УДК 624.074.4

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СОСТАВНЫХ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК

Якубовская С.В., Сильницкая Н.Ю.

ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный нефтегазовый университет» Минобрнауки России, Тюмень, e-mail: sv5508@mail.ru

Разработана методика расчета составных конструкций на оптимальность с позиции снижения их стоимости при соблюдении всех прочностных и технологических требований. Составные конструкции представляют собой многослойные пластины и оболочки. Слои таких конструкций соединяются между собой связями, которые допускают проскальзывание одного слоя по отношению к другому. Такие системы обладают высокой прочностью и жесткостью. Задачей оптимизации составных конструкций является отыскание экстремума целевой функции в заданной области проектирования при условии выполнения установленных ограничений. Критерием оптимальности является стоимость составной конструкции. Здесь рассматривается прямая задача оптимизации, где отыскание оптимальных параметров осуществляется при заданных функциях проектирования. Реализация осуществляется с помощью метода случайного поиска. В качестве ограничений выступают условие равнопрочности и геометрические ограничения. Определены оптимальные варианты стоимости составных оболочек при различных нагрузках и жесткостях межслойных связей.

Ключевые слова: составные многослойные оболочки, функция цели, прочность

OPTIMUM DESIGN OF COMPOUND FLAT COVERS

Yakubovskaya S.V., Silnitskaya N.Y.

Tyumen state oil and gas university of Ministry of Education and Science, Tyumen, e-mail: sv5508@mail.ru

It is developed method of calculation of compound designs on an optimality from a position of decrease in their cost at observance of all strength and production requirements. Compound designs represent multilayered plates and covers. Layers of such designs connect among themselves communications which allow slipping of one layer in relation to another. Uch systems possess the high durability and rigidity. A problem of optimization of compound designs is search of an extremum of criterion function in the set design area on condition of performance of the set restrictions. Criterion of an optimality is the cost of a compound design. Here the direct problem of optimization where search of optimum parameters is carried out at the set design functions is considered. The realization is enabled by means of a method of casual search. The condition of uniform strength and geometrical restrictions act as restrictions. Optimum options of cost of compound covers at various loadings are defined and the zhestkostyakh of interlaminar communications.

Keywords: compound multilayered covers, function of the purpose, durability

Снижение материалоемкости и стоимости конструкций при условии их надежности и долговечности является важнейшей задачей повышения эффективности строительного производства. На строительных объектах нефтегазовых комплексов, химической промышленности применяются многослойные пластины и оболочки. Слои таких конструкций соединяются между собой связями, которые допускают проскальзывание одного слоя по отношению к другому. Такие системы обладают высокой прочностью и жесткостью при относительно малой массе, хорошими тепло- и звукоизоляционными свойствами и, следовательно, экономической эффективностью. Вопрос оптимального проектирования таких конструкций является актуальным.

Цель исследования – разработка методики расчета составных конструкций на оптимальность с позиции снижения стоимости при соблюдении всех прочностных и технологических требований.

Задачей оптимизации составных пологих оболочек со слоями переменной толщины является отыскание экстремума целевой функции в заданной области проектирования при условии выполнения установленных ограничений.

$$F_c = F(X, U) \to \min, \qquad (1)$$

где F_c – функция цели; $X = \{x_1, ..., x_n\}$ – параметры проектирования; $U = \{u_1(t), ..., u_n(t)\}$ – функции проектирования; t – пространственные координаты.

Пространственными координатами являются геометрические размеры оболочки, функции проектирования определяют форму оболочки. В качестве функции цели могут быть представлены: минимум веса (стоимости), максимум нагрузки и другие критерии оптимальности. Существенным элементом постановки задачи является выбор основных определяющих уравнений. В данной задаче используется предлагаемая математическая модель для такого типа конструкций [4].

Выбор критерия оптимальности и системы ограничений определяется назначением и условиями работы составной оболочки. В качестве критерия оптимальности выбирается стоимость конструкции. Ограничения представлены в виде системы неравенств:

$$\psi_i(x) \le 0 \quad (i = 1, ..., m_1);$$

$$G_j(x) \le 0 \quad (j = 1, ..., m_2), \qquad (2)$$

где ψ_i, G_j – заданные функции параметров проектирования.

Ограничения (равнопрочность, устойчивость и т.д.) [5], при условии выполнения которых оптимизируется функция цели, устанавливаются конкретно для каждой конструкции.

При оптимизации составных пологих оболочек со слоями переменной толщины с дискретным соединением слоев осуществляется определение следующих независимых параметров: начальная толщина слоя на границах $h_0^k\left(k=1,...,n\right)$, амплитуда изменения толщин слоев f_0^k при заданном законе изменения толщины, диаметр анкерного элемента d, модуль упругости материала E, в который внедрены анкера, а также шаг анкеровки h_x, h_y в направлениях x и y соответственно.

Здесь рассматривается прямая задача оптимизации, где отыскание оптимальных параметров осуществляется при заданных функциях проектирования. Общая схема алгоритма представлена на рис. 1.

В соответствии с разработанным алгоритмом задаются параметры исследуемой конструкции в установленном интервале, определяется напряженно-деформированное состояние, проверяются условия равнопрочности, устойчивости сжатого слоя, прочность дискретных связей. Если условия не выполняются, снова задается новое сочетание параметров и цикл повторяется. Далее определяется стоимость материала конструкции при заданном количестве вариантов с оптимальными параметрами и выбирается минимальное значение.

По описанию математической модели (1) и (2) задача оптимизации составной пологой оболочки относится к задаче нелинейного математического программирования. Кроме того, задача является сложной в связи с многопараметричностью.

Её реализация осуществляется методом случайного поиска в форме, разработанной Ю.А. Сушковым [3]. Преимущество данного метода по сравнению с другими методами математического программирования заключается в том, что при реализации метода случайного поиска не требуется непрерывности целевой функции и наличия производных. Для рассматриваемой задачи оптимизация применения методов, использующих производные, является очень сложной, так как трудно получить производные в виде аналитических функций при большом количестве переменных. Суть метода заключается в том, что с помощью датчика псевдослучайных величин (дает числа от нуля до единицы с равномерной плотностью распределения) по

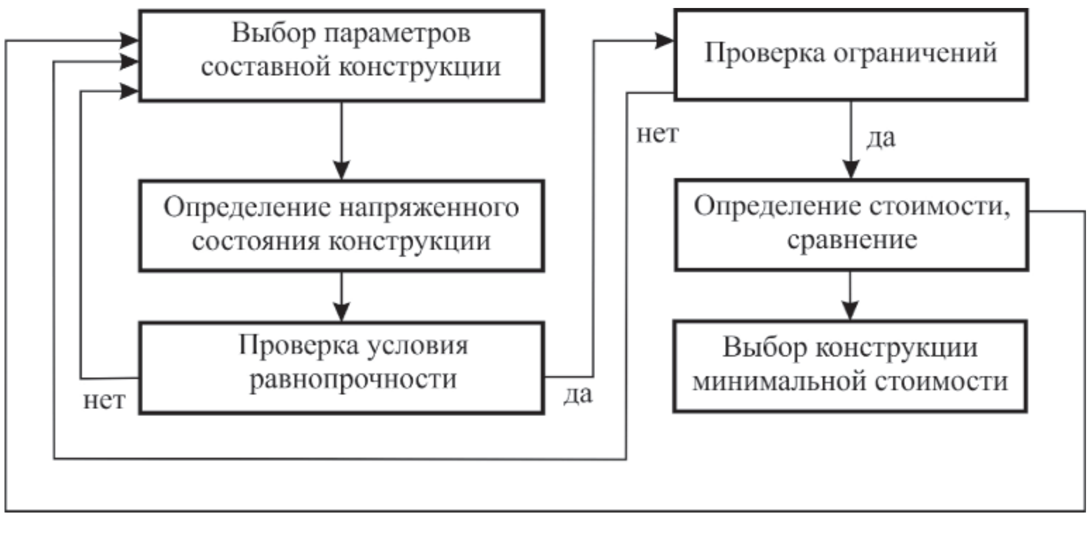

Рис. 1. Алгоритм оптимизации составных конструкций

специальному алгоритму выбираются искомые параметры (интервал поиска задан, здесь используются геометрические ограничения). Затем определяется функция, составленная из условия равнопрочности конструкции, и за L-е количество шагов определяются оптимальные параметры и далее стоимость конструкции. Затем расчет повторяется необходимое количество раз. Из полученных результатов стоимости выбирается минимальное её значение.

Процесс поиска разбивается на ряд этапов [3]. В свою очередь, каждый этап состоит из m_L шагов (L – номер этапа). Общим для всех алгоритмов случайного поиска является применение в процессе оптимизации случайных чисел, из которых наиболее удобны псевдослучайные (квазислучайные) последовательности. То есть на каждом шаге вырабатываются случайные числа δ_k, имеющие ступенчатую плотность распределения (рис. 2). Параметры HH и HQ зависят от номера этапа L таким образом, что $HH_{L+1} > HH_L$ и $Q_{L+1} < Q_L$ и на каждом этапе пересчитываются по следующим выражениям [3]:

$$HH_L = \frac{\left|0,25 - Q_L\right| + 0,75}{2Q_L}; \tag{3}$$

$$HH = \frac{\left|0,25 - Q_L\right| - 0,25}{2Q_L - 1}; \tag{4}$$

$$Q_{L+1} = \frac{Q_L}{1 + AH / NA}, \tag{5}$$

где AH – коэффициент сжимаемости; NA – количество искомых параметров.

Среднее значение $\delta_{\text{ср}}$ – соответствует текущему минимальному значению функции цели F. Датчик псевдослучайных величин дает числа (a_k) от нуля до единицы. Эти величины в соответствии со ступенчатой плотностью распределения (рис. 2) трансформируются по следующим соотношениям:

$$\delta_k = \begin{cases} \dfrac{a_k}{H_L}, \quad \text{если } 0 \le a_k \le H_L\left(\delta_{k\text{ср}} - Q_L\right); \\ \dfrac{1}{HH_L}\left(a_k + \left(\delta_{k\text{ср}} - Q_L\right)\left(HH_L - H_L\right)\right), \quad \text{если} \\ H_L\left(\delta_{\text{ср}} - Q_L\right) \le a_k \le H_L\left(\delta_{k\text{ср}} + Q_L - 1\right) + 1; \\ \dfrac{1}{H_L}\left(a_k + H_L\right), \quad \text{если } 1 + H_L\left(\delta_{k\text{ср}} + Q_L - 1\right) \le a_k \le 1. \end{cases} \tag{6}$$

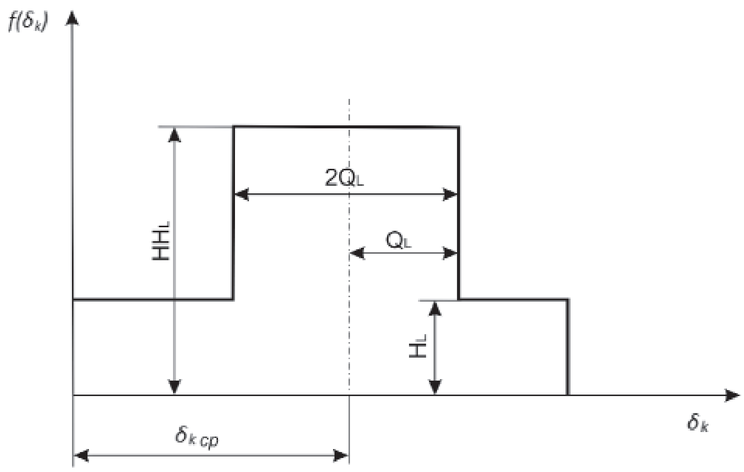

Рис. 2. Плотность распределения случайных величин

Задавшись интервалом поиска $x_{k\min}$ и $x_{k\max}$, устанавливается связь между искомыми параметрами x_k и случайными числами

$$x_k = x_{k\min} + \delta_k\left(x_{k\max} - x_{k\min}\right). \tag{7}$$

Значение функции цели F на m_L шаге подсчитывается по найденным значениям x_k и сравнивается с предыдущими. Если значение F больше минимального, которое было получено за все предыдущие шаги, то происходит переход к следующему шагу. В противном случае вместо старого значения текущего минимума запоминается вновь полученное и набор параметров, при котором она получена. После выполнения каждого этапа закон, по которому выбирается значение параметров x_k (рис. 2), изменяется таким образом, чтобы вероятность попасть в окрестность глобального минимума увеличилась бы. При этом используется часть информации, полученной на предыдущих шагах. Процесс расчета продолжается, пока Q_L не станет меньше заданной точности ε. При решении технических задач оптимального проектирования принимается ε = 0,005 – 0,015. Для определения коэффициента сжимаемости AH рекомендуется использовать эмпирическую зависимость

$$AH = 1 + \frac{0{,}6}{NA},$$

где NA – число оптимизируемых параметров [2].

Достоверность численных результатов обосновывалась на тестовой задаче. Была рассмотрена составная пологая оболочка со слоями переменной толщины, шарнирно опертая по контуру, загруженная равномерно распределенной нагрузкой с конкретно заданными параметрами. Определено ее напряженное состояние. Полученные максимальные значения напряжений были приняты в качестве допускаемых.

В качестве примера в работе рассматривалась трехслойная оболочка, шарнирно опертая по контуру. Материал слоев изотропный, упругий с линейными механическими характеристиками.

Напряженно-деформированное состояние конструкции определялось в соответствии с разработанной математической моделью [4, 5]. Верхний и нижний слои постоянной толщины. Средний слой имеет переменную толщину.

В соответствии с алгоритмом оптимизации (рис. 1) осуществлялось варьирование независимыми параметрами. При численной реализации представленной здесь задачи количество таких параметров равнялось двум. Это толщина верхнего листа ($h^{(1)}$) и амплитуда изменения толщины среднего слоя $\left(f_0^{(2)}\right)$. Для каждого из них был задан интервал поиска: $0{,}1 \le h^{(1)} \le 30$ мм; $50 \le f_0^{(2)} \le 1000$ мм. Выбор оптимальных геометрических параметров $h^{(1)}$, $f_0^{(2)}$ проводился при фиксированном количестве анкерных связей. При этом для каждого определенного количества анкеров проводилась серия расчетов с заданными интервалами поиска для всех варьируемых здесь параметров. Остальные параметры рассчитываемой оболочки фиксировались: $h^{(3)} = 2h^{(1)}$; диаметр анкера $d = 18$ мм; $h_0^{(2)} = 10$ мм;

$$E^{(2)} = E_б = 0{,}34 \cdot 10^4 \text{ МПа [1].}$$

Размеры оболочки в плане $a = 5000$ мм, $b = 6000$ мм. Верхний и нижний слои стальные,

$$E^{(1)} = 2{,}1 \cdot 10^5 \text{ МПа}, \quad \nu^{(1)} = 0{,}3.$$

Средний слой – бетон, $\nu^{(2)} = 0{,}2$. Оболочка рассчитывалась при равномерно распределенной нагрузке интенсивностью 0,025–0,05 МПа.

Ограничения:

1. *Условие равнопрочности*

$$F = \left| \sum_{i=1}^{n+1} \frac{\sigma^{i\max} - \left[\sigma^i\right]}{\left[\sigma^i\right]} \right| \le \varepsilon.$$

Здесь $\sigma^{i\max}$ – максимальные напряжения, МПа; $[\sigma^i]$ – допускаемые напряжения, МПа.

$$\sigma^{i\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_y^i + \sigma_x^i}{2}\right)^2 + 3\left(\left(\frac{\sigma_y^i - \sigma_x^i}{2}\right)^2 + 3\left(\tau_{xy}^i\right)^2\right)},$$

где σ_y^i, σ_x^i – нормальные напряжения в i-м слое в направлениях x и y соответственно, МПа; τ_{xy}^i – касательные напряжения в i-м слое, МПа; ε = 10 %.

2. *Геометрические ограничения* учтены при выборе интервала поиска оптимальных параметров.

На рис. 3 представлены графики расчетов составной пологой оболочки при различных величинах нагрузок и различных жесткостях связей между слоями.

Звездочкой (×)показан оптимальный вариант, соответствующий минимальной стоимости конструкции.

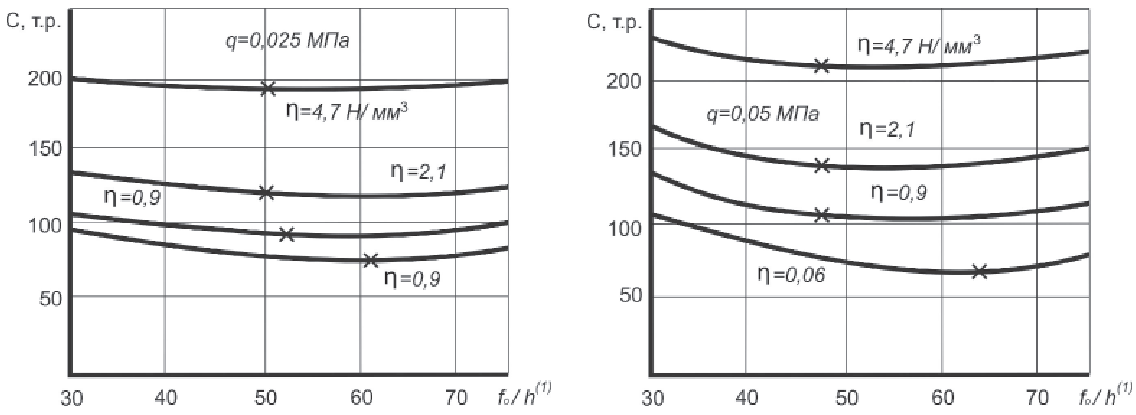

Рис. 3. Выбор минимальной стоимости:
q – величина равномерно распределенной нагрузки по поверхности оболочки;
η – коэффициент жесткости связей между слоями

Выводы

Разработана методика расчета составных конструкций на оптимальность с позиции снижения их стоимости при соблюдении всех прочностных и технологических требований.

Определены оптимальные варианты стоимости составных оболочек при различных нагрузках и жесткостях межслойных связей.

Список литературы

1. Бондаренко В.М., Суворкин Д.Г. Железобетонные и каменные конструкции. – М.: Высшая школа. 1987. – 384 с.

2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определении, теоремы, формулы: пер. со 2-го амер. перераб. изд. / под общ. ред. И.Г. Арашановича. – 4-е изд. – М.: Наука, 1978. – 831 с.

3. Сушков Ю.Д. Об одном способе организации случайного поиска // Исследование операций и статистическое моделирование. Вып. 1. – Л.: ЛГУ, 1972. – С. 180–186.

4. Якубовская С.В. Расчет составных пологих оболочек со слоями переменной толщины // Изв. Вузов. Строительство и архитектура. – 1991. – № 2. – С.22–25.

5. Якубовский Ю.Е., Утешев К.М., Фокин А.А. Устойчивость сжатого слоя составной пластины с анкерным соединением слоев // Строительная механика и расчет сооружений. – 1991. – № 4. – С. 43–48.

References

1. Bondarenko V.M., Suvorkin D.G. Zhelezobetonnye i kamennye konstrukcii, M.: Vysshaja shkola. 1987. 384 p.

2. Korn G., Korn T. Spravochnik po matematike dlja nauchnyh rabotnikov i inzhenerov. Opredelenii, teoremy, formuly: Per. so 2-go amer. pererab.izd / Pod obshh.red. I.G.Arashanovicha. 4-e izd. M.: Nauka, 1978. 831 p.

3. Sushkov Ju.D. Ob odnom sposobe organizacii sluchajnogo poiska // ssledovanie operacij i statisticheskoe modelirovanie. Vyp.1, Leningrad, LGU, 1972. pp. 180–186.

4. Jakubovskaja S.V. Raschet sostavnyh pologih obolochek so slojami peremennoj tolshhiny // Izv. Vuzov. Stroitelstvo i arhitektura. 1991. no. 2. pp. 22–25.

5. Jakubovskij Ju.E., Uteshev K.M., Fokin A.A. Ustojchivost' szhatogo sloja sostavnoj plastiny s ankernym soedineniem sloev // Stroitelnaja mehanika i raschet sooruzhenij. 1991. no. 4. pp. 43–48.