

УДК 007.52

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Аль-Баред А.Я.С., Пупков К.А.

ФГАН ВО «Российский университет дружбы народов»,
Москва, e-mail: alibareda@mail.ru, pupkov@iu1.bmstu.ru

Работа посвящена численному решению задачи синтеза системы управления методом искусственных нейронных сетей. В статье рассматривается общая постановка задачи синтеза управления, в которой необходимо найти управление как функцию от вектора координат пространства состояний объекта управления. Функция после подстановки в правые части модели объекта управления должна для различных заданных начальных значений обеспечить достижение объектом цели управления с минимальным значением критерия качества. Решение задачи выполняется методом искусственных нейронных сетей. Приведен пример решения задачи синтеза управления для нелинейной системы второго порядка. Искомая синтезирующая функция должна обеспечить попадание в начало координат из четырех начальных значений за минимальное время. Решение задачи осуществляется прямонаправленной нейронной сетью с тремя слоями. Обучение нейронной сети осуществлялось вариационным генетическим алгоритмом.

Ключевые слова: синтез системы управления, искусственная нейронная сеть, генетический алгоритм

THE DECISION OF CONTROL SYSTEM SYNTHESIS PROBLEM BY THE ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS' METHOD

Al-Bareda A.Y.S., Pupkov K.A.

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, e-mail: alibareda@mail.ru, pupkov@iu1.bmstu.ru

The article is devoted to the numerical solution for the problem of control systems synthesis using artificial neural networks. The article discusses the general solution of control synthesis in which you must find the control vector as a function of the coordinates of the state space of the control object. Function after substituting into the right part of the control object should be defined for different initial values to achieve the object of control objectives with the minimum quality criteria. Solution of the problem is done by artificial neural networks. We give example of solving the problem of control synthesis for a nonlinear system of second order. Seeking synthesizing function should ensure getting to the origin of the four initial values for the minimum time. The problem is solved feedforward neural network with three layers. Neural network training was carried out by a variation genetic algorithm.

Keywords: control systems synthesis, artificial neural network, genetic algorithm

Метод искусственных нейронных сетей является универсальным методом аппроксимации различных функций. Согласно теореме А.Н. Колмогорова [1], в которой утверждается, что каждая непрерывная функция n переменных, заданная на единичном кубе n -мерного пространства, представима в виде

$$f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^{2n+1} g_i \left(\sum_{j=1}^n h_{i,j}(x_j) \right), \quad (1)$$

где $g_i(y)$ – непрерывная функция; $h_{i,j}(x_j)$ – непрерывная и стандартная функция, $i = 1, 2n+1$, $j = 1, n$, не зависящая от выбора аппроксимирующей функции $f(x_1, \dots, x_n)$, практически любая функция может быть аппроксимирована нейронной сетью. В настоящей работе рассматривается использование метода искусственных нейронных

сетей для решения задачи синтеза управления. Решением задачи синтеза управления для любого объекта является многомерная функция, определяющая значение вектора управления в зависимости от значения вектора состояния объекта управления.

Рассмотрим формальную постановку задачи синтеза управления [2].

Задана математическая модель объекта управления

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m), \quad (2)$$

где x_i – компонента i вектора состояния $\mathbf{x} = [x_1 \dots x_n]^T$; u_j – компонента вектора управления $\mathbf{u} = [u_1 \dots u_m]^T$, $m \leq n$.

Заданы ограничения на управление

$$u_j^- \leq u_j \leq u_j^+. \quad (3)$$

Задано множество начальных состояний

$$X_0 = \left\{ \mathbf{x}^{0,1} = [x_{1,1}^0 \dots x_{n,1}^0], \dots, \mathbf{x}^{0,M} = [x_{1,M}^0 \dots x_{n,M}^0] \right\}. \quad (4)$$

Задана цель управления в виде терминального $n-r$ -мерного многообразия

$$\varphi_i(\mathbf{x}(t_f)) = 0, \quad i = \overline{1, r}, \quad (5)$$

где t_f – время управления, определяемое выполнением условия

$$t_f = \begin{cases} t, & \text{если } \sum_{i=1}^r |\varphi_i(\mathbf{x}(t))| < \varepsilon; \\ t^+, & \end{cases} \quad (6)$$

t^+ – заданное максимальное время процесса управления; ε – заданная малая положительная величина.

Задан критерий качества управления

$$J = \sum_{j=1}^M \int_0^{t_f} f_0(\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^{0,j}), \mathbf{u}(t)) dt \rightarrow \min, \quad (7)$$

где $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^{0,j})$ – решение системы (2) с начальными условиями $\mathbf{x}^{0,j}$, $1 \leq j \leq M$.

Необходимо найти управление с учетом ограничений (3) в виде

$$u_i = \begin{cases} u_i^-, & \text{если } \tilde{u}_i < u_i^-; \\ u_i^+, & \text{если } \tilde{u}_i > u_i^+; \\ \tilde{u}_i & \text{иначе,} \end{cases} \quad i = \overline{1, m}, \quad (8)$$

где

$$\tilde{u}_i = h_i(x_1, \dots, x_n), \quad i = \overline{1, m}, \quad (9)$$

$h_i(x_1, \dots, x_n)$ – искомая функция управления, $h_i(x_1, \dots, x_n) : \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^m$, $i = \overline{1, m}$.

Для решения задачи используем аппроксимацию искомой синтезирующей функции (9) многослойной искусственной нейронной сетью

$$\mathbf{h}(x_1, \dots, x_n) = \mathbf{Q}^{(N)} \mathbf{y}^{(N-1)}; \quad (10)$$

$$\mathbf{y}^{(N-1)} = \mathbf{F}^{(N-1)}(\mathbf{z}^{(N-1)}); \quad (11)$$

$$\mathbf{X}_0 = \left\{ \mathbf{x}^{0,1} = [-1 \quad -1]^T, \mathbf{x}^{0,2} = [-1 \quad 1]^T, \mathbf{x}^{0,3} = [1 \quad 1]^T, \mathbf{x}^{0,4} = [1 \quad -1]^T \right\}. \quad (19)$$

Заданы ограничения на управление:

$$-1 \leq u \leq 1. \quad (20)$$

Задана цель управления в виде терминального многообразия:

$$x_1 - x_1^f = 0; \quad (21)$$

$$x_2 - x_2^f = 0, \quad (22)$$

где $x_1^f = 0$; $x_2^f = 0$.

Задан критерий качества управления:

$$\sum_{j=1}^4 t_f^{(j)} \rightarrow \min, \quad (23)$$

$$\text{где } t_f^{(j)} = \begin{cases} t, & \text{если } |x_1(t, \mathbf{x}^{0,j}) - x_1^f| + |x_2(t, \mathbf{x}^{0,j}) - x_2^f| < \varepsilon; \\ t^+, & \end{cases} \quad j = 1, 2, 3, 4, \quad t^+ = 3 \text{ с}, \quad \varepsilon = 0,01. \quad (24)$$

$$\mathbf{z}^{(N-1)} = \mathbf{Q}^{(N-2)} \mathbf{y}^{(N-2)}; \quad (12)$$

$$\mathbf{y}^{(N-2)} = \mathbf{F}^{(N-2)}(\mathbf{z}^{(N-2)}); \quad (13)$$

...

$$\mathbf{y}^{(2)} = \mathbf{F}^{(2)}(\mathbf{z}^{(2)}); \quad (14)$$

$$\mathbf{z}^{(2)} = \mathbf{Q}^{(1)} \mathbf{y}^{(1)}, \quad (15)$$

где

$$\mathbf{h}(x_1, \dots, x_n) = [h_1(x_1, \dots, x_n) \quad \dots \quad h_m(x_1, \dots, x_n)]^T;$$

$\mathbf{Q}^{(k)}$ – матрица весовых коэффициентов на слое k размерностью $l^{(k)} \times p^{(k)}$; $\mathbf{Q}^{(k)} = [q_{i,j}^{(k)}]$;

$i = \overline{1, l^{(k)}}$, $j = \overline{1, p^{(k)}}$, $p^{(k)} = l^{(k-1)}$, $k = \overline{2, N}$, N – число слоев в нейронной сети, $p^{(1)} = r$;

$$\mathbf{y}^{(1)} = [\varphi_1(x_1, \dots, x_n) \quad \dots \quad \varphi_r(x_1, \dots, x_n)]^T;$$

$$\mathbf{F}^{(k)}(g) = [F_1^{(k)}(g) \quad \dots \quad F_{l^{(k)}}^{(k)}(g)]^T;$$

$F_i^{(k)}(g)$ – функция активации нейронной сети на выходе i слоя k , $i = \overline{1, l^{(k)}}$, $k = \overline{1, N}$.

Для обучения нейронной сети используем критерий (7). В процессе обучения необходимо найти

$$L = \prod_{k=1}^N l^{(k)} p^{(k)} \quad (16)$$

параметров.

Рассмотрим пример синтеза управления для нелинейной системы управления

$$\dot{x}_1 = x_2; \quad (17)$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 - x_1^3 + u, \quad (18)$$

Для системы (17), (18) задано множество начальных значений:

Параметр	Значение
Число возможных решений в начальной популяции	512
Число циклов - поколений	128
Число возможных скрещиваний в одном поколении	256
Число функционалов	2
Число вариаций в одном возможном решении	8
Число бит для целой части значения параметра	2
Число бит для дробной части значения параметра	14
Число поколений между сменой базисного решения	32
Число элитарных возможных решений	8
Параметр для вычисления вероятности скрещивания	0,4
Вероятность мутации	0,7
Минимальное значение параметра вариаций	-1,57

Ввод

Рис. 1. Параметры вариационного генетического алгоритма для обучения нейронной сети

Для обучения нейронной сети используем вариационный генетический алгоритм [3]. Параметры генетического алгоритма приведены на рис. 1.

В результате была получена трехслойная нейронная сеть со следующими параметрами:

$$\mathbf{Q}^{(1)} = \begin{bmatrix} 10 & 1,4 \\ 10 & -10 \\ 10 & 10 \\ -3,119 & 10 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Q}^{(2)} = \begin{bmatrix} -9,473 & -7,333 & -7,077 & -4,428 \\ -3,410 & -3,795 & -1,683 & -5,675 \\ 0,395 & -8,842 & 10 & -8,082 \\ 10 & 10 & 10 & 10 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Q}^{(3)} = \begin{bmatrix} -10 & -0,125 & 4,532 & -10 \\ 10 & 10 & 10 & -10 \end{bmatrix};$$

$$y_1^{(1)} = \text{sgn}(z_1^{(1)}); \quad y_2^{(1)} = \arctg(z_2^{(1)});$$

$$y_3^{(1)} = \frac{1 - \exp(-z_3^{(1)})}{1 + \exp(-z_3^{(1)})}; \quad y_4^{(1)} = z_4^{(1)};$$

$$y_1^{(2)} = z_1^{(2)}; \quad y_2^{(2)} = \arctg(z_2^{(2)});$$

$$y_3^{(2)} = \arctg(z_3^{(2)}); \quad y_4^{(2)} = \arctg(z_4^{(2)});$$

$$\tilde{u} = \frac{1 - \exp(-z_1^{(3)})}{1 + \exp(-z_1^{(3)})};$$

$$\begin{bmatrix} z_1^{(3)} \\ z_2^{(3)} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^{(3)} \begin{bmatrix} y_1^{(2)} \\ y_2^{(2)} \\ y_3^{(2)} \\ y_4^{(2)} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} z_1^{(2)} \\ z_2^{(2)} \\ z_3^{(2)} \\ z_4^{(2)} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^{(2)} \begin{bmatrix} y_1^{(1)} \\ y_2^{(1)} \\ y_3^{(1)} \\ y_4^{(1)} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} z_1^{(1)} \\ z_2^{(1)} \\ z_3^{(1)} \\ z_4^{(1)} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^{(1)} \begin{bmatrix} x_1^f - x_1 \\ x_2^f - x_2 \end{bmatrix}.$$

В процессе поиска нейронной сети при каждом вычислении функционала модель объекта управления (16), (17) интегрировалась улучшенным методом Эйлера второго порядка с шагом интегрирования 0,001 с.

На рис. 2 приведены решения замкнутой системы управления с полученной нейронной сетью в обратной связи и с учетом ограничений (8), (20).

На рис. 3 приведены решения замкнутой системы управления с полученной нейронной сетью в обратной связи для новых начальных условий, не используемых на этапе синтеза: $\mathbf{x}^{0,5} = [0 \quad -1]^T$; $\mathbf{x}^{0,6} = [0 \quad 1]^T$; $\mathbf{x}^{0,7} = [1 \quad 0]^T$; $\mathbf{x}^{0,8} = [-1 \quad 0]^T$.

На рис. 4 приведены решения замкнутой системы управления с полученной нейронной сетью в обратной связи для начальных условий, расположенных дальше от терминальных условий, чем условия, используемые при синтезе: $\mathbf{x}^{0,9} = [-2 \quad -2]^T$, $\mathbf{x}^{0,10} = [2 \quad -2]^T$, $\mathbf{x}^{0,11} = [-2 \quad 2]^T$, $\mathbf{x}^{0,12} = [2 \quad 2]^T$.

На рис. 5 приведены решения замкнутой системы управления с полученной нейронной сетью в обратной связи для начальных условий, расположенных дальше от терминальных условий, чем условия, используемые при синтезе: $\mathbf{x}^{0,13} = [-2 \ 0]^T$, $\mathbf{x}^{0,14} = [2 \ 0]^T$, $\mathbf{x}^{0,15} = [0 \ -2]^T$, $\mathbf{x}^{0,16} = [0 \ 2]^T$.

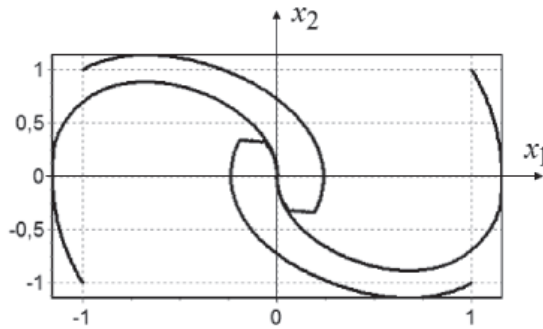


Рис. 2. Решения замкнутой системы Дuffинга для четырех начальных условий

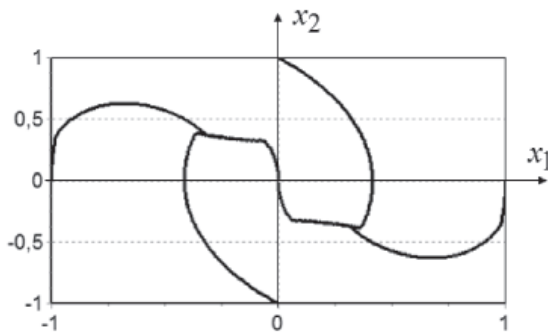


Рис. 3. Решения замкнутой системы Дuffинга для четырех не используемых при синтезе начальных условий

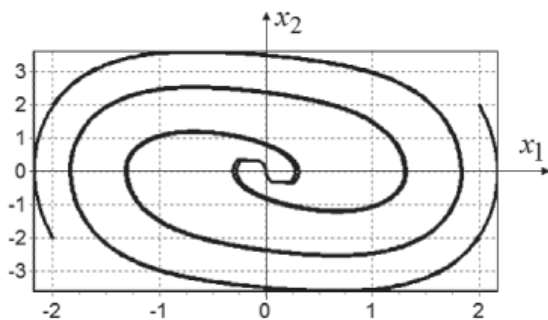


Рис. 4. Решения замкнутой системы Дuffинга для четырех не используемых при синтезе начальных условий: $\mathbf{x}^{0,9} = [-2 \ -2]^T$, $\mathbf{x}^{0,10} = [2 \ -2]^T$, $\mathbf{x}^{0,11} = [-2 \ 2]^T$, $\mathbf{x}^{0,12} = [2 \ 2]^T$

Как видно из графиков, представленных на рис. 2–5, полученная функция управления, аппроксимированная нейронной сетью, обеспечивает достижение терминального состояния из различных начальных условий.

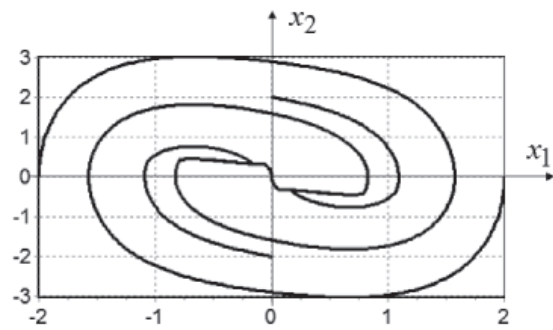


Рис. 5. Решения замкнутой системы Дuffинга для четырех не используемых при синтезе начальных условий: $\mathbf{x}^{0,13} = [-2 \ 0]^T$, $\mathbf{x}^{0,14} = [2 \ 0]^T$, $\mathbf{x}^{0,15} = [0 \ -2]^T$, $\mathbf{x}^{0,16} = [0 \ 2]^T$

В таблице приведены значения времени и точности достижения терминального состояния для различных начальных условий модели объекта.

Параметры качества управления

$x_1(0)$	$x_2(0)$	t_f	$\sqrt{x_1^2(t_f) + x_2^2(t_f)}$
-1	-1	2,346	0,009253
-1	1	2,585	0,009776
1	1	2,346	0,009253
1	-1	2,585	0,009776
0	-1	2,254	0,009293
0	1	2,254	0,009293
1	0	2,481	0,009246
-1	0	2,481	0,009246
-2	-2	5,73	0,009905
2	-2	5,805	0,009868
-2	2	5,805	0,009868
2	2	5,73	0,009905
-2	0	5,901	0,009408
2	0	5,901	0,009408
0	-2	3,205	0,009114
0	2	3,205	0,009114

Значения в таблице показывают, что объект управления достигает терминального состояния с заданной точностью, не превышающей 0,001.

На рис. 6–9 приведены графики значений управления для различных начальных состояний.

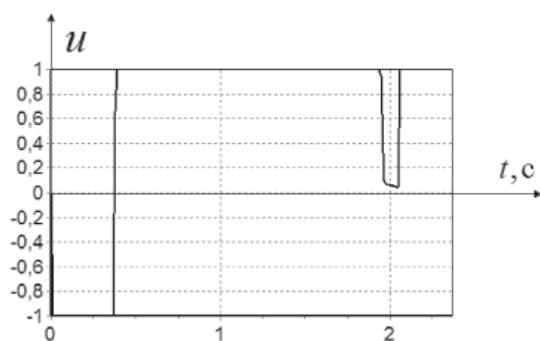


Рис. 6. Значение управления при начальных условиях: $x^{0,3} = [1 \ 1]^T$

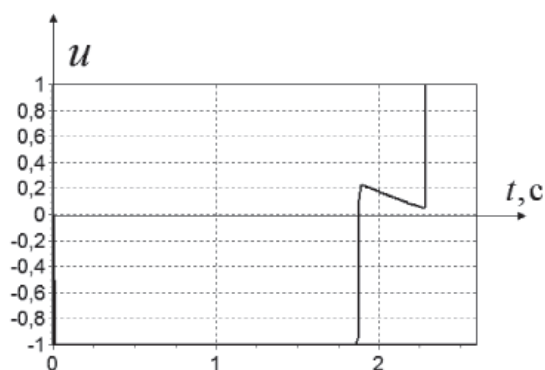


Рис. 7. Значение управления при начальных условиях: $x^{0,2} = [-1 \ 1]^T$

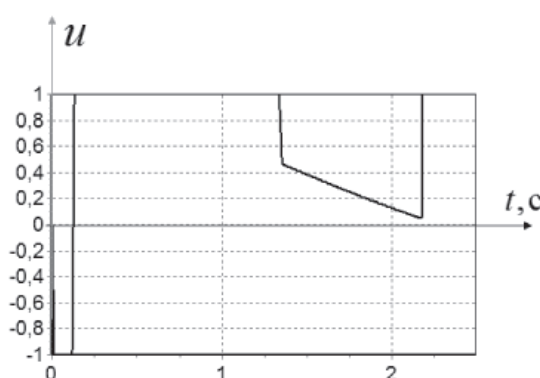


Рис. 8. Значение управления при начальных условиях: $x^{0,7} = [1 \ 0]^T$

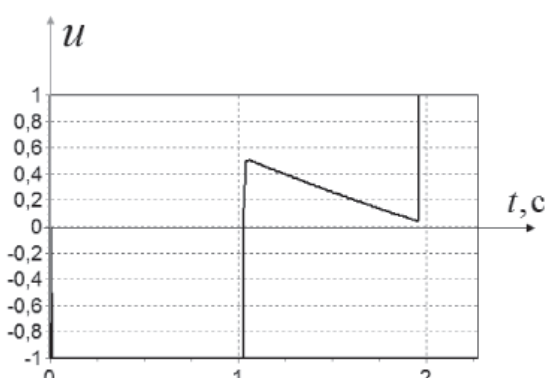


Рис. 9. Значение управления при начальных условиях: $x^{0,6} = [0 \ 1]^T$

Из рис. 6–9 видно, что управление носит обычный для задач быстрогодействия переключающий характер между предельными значениями.

Список литературы

1. Аль-Баред А.Я.С., Пупков К.А. Алгоритм синтеза системы управления методом нейронных сетей // Инженерный системы – 2015: труды VIII международной научно-практической. – М., 20–22 апреля 2015 г. – М.: РУДН. С. 224–227.
2. Дивеев А.И., Шмалко Е.Ю. Вариационный генетический алгоритм для решения задачи оптимального управления // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 1; URL: <http://www.science-education.ru/115-11474>.
3. Калацкая Л.В., Новиков В.А., Садов В.С. Организация и обучение искусственных нейронных сетей: экспериментальное учеб. пособие. – Минск: Изд-во БГУ, 2003. – 72 с.
4. Колмогоров А.Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиции непрерывных функций одного переменного. Докл. АН СССР. – 1957. – Т. 114, № 5. – С. 953–956.
5. Коляда М.Г. Педагогическое прогнозирование: теоретико-методологический аспект: монография. – Донецк: Изд-во «Ноллидж» (донецкое отделение), 2014. – 268 с. ISBN : 978-617-579-830-0.

References

1. Al-Bareda A.Ja.S., Pupkov K.A. Algorithm of synthesis of a control system by the method of neural networks // Trudy VIII mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj «Inzhenernyj sistemy – 2015», Moskva, 20–22 aprilja 2015 g. M.: RUDN. pp. 224–227.
2. Diveev A.I., Shmalko E.Ju. Variacionnyj geneticheskij algoritm dlja reshenija zadachi optimalnogo upravlenija // Sovremennye problemy nauki i obrazovanija. 2014. no. 1; URL: <http://www.science-education.ru/115-11474>.
3. Kalackaja L.V., Novikov V.A., Sadov V.S. Organizacija i obuchenie iskusstvennyh nejronnyh setej: Jeksperimentalnoe ucheb. posobie. Minsk: Izd-vo BGU, 2003. 72 p.
4. Kolmogorov A.N. O predstavlenii nepreryvnyh funkcij neskolkih peremennyh v vide superpozicii nepreryvnyh funkcij odnogo peremennogo. Dokl. AN SSSR, 1957. T. 114, no. 5. pp. 953–956.
5. Koljada M.G. Pedagogicheskoe prognozirovanie: teoretiko-metodologicheskij aspekt : Monografija. Doneck: Izd-vo «Noulidzh» (doneckoe otделение), 2014. 268 p. ISBN: 978-617-579-830-0.

Рецензенты:

Беляев В.В., д.т.н., профессор, начальник отдела развития науки, Московский государственный областной университет, г. Москва;

Прокопьев И.В., д.т.н., старший научный сотрудник федерального исследовательского центра «Информатика и управление», г. Москва.