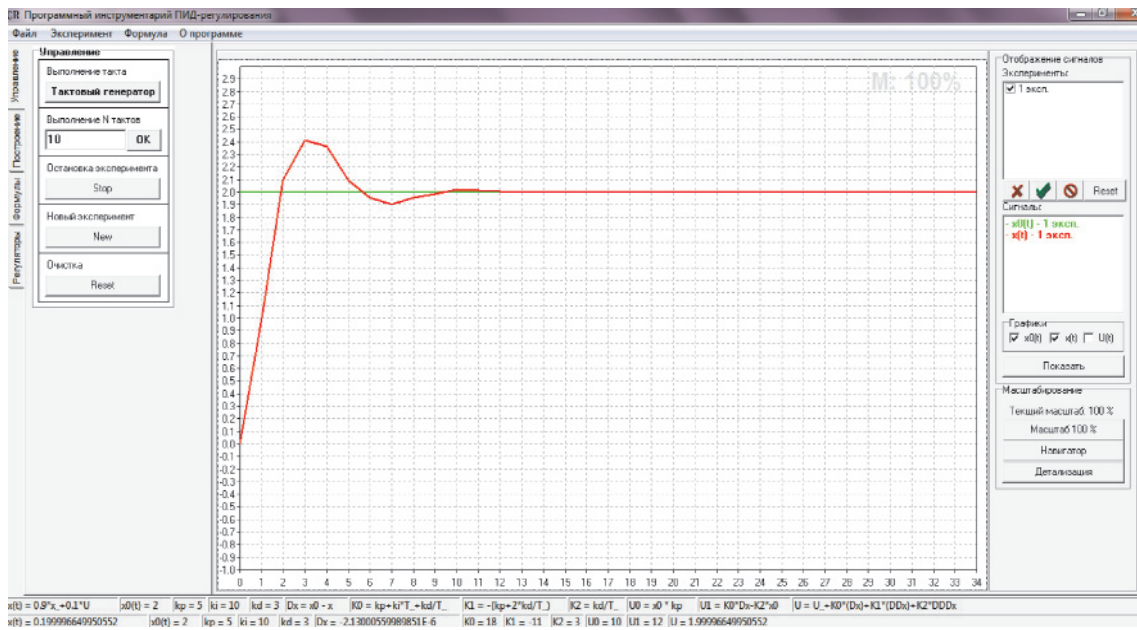
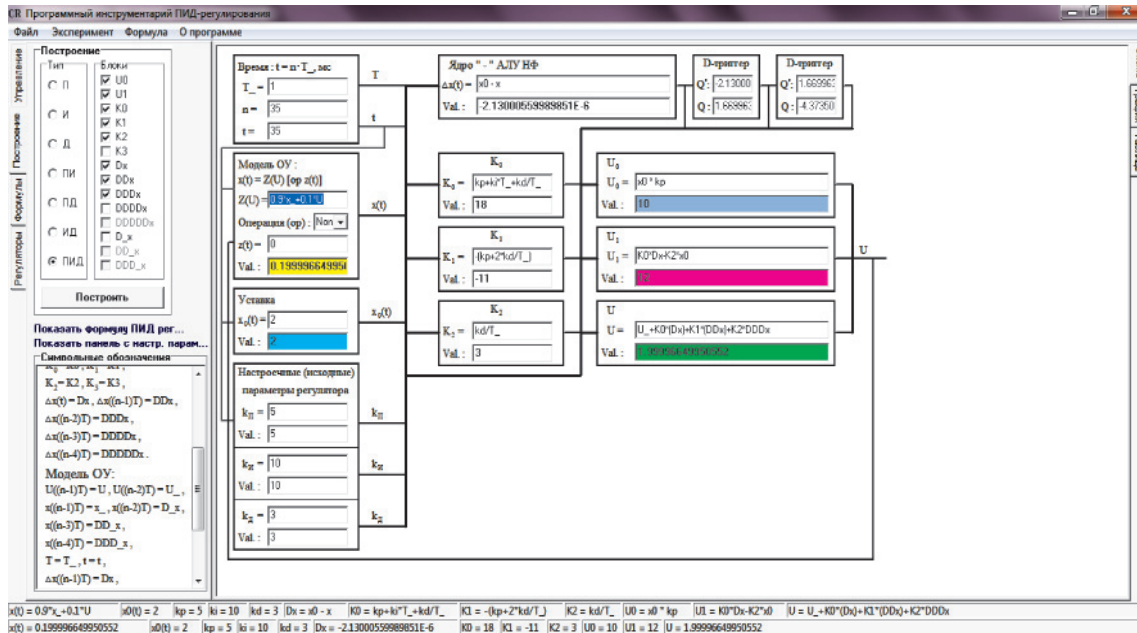


Рис. 3. Программный инструментарий конструирования алгоритмов ПИД регулирования [3]

Основные результаты:

- 1) предложен новый алгоритм цифрового ПИД регулирования на основе дискретных математических моделей формирования управляющих воздействий, отличающийся унифицированной структурой и оптимальностью формируемых управляющих воздействий;
- 2) разработан программный инструментарий моделирования процессов цифрового регулирования на базе разра-

ботанного алгоритма ПИД регулирования, отличающийся организацией переменной структуры процессов цифрового ПИД регулирования.

Исследование выполнено при поддержке Приокского государственного университета (г. Орел) по теме «Разработка программной системы поддержки процесса управления в предаварийных состояниях для восстановления нормальной работы», приказ № 7-н/26 от 23.10.2013 г.

Список литературы

1. Захарова, О.В. Формула ПИД-регулятора для АЛУ непосредственного формирования // Информационные системы и технологии. – 2012. – № 2 (70). – С. 11–25.
2. Захарова О.В. Программа оперативной оценки динамики ПИД регулирования / О.В. Захарова, А.Е. Ястребков, В.И. Раков // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2014615387, 2014.
3. Захарова, О.В. Программный инструментарий ПИД-регулирования на базе арифметико-логического устройства непосредственного формирования / О.В. Захарова, С.С. Солдатов, Д.А. Самойлов, В.И. Раков // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2013611762, 2012.
4. Ang K.H., Chong G., Li Y. PID control system analysis, design, and technology // IEEE Transactions on Control Systems Technology. – 2005. – Vol. 13. – № 4. – P. 559–576.
5. Åström K.J. Hägglund T. Advanced PID Control. NC: ISA (The Instrumentation, Systems, and Automation Society), 2005. 460 p.
6. O'Dwyer, A. Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules. – London: Imperial College Press, 2009. – 3rd ed. – 624 p.

References

1. Zakharova O.V. Formula PID-regulyatora dlya ALU neposredstvennogo formirovaniya [Formula PID for ALU immediate formation]. Informatsionnye sistemy i tekhnologii [Information Systems and Technology]. 2012, no. 2, pp. 11–25.
2. Zakharova O.V., Yastrebkov A.E., Rakov V.I. Programma operativnoy ocenki dinamiki PID regulirovaniya [Program rapid assessment of the dynamics of the PID control]. Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registracii programmi dlya EVM no. 2014615387 [Certificate of state registration of the computer no. 2014615387]. 2014.
3. Zakharova O.V., Soldatov S.S., Samojlov D.A., Rakov V.I. Programmnyj instrumentarij PID-regulirovaniya na baze arifmetiko-logicheskogo ustrojstva neposredstvennogo formirovaniya [Software tools for PID control on the basis of the arithmetic and logical unit the direct formation]. Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registracii programmi dlya EVM no. 2013611762 [Certificate of state registration of the computer no. 2013611762]. 2012.
4. Ang K.H., Chong G., Li Y. PID control system analysis, design, and technology // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2005. Vol. 13. no. 4. pp. 559–576.
5. Astrom K.J. Haggglund T. Advanced PID Control. ISA (The Instrumentation, Systems, and Automation Society), 2005. 460 p.
6. O'Dwyer, A. Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules. London: Imperial College Press, 2009. 3rd ed. 624 p.