УДК 519.816/615.12

ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВА И РЕАЛИЗАЦИИ ПРОДУКЦИИ ФАРМАЦЕВТИЧЕСКОЙ ФИРМЫ

Лабскер Л.Г.

ФГОБУ ВО «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»,
Москва, e-mail: llabsker@mail.ru

Настоящая статья посвящена выявлению зависимости средневзвешенной прибыли при реализации лекарственных препаратов фармацевтической фирмы от вероятностей состояний погоды в осенне-зимний и весенне-летний периоды. Анализ задачи проводится методом экономико-математического моделирования. В качестве модели используется теоретико-игровая модель «Игра с природой», в которой задаются не вероятности состояний природы как обычно, а лишь промежутки их изменений, а эффективность смешанной стратегии производства лекарственных препаратов фирмой оценивается выигрыш-критерием Байеса. Ставится задача выбора вероятностей состояний погоды из заданных промежутков с тем, чтобы средневзвешенная прибыль была наибольшей. Найдена формула вероятностей состояний природы, зависящая от управляющего параметра, при уменьшении которого средневзвешенная прибыль возрастает. При определенных значениях управляющего параметра вероятности состояний природы находятся в заданных промежутках.

Ключевые слова: фармацевтическая фирма, лекарственные препараты, издержки, доход, прибыль, игра с природой, критерий Байеса, смешанная стратегия, показатель эффективности смешанной стратегии, вероятности состояний природы

GAME-THEORETIC MODELLING OF PRODUCTION AND SALES OF PRODUCTS OF PHARMACEUTICAL FIRM

Labsker L.G.

Financial University under the Government of the Russian Federation,
Moscow, e-mail: llabsker@mail.ru

The present article is devoted to detection of dependence of the average profit at realization of medicines of pharmaceutical firm on probabilities of conditions of weather during the autumn and winter and spring and summer periods. The analysis of a task is carried out by method of economic-mathematical modeling. As model the game-theoretic model «Game with the Nature» in which not probabilities of conditions of the nature as usual are set, and only intervals of their changes is used, and efficiency of the mixed strategy of production of medicines by firm is estimated Bayes's prize criterion. The task of a choice of probabilities of conditions of weather from the set intervals is set the average profit was the greatest. The formula of probabilities of conditions of the nature depending on the operating parameter at which reduction the average profit increases is found. At certain values of the operating parameter of probability of conditions of the nature are in the set intervals.

Keywords: pharmaceutical firm, medicines, expenses, the income, profit, game with the nature, Bayes's criterion, the mixed strategy, an indicator of efficiency of the mixed strategy, probabilities of conditions of the nature

На современном этапе экономики аптечного рынка наблюдается значительный рост конкуренции фармацевтических фирм, который вызвал к жизни интенсивное развитие различных аспектов их функционирования [1, 2, 4]. В деятельность фармацевтических фирм внедряется маркетинговая информация об изучении спроса и управлении рынком лекарственных средств, новые рекламные проекты, разработка самостоятельной ценовой политики, ориентированной не только на прибыль, но и на успешное выполнение социальной функции фирмы по обеспечению населения качественными и доступными по цене лекарственными препаратами, расширение сервисных услуг населению и др. [6].

В данной статье анонсируются результаты по моделированию производства и реализации лекарственных препаратов фармацевтической фирмы на основе применения теоретико-игрового аппарата.

Задача

Фирма Лайффарма производит медикаменты. Спрос на лекарственные препараты в большинстве случаев изменяется в зависимости от сезонного периода. В данной задаче будем рассматривать два таких периода: осенне-зимний и весенне-летний.

Сезонность в теории спроса определяется как календарно зависимое циклическое изменение спроса [5]. Точнее, если в результате анализа о продажах не менее чем за три года колебания спроса постоянны в определенные периоды года и составляют не менее 20 % объема продаж, то это свидетельствует о наличии сезонности спроса на этот товар. В данной статье мы употребляем «сезонность» в более широком обиходном смысле для обозначения особенностей поведения рынка, привязанных к двум временным периодам года.

Увеличение спроса в осенне-зимний период подъема респираторных, инфекционных заболеваний и гриппа приходится на противовирусные, анальгезирующие, жаропонижающие и противовоспалительные препараты, а также антибиотики.

В весенне-летний период обострения хронических заболеваний желудочно-кишечного тракта, сердечно-сосудистых заболеваний, гипертонии, вегето-сосудистой дистонии, аллергии приводят к повышению спроса на лекарства для лечения дисбактериоза, противомикробные, анацидные, сердечно-сосудистые и антигистаминные препараты.

Препараты, на которые увеличивается спрос в осенне-зимний и весенне-летний период, будем считать препаратами соответственно первой и второй группы.

Затраты на изготовление 1 условного препарата (уп) первой и второй группы составляют соответственно 15 и 20 условных денежных единиц (уде).

По данным наблюдений за несколько последних лет службой маркетинга фирмы установлено, что она может реализовать в течение осенне-зимнего периода в условиях теплой и холодной погоды соответственно 7 тыс. и 20 тыс. уп, а в течение весенне-летнего периода в условиях теплой и холодной погоды соответственно 15 тыс. и 10 тыс. уп.

Анализ климатических данных, выполненный в Гидрометцентре России, позволяет сделать вывод о том, что в краткосрочный период вероятности Π_1 (тт) – теплой погоды в оба периода; Π_2(тх) – теплой погоды в осенне-зимний период и холодной в весенне-летний, Π_3(хт) – холодной погоды в осенне-зимний период и теплой в весенне-летний; Π_4(хх) – холодной погоды в оба периода колеблются соответственно в пределах

$$0{,}20 < q_1 < 0{,}31;\ 0{,}15 < q_2 < 0{,}36;$$

$$0{,}10 < q_3 < 0{,}75 \text{ и } 0{,}15 < q_4 < 0{,}40. \qquad (1)$$

При определении количества производимых лекарственных препаратов, предназначенных для реализации в последующие осенне-зимний и весенне-летний периоды, фирма, учитывая долгосрочные прогнозы погоды (от 10 суток до 3 месяцев), руководствуется спросом для наиболее полного его удовлетворения и одной из четырех обладающих ею стратегий, исходя из следующих своих предположений: A_1(тт) – будет теплая погода в оба периода; A_2(тх) – теплая погода в осенне-зимний период и холодная в весенне-летний период; A_3(хт) – холодная погода в осенне-зимний период и теплая в весенне-летний период; A_4(хх) – холодная погода в оба периода. По результатам анализа за последние годы предположения фирмы A_1(тт), A_2(тх), A_3(хт), A_4(хх) оправдываются соответственно с вероятностями $p_1 = 0{,}35$; $p_2 = 0{,}30$; $p_3 = 0{,}15$; $p_4 = 0{,}20$.

В связи с возможными изменениями погоды ставится задача определения фирмой вероятностей состояний погоды Π_1(тт), Π_2(тх), Π_3(хт), Π_4(хх) из заданных промежутков, оптимальных в смысле наибольшей средней прибыли от реализации лекарственных препаратов при цене продажи 30 уде за 1 уп первой группы и 40 уде за 1 уп второй группы.

Математическая модель – «Игра с природой»

В теории и на практике многократного принятия финансово-экономических решений в условиях риска часто пользуются математической моделью «Игра с природой» ([3], гл. 1), в которой предполагается известным вектор $q = (q_1, q_2, ..., q_n)$, $n \geq 2$, вероятностей q_j состояний природы Π_j, удовлетворяющих условиям

$$q_j > 0, j = 1, 2, ..., n, \quad \sum\nolimits_{j=1}^{n} q_j = 1, \qquad (2)$$

а эффективность смешанных стратегий понимается в смысле выигрыш-критерия Байеса ([3], гл. 2, §§ 2.1, 2.2). Предположение о положительности вероятностей q_j, $j = 1, 2, ..., n$, состояний природы не умаляет общности, поскольку состояние природы с нулевой вероятностью не играет существенной роли в анализе ситуации и потому его можно исключить из рассмотрения.

Напомним определение выигрыш-критерия Байеса и некоторые связанные с ним понятия.

Пусть A – игрок в игре с природой, осознанно принимающий решения о выборе одной из возможных чистых стратегий $A_1, A_2, ..., A_m$, $m \geq 2$. Смешанной стратегией $P = (p_1, p_2, ..., p_m)$ игрока A называется действие, состоящее в случайном выборе чистой стратегии A_i с вероятностью $p_i \geq 0$, $i = 1, 2, ..., m$, где $\sum\nolimits_{i=1}^{m} p_i = 1$. Через a_{ij} обозначим выигрыши игрока A в игровой ситуации (A_i, Π_j), когда он выбирает чистую стратегию A_i, а природа находится в состоянии Π_j. Массив выигрышей a_{ij}, $i = 1, 2, ..., m$; $j = 1, 2, ..., n$, представляется в виде матрицы выигрышей (платежной матрицы)

$$\begin{array}{cc|cccc|} & {}_{A_i}\diagdown^{\Pi_j} & \Pi_1 & \Pi_2 & \dots & \Pi_n \\ & A_1 & a_{11} & a_{21} & \dots & a_{1n} \\ A = & A_2 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & \dots & \multicolumn{4}{c|}{\dots\dots\dots\dots} \\ & A_4 & a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{array}$$

Через

$$H(P,\ \Pi_j) = \sum\nolimits_{i=1}^{m} p_i a_{ij}, \quad j = 1, 2, ..., n$$

обозначим выигрыш игрока A в игровой ситуации $(P,\ \Pi_j)$, когда игрок A действует в соответствии со смешанной стратегией $P = (p_1, p_2, ..., p_m)$, а природа находится в состоянии Π_j. Показатель эффективности смешанной стратегии P определяется по формуле

$$B^p(P,q) = \sum\nolimits_{j=1}^{n} q_j H\left(P,\Pi_j\right)$$[1].

Пусть $B^p(P)$ – множество показателей эффективности $B^p(P,\ q)$ фиксированной смешанной стратегии P при всевозможных векторах вероятностей состояний природы $q = (q_1, q_2, ..., q_n)$, удовлетворяющих условиям (2).

Так как показатель эффективности $B^p(P,\ q)$ является выпуклой комбинацией выигрышей $H(P,\ \Pi_j)$, $j = 1, 2, ..., n$, с коэффициентами q_j, $j = 1, 2, ..., n$, то

$$\min_{1\le j\le n} H\left(P,\Pi_j\right) \le B^p(P,q) \le \max_{1\le j\le n} H\left(P,\ \Pi_j\right) \quad (3)$$

при любом векторе q вероятностей состояний природы, удовлетворяющем условиям (2).

Теорема 1. Для того чтобы при любом векторе вероятностей состояний природы $q = (q_1, q_2, ..., q_n)$, удовлетворяющем условиям (2), левое (правое) неравенство (3) было равенством

$$\min_{1\le j\le n} H\left(P,\Pi_j\right) = B^p(P,\ q);$$

$$\left(B^p(P,q) = \max_{1\le j\le n} H\left(P,\Pi_j\right)\right),$$

необходимо и достаточно, чтобы все выигрыши при стратегии P и при каждом состоянии природы равнялись между собой:

$$H(P,\ \Pi_1) = H(P,\ \Pi_2) = ...\ H(P,\ \Pi_n).$$

Из неравенства (3) и теоремы 1 непосредственно вытекает следующее утверждение.

Теорема 2. Для справедливости строгого неравенства

$$\min_{1\le j\le n} H\left(P,\Pi_j\right) < B^p(P,q) < \max_{1\le j\le n} H\left(P,\ \Pi_j\right)$$

при любом векторе вероятностей состояний природы $q = (q_1,\ q_2,\ ...,\ q_n)$, удовлетворяющем условиям (2), необходимо и достаточно, чтобы не все выигрыши при стратегии P были равны между собой.

Теорема 3. Пусть не все выигрыши при смешанной стратегии P равны между собой и $\varepsilon > 0$ – произвольное число. Пусть

$$\mu_j = \max_{1\le j\le n} H\left(P,\Pi_j\right) - H\left(P,\Pi_j\right),$$

$$j = 1, 2, ..., n; \quad (4)$$

$$J_{>0} = \left\{j \in \{1,2,...,n\} : \mu_j > 0\right\};$$

$$J_{=0} = \left\{j \in \{1,2,...,n\} : \mu_j = 0\right\}, \quad (5)$$

где $|J_{>0}|$ и $|J_{=0}|$ – количества номеров соответственно множеств $J_{>0}$ и $J_{=0}$,

$$M_\varepsilon > \max\left\{\varepsilon \sum\nolimits_{j\in J_{>0}} \mu_j^{-1}, |J_{>0}|\right\} \quad (6)$$

– произвольное число.

Тогда вектор $q^\varepsilon = \left(q_1^\varepsilon, q_2^\varepsilon, ..., q_n^\varepsilon\right)$ с координатами

$$q_j^\varepsilon = \varepsilon\left(M_\varepsilon \mu_j\right)^{-1}, \quad \text{при } j \in J_{>0},$$

и

$$q_j^\varepsilon = \left(M_\varepsilon |J_{=0}|\right)^{-1}\left(M_\varepsilon - \varepsilon \sum\nolimits_{j\in J_{>0}} \mu_j^{-1}\right)$$

$$\text{при } j \in J_{=0}, \quad (7)$$

может служить вектором вероятностей состояний природы и показатель эффективности $B^p(P,\ q^{(\varepsilon)})$ стратегии P будет отличаться от верхней границы $\max\limits_{1\le j\le n} H\left(P,\Pi_j\right)$ множества $B^p(P)$ меньше, чем на ε:

$$\max_{1\le j\le n} H\left(P,\Pi_j\right) - B^p(P,\ q^\varepsilon) < \varepsilon.$$

Следствие 1. В условиях теоремы 3 справедливо неравенство

$$0 < \varepsilon M_\varepsilon^{-1} < \min\left\{\mu,\ \left(\sum\nolimits_{j\in J_{>0}} \mu_j^{-1}\right)^{-1}\right\},$$

где $\mu = \min\limits_{j\in J_{>0}} \mu_j$.

Следствие 2. Если в условиях теоремы 3 число ε удовлетворяет неравенству

$$0 < \varepsilon \le |J_{>0}|\left(\sum\nolimits_{j\in J_{>0}} \mu_j^{-1}\right)^{-1},$$

то число M_ε можно выбрать независящим от ε, например, следующим образом:

$$M = |J_{>0}| + 0{,}01. \quad (8)$$

Следствие 3. Неравенство

$$B^p(P,q) < \max_{1\le j\le n} H\left(P,\ \Pi_j\right),$$

справедливое при любом векторе вероятностей состояний природы $q = (q_1,\ q_2,\ ...,\ q_n)$, удовлетворяющем условиям (2), по достаточной части теоремы 2, когда не все вы-

---

[1] В обозначении $B^p(P,\ q)$ и далее в других обозначениях буква «p» в верхнем индексе – первая буква английского *payoff* – выигрыш в теории игр. Эта буква подчеркивает, что рассматривается именно выигрыш-критерий Байеса, а не риск-критерий Байеса.

грыши при стратегии P равны между собой, является точным, т.е. его правая часть представляет собой точную верхнюю границу множества $B^p(P)$:

$$\sup_q B^p(P) = \max_{1\le j\le n} H\left(P, \Pi_j\right).$$

Следствие 4. Если не все выигрыши при стратегии P равны между собой, то

$$\lim_{\varepsilon\to 0} B^p\left(P, q^\varepsilon\right) = \max_{1\le j\le n} H\left(P, \Pi_j\right),$$

где координаты вектора $q^\varepsilon = \left(q_1^\varepsilon, q_2^\varepsilon, ..., q_n^\varepsilon\right)$ определяются равенствами (7) с использованием (4), (5) и (6).

Следствие 5. В условиях теоремы 3 и следствия 2 показатель $B^p(P,\ q^{(\varepsilon)})$ эффективности смешанной стратегии P как функция от $\varepsilon \in \left(0, \left|J_{>0}\right| \left(\sum_{j\in J_{>0}} \mu_j^{-1}\right)^{-1}\right]$ монотонно возрастает при $\varepsilon \to 0$.

Предположим, что в игре с природой известны не вероятности q_j, $j = 1, 2, ..., n$, состояний природы Π_j, $j = 1, 2, ..., n$, а лишь промежутки их изменений для каждого состояния природы: $0 < \sigma_j \le q_j \le \tau_j \le 1$, $j = 1, 2, ..., n$. Пусть M, μ_j, $j = 1, 2, ..., n$, и $J_{>0}$, $J_{=0}$ – определяется соответственно равенствами (8), (4) и (5). Рассмотрим множества

$$\pi_{>0}^- = \left\{M\mu_j\sigma_j : j\in J_{>0}\right\};$$

$$\pi_{=0}^- = \left\{M\left(1-\tau_j\left|J_{=0}\right|\right)\left(\sum_{j\in J_{>0}} \mu_j^{-1}\right)^{-1} : j\in J_{=0}\right\};$$

$$\pi^- = \{0\};$$

$$\pi_{>0}^+ = \left\{M\mu_j\tau_j : j\in J_{>0}\right\};$$

$$\pi_{=0}^+ = \left\{M\left(1-\sigma_j\left|J_{=0}\right|\right)\left(\sum_{j\in J_{>0}} \mu_j^{-1}\right)^{-1} : j\in J_{=0}\right\};$$

$$\pi^+ = \left\{\left|J_{>0}\right|\left(\sum_{j\in J_{>0}} \mu_j^{-1}\right)^{-1}\right\}.$$

Пусть α – наибольший элемент объединения

$$\pi_{>0}^- \cup \pi_{=0}^- \cup \pi^-:\quad \alpha = \max\left(\pi_{>0}^- \cup \pi_{=0}^- \cup \pi^-\right),$$

а β – наименьший элемент объединения

$$\pi_{>0}^+ \cup \pi_{=0}^+ \cup \pi^+:\quad \beta = \min\left(\pi_{>0}^+ \cup \pi_{=0}^+ \cup \pi^+\right).$$

Теорема 4. Если в условиях теоремы 3 справедливо неравенство $\alpha \le \beta$, то для любого $\varepsilon \in [\alpha,\ \beta]$ координаты вектора $q^\varepsilon = \left(q_1^\varepsilon, q_2^\varepsilon, ..., q_n^\varepsilon\right)$, определяемые формулой (7), являются вероятностями состояний природы и принадлежат соответствующим промежуткам $[\sigma_j, \tau_j]$, а показатель эффективности $B^p(P,\ q^{(\varepsilon)})$ отличается от верхней границы $\max_{1\le j\le n} H\left(P, \Pi_j\right)$ множества $B^p(P)$ меньше, чем на ε.

Аналогичные результаты можно получить и для нижней границы $\min_{1\le j\le n} H\left(P, \Pi_j\right)$.

Теоретико-игровая формализация задачи

Для удобства обозрения все данные в условии задачи сведем в табл. 1.

Таблица 1

Группа уп	Сезонный период	Погода	Количество производимых и реализуемых уп (тыс.)	Расходы на производство 1 уп (уде)	Цена продажи 1 уп (уде)
1	Осенне-зимний	Теплая	k_1(т) = 7	$x_1 = 15$	$y_1 = 30$
		Холодная	k_1(х) = 20		
2	Весенне-летний	Теплая	k_2(т) = 15	$x_2 = 20$	$y_2 = 40$
		Холодная	k_2(х) = 10		

Таблица 2

Издержки на производство уп при выборе фирмой чистых стратегий

Чистые стратегии	Расходы (уде)
A_1(тт)	$r_1 = x_1k_1(\text{т}) + x_2k_2(\text{т}) = 15\cdot 7 + 20\cdot 15 = 405$
A_2(тх)	$r_2 = x_1k_1(\text{т}) + x_2k_2(\text{х}) = 15\cdot 7 + 20\cdot 10 = 305$
A_3(хт)	$r_3 = x_1k_1(\text{х}) + x_2k_2(\text{т}) = 15\cdot 20 + 20\cdot 15 = 600$
A_4(хх)	$r_4 = x_1k_1(\text{х}) + x_2k_2(\text{х}) = 15\cdot 20 + 20\cdot 10 = 500$

Таблица 3

Доход от продажи уп при выборе фирмой чистых стратегий
и при нахождении природы в своих состояниях

Чистые стратегии	Состояния природы	Доход (уде)
A_1(тт)	П$_1$(тт)	$d_{11} = y_1 \min\{k_1(\text{т}), k_1(\text{т})\} + y_2 \min\{k_2(\text{т}), k_2(\text{т})\} = 30\cdot 7 + 40\cdot 15 = 810$
	П$_2$(тх)	$d_{12} = y_1 \min\{k_1(\text{т}), k_1(\text{т})\} + y_2 \min\{k_2(\text{т}), k_2(\text{х})\} = 30\cdot 7 + 40\cdot 10 = 610$
	П$_3$(хт)	$d_{13} = y_1 \min\{k_1(\text{т}), k_1(\text{х})\} + y_2 \min\{k_2(\text{т}), k_2(\text{т})\} = 30\cdot 7 + 40\cdot 15 = 810$
	П$_4$(хх)	$d_{14} = y_1 \min\{k_1(\text{т}), k_1(\text{х})\} + y_2 \min\{k_2(\text{т}), k_2(\text{х})\} = 30\cdot 7 + 40\cdot 10 = 610$
A_2(тх)	П$_1$(тт)	$d_{21} = y_1 \min\{k_1(\text{т}), k_1(\text{т})\} + y_2 \min\{k_2(\text{х}), k_2(\text{т})\} = 30\cdot 7 + 40\cdot 10 = 610$
	П$_2$(тх)	$d_{22} = y_1 \min\{k_1(\text{т}), k_1(\text{т})\} + y_2 \min\{k_2(\text{х}), k_2(\text{х})\} = 30\cdot 7 + 40\cdot 10 = 610$
	П$_3$(хт)	$d_{23} = y_1 \min\{k_1(\text{т}), k_1(\text{х})\} + y_2 \min\{k_2(\text{х}), k_2(\text{т})\} = 30\cdot 7 + 40\cdot 10 = 610$
	П$_4$(хх)	$d_{24} = y_1 \min\{k_1(\text{т}), k_1(\text{х})\} + y_2 \min\{k_2(\text{х}), k_2(\text{х})\} = 30\cdot 7 + 40\cdot 10 = 610$
A_3(хт)	П$_1$(тт)	$d_{31} = y_1 \min\{k_1(\text{х}), k_1(\text{т})\} + y_2 \min\{k_2(\text{т}), k_2(\text{т})\} = 30\cdot 7 + 40\cdot 15 = 810$
	П$_2$(тх)	$d_{32} = y_1 \min\{k_1(\text{х}), k_1(\text{т})\} + y_2 \min\{k_2(\text{т}), k_2(\text{х})\} = 30\cdot 7 + 40\cdot 10 = 610$
	П$_3$(хт)	$d_{33} = y_1 \min\{k_1(\text{х}), k_1(\text{х})\} + y_2 \min\{k_2(\text{т}), k_2(\text{т})\} = 30\cdot 20 + 40\cdot 15 = 1200$
	П$_4$(хх)	$d_{34} = y_1 \min\{k_1(\text{х}), k_1(\text{х})\} + y_2 \min\{k_2(\text{т}), k_2(\text{х})\} = 30\cdot 20 + 40\cdot 10 = 1000$
A_4(хх)	П$_1$ тт)	$d_{41} = y_1 \min\{k_1(\text{х}), k_1(\text{т})\} + y_2 \min\{k_2(\text{х}), k_2(\text{т})\} = 30\cdot 7 + 40\cdot 10 = 610$
	П$_2$(тх)	$d_{42} = y_1 \min\{k_1(\text{х}), k_1(\text{т})\} + y_2 \min\{k_2(\text{х}), k_2(\text{х})\} = 30\cdot 7 + 40\cdot 10 = 610$
	П$_3$(хт)	$d_{43} = y_1 \min\{k_1(\text{х}), k_1(\text{х})\} + y_2 \min\{k_2(\text{х}), k_2(\text{т})\} = 30\cdot 20 + 40\cdot 10 = 1000$
	П$_4$(хх)	$d_{44} = y_1 \min\{k_1(\text{х}), k_1(\text{х})\} + y_2 \min\{k_2(\text{х}), k_2(\text{х})\} = 30\cdot 20 + 40\cdot 10 = 1000$

Для анализа задачи в качестве модели используем игру с природой, в которой роль игрока *A* исполняет фирма Лайффарма, а природой является погода, находящаяся в одном из своих состояний: П$_1$(тт), П$_2$(тх), П$_3$(хт), П$_4$(хх). Игрок *A* обладает четырьмя чистыми стратегиями A_1(тт), A_2(тх), A_3(хт), A_4(хх). В следующей таблице указаны формулы и результаты вычисления расходов на производство уп при выборе фирмой своих чистых стратегий.

В следующей таблице указаны формулы и результаты подсчета дохода от продажи уп при выборе фирмой чистых стратегий и при нахождении природы в своих состояниях.

Например, доход d_{12} в случае, когда фирма при производстве продукции руководствуется стратегией A_1(тт), а погода находится в состоянии П$_2$(тх), подсчитывается следующим образом. При такой стратегии фирма считает, что погода в оба сезона будет теплой и потому (табл. 1) производит k_1(т) = 7 тыс. уп 1-й группы и k_2(т) = 15 тыс. уп 2-й группы. При состоянии П$_2$(тх) погода оказалась теплой в осенне-зимний период и, следовательно, (табл. 1), все k_1(т) = 7 тыс. уп будут реализованы, а в весенне-летний период погода оказалась холодной, и, следовательно (табл. 1), из k_2(т) = 15 тыс. уп будут реализованы лишь k_2(х) = 10 тыс. Таким образом, доход

$$d_{12} = y_1 \min\{k_1(\text{т}), k_1(\text{т})\} + y_2 \min\{k_2(\text{т}), k_2(\text{х})\} = 30\cdot 7 + 40\cdot 10 = 610$$

(табл. 3, вторая строчка).

Роль выигрышей в модели будет играть прибыль, равная разности дохода и издержек, в соответствующих игровых ситуациях, когда игрок A выбирает одну из возможных чистых стратегий A_1(тт), A_2(тх), A_3(хт), A_4(хх), а природа находится в одном из своих состояний Π_1(тт), Π_2(тх), Π_3(хт), Π_4(хх). Подсчитанные выигрыши составляют элементы платежной матрицы

$$\begin{array}{c|cccc|}
\diagdown\,{}^{\Pi_j}_{A_i} & \Pi_1(\text{тт}) & \Pi_2(\text{тх}) & \Pi_3(\text{хт}) & \Pi_4(\text{хх}) \\
A_1(\text{тт}) & 405 & 205 & 405 & 205 \\
A_3(\text{тх}) & 305 & 305 & 305 & 305 \\
A_3(\text{хт}) & 210 & 10 & 600 & 400 \\
A_4(\text{хх}) & 110 & 110 & 500 & 500
\end{array}$$

Решение задачи

По условиям задачи смешанная стратегия $P = (0{,}30;\ 0{,}35;\ 0{,}15;\ 0{,}20)$ является для фирмы приемлемой. Подсчитаем выигрыши $H(P, \Pi_j) = \sum_{i=1}^{m} p_i a_{ij}$, $j = 1,\ 2,\ 3,\ 4$, при этой смешанной стратегии:

$$H(P, \Pi_1) = 281{,}75; \quad H(P, \Pi_2) = 191{,}75;$$

$$H(P, \Pi_3) = 418{,}25; \quad H(P, \Pi_4) = 328{,}25. \quad (9)$$

Отсюда видно, $\max\limits_{1 \le j \le 4} H(P, \Pi)_j = 418{,}25$. Тогда из (9) по формуле (4):

$$\mu_1 = 136{,}5;\ \mu_2 = 226{,}5;\ \mu_3 = 0;\ \mu_4 = 90. \quad (10)$$

Следовательно, $J_{>0} = \{1,2,4\}$, $J_{=0} = \{3\}$ и $|J_{>0}| = 3$, $|J_{=0}| = 1$. Далее из (10) имеем

$$\sum_{j \in J_{>0}} \mu_j^{-1} \approx 0{,}023; \quad \left(\sum_{j \in J_{>0}} \mu_j^{-1}\right)^{-1} \approx 43{,}478$$

и $$|J_{>0}| \left(\sum_{j \in J_{>0}} \mu_j^{-1}\right)^{-1} \approx 130{,}434.$$

В соответствии со следствием 5 будем предполагать, что $0 < \varepsilon < 130{,}434$ и тогда можно считать, что число $M = 3{,}001$ не зависит от числа ε в указанных пределах.

Так как левые и правые концы данных промежутков (1): $\sigma_1 = 0{,}20$; $\sigma_2 = 0{,}15$, $\sigma_3 = 0{,}10$, $\sigma_4 = 0{,}15$; $\tau_1 = 0{,}31$; $\tau_2 = 0{,}36$; $\tau_3 = 0{,}75$; $\tau_4 = 0{,}40$, то, используя (10), будем иметь

$$M\mu_1\sigma_1 = 81{,}927; \quad M\mu_2\sigma_2 = 101{,}959;$$

$$M\mu_4\sigma_4 = 40{,}514;$$

$$M\left(1 - \tau_3 |J_{=0}|\right)\left(\sum_{j \in J_{>0}} \mu_j^{-1}\right)^{-1} = 32{,}619;$$

$$M\mu_1\tau_1 = 126{,}987; \quad M\mu_2\tau_2 = 244{,}702;$$

$$M\mu_4\tau_4 = 108{,}036;$$

$$M\left(1 - \sigma_3 |J_{=0}|\right)\left(\sum_{j \in J_{>0}} \mu_j^{-1}\right)^{-1} = 117{,}430.$$

Таким образом,

$$\pi_{>0}^{-} = \{81{,}927;\ 101{,}959;\ 40{,}514\};$$

$$\pi_{=0}^{-} = \{32{,}619\}; \pi^{-} = \{0\},$$

откуда

$$\pi_{>0}^{-} \cup \pi_{=0}^{-} \cup \pi^{-} = \{81{,}927;\ 101{,}959;\ 40{,}514;\ 32{,}619;\ 0\}$$

и

$$\alpha = \max(\pi_{>0}^{-} \cup \pi_{=0}^{-} \cup \pi^{-}) = 101{,}959; \quad \pi_{>0}^{+} = \{126{,}987;\ 244{,}702;\ 108{,}036\};$$

$$\pi^{+} = \{117{,}430\}; \pi^{+} = \{130{,}434\},$$

откуда

$$\pi_{>0}^{+} \cup \pi_{=0}^{+} \cup \pi^{+} = \{126{,}987;\ 244{,}702;\ 108{,}036;\ 117{,}430;\ 130{,}434\}$$

и

$$\beta = \min(\pi_{>0}^{+} \cup \pi_{=0}^{+} \cup \pi^{+}) = 108{,}036.$$

Таким образом, справедливо неравенство $\alpha < \beta$, означающее, что пересечение промежутков [81,927; 126,987], [101,959; 244,702], [32,619; 117,430], [40,514; 108,036] и (0, 130,434] не пусто и совпадает с отрезком [101,959; 108,036].

Для любого $\varepsilon \in [101{,}959;\ 108{,}036]$, используя значения (10) и равенство $M_\varepsilon = M = 3{,}001$, найдем по формулам (7) вероятности состояний природы q_j^ε, $j = 1, 2, 3, 4$:

$$q_1^\varepsilon \approx 0{,}002\varepsilon; \quad q_2^\varepsilon \approx 0{,}002\varepsilon; \quad q_3^\varepsilon \approx 1 - 0{,}008\varepsilon; \quad q_4^\varepsilon \approx 0{,}004\varepsilon. \qquad (11)$$

Вероятности (11) обладают свойствами (2) и по теореме 4 принадлежат соответственно заданным промежуткам [0,20; 0;31], [0,15; 0,36], [0,10; 0,75], [0,15; 0,40] их изменения[2], в чем можно убедиться и непосредственно. Например, покажем, что $q_3^{\varepsilon}\approx 1-0,008\,\varepsilon\in\left[0,10;\,0,75\right].$ Имеем: $101,959\leq\varepsilon\leq 108,036$. Умножая все части этого двойного неравенства на (–0,008) и прибавляя к каждой из них по 1, получим неравенство $0,13312\leq q_3^{\varepsilon}\leq 0,184328$, из которого следует требуемое.

Подсчитав по формулам (11) векторы вероятностей состояний природы при $\varepsilon = 101,959$ и $\varepsilon = 108,036$, получим

$$q^{(101,959)}=\left(q_1^{(101,959)}=0,204;\ q_2^{(101,959)}=0,204;\right.$$

$$\left.q_3^{(101,959)}=0,184;\ q_4^{(101,959)}=0,408\right);$$

$$q^{(108,036)}=\left(q_1^{(108,036)}=0,216;\ q_2^{(108,036)}=0,216;\right.$$

$$\left.q_3^{(108,036)}=0,136;\ q_4^{(108,036)}=0,432\right).$$

Используя вычисленные выигрыши (9) и векторы вероятностей состояний природы $q^{(101,959)}$ и $q^{(108,036)}$, найдем показатели эффективности $B^p(P,\ q^{(\varepsilon)})$ смешанной стратегии $P = (0,30;\ 0,35;\ 0,15;\ 0,20)$ при $\varepsilon = 101,959$ и $\varepsilon = 108,036$:

$$B^p\left(P,q^{(101,959)}\right)=\sum\nolimits_{j=1}^{4}q_j^{(101,959)}H(P,\Pi_j)=307,478;$$

$$B^p\left(P,q^{(108,036)}\right)=\sum\nolimits_{j=1}^{4}q_j^{(108,036)}H(P,\Pi)_j\ =\ 300,962.$$

Заключение

Таким образом, при убывании управляющего параметра ε от 108,036 до 101,959 показатель эффективности $B^p(P,\ q^{(\varepsilon)})$ смешанной стратегии $P = (0,30; 0,35; 0,15; 0,20)$ в соответствии со следствием 5 монотонно возрастает от 300,962 до 307,478. Поэтому если фирма Лайффарма будет производить лекарственные препараты в соответствии со стратегией $P = (0,30;\ 0,35;\ 0,15;\ 0,20)$, то при крайне оптимистическом прогнозе фирма может считать, что вектором вероятностей состояний природы является вектор $q^{(101,959),}$ и в этом случае средневзвешенная прибыль, выражаемая показателем $B^p(P,\ q^{(101,959)})$ эффективности стратегии $P = (0,30;\ 0,35;\ 0,15;\ 0,20)$, будет наибольшей из возможных, равной 307,478 уде. При крайне пессимистическом подходе фирма в качестве вектора вероятностей состояний природы может выбрать вектор $q^{(108,036)}$, при котором средневзвешенная прибыль $B^p(P,\ q^{(108,036)})$ будет наименьшей из возможных, равной 300,962 уде.

---

[2] Поскольку в вычислениях производились округления, то возможны некоторые непринципиальные погрешности.

Список литературы

1. Горшунова Л.Н., Тюренков И.Н. Практика управления ассортиментом аптечного предприятия // Экономический вестник фармации. – 2001. – № 10. – С. 73–83.

2. Кобзарь Л.В. Ассортимент и ассортиментная политика аптечного учреждения // Новая аптека. – 2004. – № 3. – С. 28.

3. Лабскер Л.Г. Теория критериев оптимальности и экономические решения: монография. – 3-е изд. – М.: КНОРУС, 2014. – 744 с.

4. Максимова И. В. АВС-анализ ассортимента в аптеке // Фармацевтическое обозрение. – 2004. – № 10 (37), октябрь. – С. 28.

5. Синовац Марк. Товары сезонного спроса в аптеке: http://pharmnews.kz/news/tovary sezonnogo sprosav apteke/2010-01-15-1675.

6. Яковлева Д.Н., Битерякова А.М. Некоторые аспекты анализа аптечного ассортимента в сетевых аптеках // Экономический вестник фармации. – 2005. – № 1: http://www.lawmix.ru/med/3427.

References

1. Gorshunova L.N., Tyurenkov I.N. Economicheskiy vestnik farmatsii, 2001, no. 10, pp. 73–83.

2. Kobzar L.V. Novaya apteka, 2004, no. 3, pp. 28.

3. Labsker L.G. Theoriya criteriev optimalnosti i economicheskie resheniya: [monografiya: 3-e izdanie]. Moscow, KNORUS, 2014. 744 p.

4. Maksimova I.V. Farmatsevticheskoe obozrenie, 2004, no. 10 (37), oktyabr, p. 28.

5. Sinovats Mark. http://pharmnews.kz/news/tovary sezonnogo sprosav apteke/2010-01-15-1675.

6. Yakovleva D.N., Biteryakova A.M. Economicheskiy vestnik farmatsii, 2005, no. 1: http://www .lawmix.ru/med/3427.