УДК 004.896

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ ДЛЯ МАНИПУЛЯЦИОННОГО РОБОТА МЕТОДОМ ШТРАФНЫХ ФУНКЦИЙ

Дыда А.А., Оськин Д.А.

Дальневосточный федеральный университет, Владивосток;
Морской государственный университет имени адмирала Г.И. Невельского, Владивосток, e-mail: adyda@mail.ru, daoskin@mail.ru

Решение обратной задачи кинематики является одной из традиционных проблем для робототехнических систем. Суть ее заключается в нахождении обобщенных координат манипуляционного робота, при которых схват манипулятора находится в заданной точке рабочего пространства с заданной ориентацией. В большинстве случаев обратная задача кинематики не имеет единственного решения. В настоящей работе для приближенного решения обратной задачи кинематики многозвенного манипулятора применен метод штрафных функций. Заданное пространственное положение схвата манипуляционного робота рассматривается как ограничение и учитывается как штрафная функция в дополнение к исходной целевой функции. Получена схема решения задачи минимизации расширенного критерия и, следовательно, обратной задачи кинематики, основанная на градиентном методе. Приводятся и обсуждаются результаты компьютерного моделирования.

Ключевые слова: манипуляционный робот, обратная задача кинематики, метод штрафных функций

INVERSE KINEMATICS PROBLEM FOR MANIPULATOR ROBOT BY PENALTY FUNCTION METHOD

Dyda A.A., Oskin D.A.

Far Eastern Federal University, Vladivostok;
Admiral Nevelskoy Maritime State University, Vladivostok, e-mail: adyda@mail.ru, daoskin@mail.ru

A solution of inverse kinematics problem is one of traditional problems of robotic system. Its essence consists in finding of robot generalized coordinates which provide a given position and orientation of manipulator end-effector in a workspace. In most cases, an inverse kinematics problem has not a unique solution. In this paper, a penalty function method is applied for solving of inverse kinematics problem for manipulator robot. Given space position of robot end-effector is considered as constrain and taken into account as additional term for optimization function. The gradient method-based scheme to minimize an extended criterion and, hence, inverse kinematics problem is derived. Results of computer experiments are given and discussed.

Keywords: robot manipulator, inverse kinematics problem, penalty function method

При синтезе систем управления манипуляционными роботами (МР) требуется решать задачи кинематики. Различаются прямая и обратная задачи кинематики (ОЗК). Прямая задача кинематики состоит в определении пространственного положения и ориентации характерной точки (схвата МР) по известным значениям обобщенных координат. Обратная задача кинематики робота-манипулятора заключается в определении обобщенных координат (ОК) МР по известному угловому и линейному местоположению схвата манипулятора. Прямая задача решается однозначно, в то время как ОЗК, представляющая собой противоположную задачу, как правило, не имеет единственного решения [3–5].

Формулировка ОЗК

По заданному (6×1) вектору линейных координат положения и угловых координат ориентации схвата МР

$$S_c = (x_c, y_c, z_c, \varphi_c, \theta_c, \psi_c)^T$$

вычисляется (n×1) вектор обобщенных координат звеньев

$$q = (q_1, q_2, ..., q_n)^T,$$

где x_c, y_c, z_c – пространственные координаты положения схвата МР; φ_c, θ_c, ψ_c – угловые координаты ориентации схвата МР, q_i, $i = 1...n$ – обобщенные координаты звеньев МР [1].

Методы решения ОЗК для МР можно разделить на точные (аналитические) и приближенные (итерационные). В результате использования точных методов вектор ОК удается получить в виде аналитической зависимости геометрических параметров кинематической схемы МР. В этом случае процесс нахождения искомого вектора ОК по вектору положения и ориентации схвата МР при известной кинематической схеме сводится к вычислению значений заранее полученных аналитических зависимостей. Но точное решение удается получить не для любой кинематической схемы манипулятора.

Приближенные методы – это методы численного решения уравнений связи. Они оказываются работоспособными для любых кинематических схем. Однако это связано с использованием рекуррентных процедур. Среди них можно выделить группу методов, основанных на использовании матрицы Якоби: метод Ньютона, метод Гаусса – Ньютона, метод Левенберга – Марквардта [1].

Метод штрафных функций для решения ОЗК

В статье развивается новый метод решения обратных задач кинематики роботов-манипуляторов, основанный на использовании метода штрафных функций. Метод штрафных функций относятся к группе непрямых методов решения задач нелинейного программирования [2].

Рассмотрим методику применения метода штрафных функций на примере нахождения ОК для трехзвенного планарного манипулятора.

Координаты положения схвата МР (x_c, y_c) для приведенной конфигурации (рис. 1) определяются из соотношений

$$x_c = \sum_{i=1}^{n} l_i \cdot \cos q_i; \quad y_c = \sum_{i=1}^{n} l_i \cdot \sin q_i, \qquad (1)$$

где l_i, $i = 1...3$ – длины звеньев МР.

Рассмотрим критерий

$$J = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i^2 \to \min. \qquad (2)$$

Введем расширенный критерий

$$J_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i^2 + \frac{1}{2}\mu_1\left(x_c - \sum_{i=1}^{n} l_i \cdot \cos q_i\right)^2 + \frac{1}{2}\mu_2\left(y_c - \sum_{i=1}^{n} l_i \cdot \sin q_i\right)^2 \to \min, \qquad (3)$$

где μ_1, μ_2 – весовые коэффициенты.

Для минимизации расширенного критерия воспользуемся методом градиента. Для этого вычислим частные производные по обобщенным координатам:

$$\frac{\partial J_p}{\partial q_i} = q_i + \mu_1\left(x_c - \sum_{i=1}^{n} l_i \cdot \cos q_i\right)\cdot l_i \cdot \sin q_i + \mu_2\left(y_c - \sum_{i=1}^{n} l_i \cdot \sin q_i\right)\cdot\left(-l_i \cdot \cos q_i\right). \qquad (4)$$

Таким образом, значения обобщенных координат определятся из соотношения

$$\dot{q}_i = -\gamma \frac{\partial J_p}{\partial q_i}, \qquad (5)$$

где $\gamma > 0$ – коэффициент, определяющий скорость настройки.

Приведенный алгоритм реализован в среде Matlab. При проведении численных экспериментов рассматривались два варианта движения МР:

– выход схвата в точку с заданными координатами (x_c, y_c) = (0,24 м; 0,12 м). На рис. 2 приведены решения дифференциальных уравнений (5) при различных значениях весовых коэффициентов μ_1, μ_2. Также приведены величины отклонений между установившимся и желаемым положением характерной точки МР $e_x = x_{уст} - x_c$, $e_y = y_{уст} - y_c$;

– движение схвата МР по заданной программной траектории

$$\begin{cases} x_c(t) = A_x \sin(\omega t); \\ y_c(t) = A_y(1 + \sin(\omega t)), \end{cases}$$

где A_x = 0,12 м, A_y = 0,24 м, ω = 0,75 рад/с.

На рис. 3 приведены программные траектории движения схвата МР при различных значениях весовых коэффициентов μ_1, μ_2. Также приведены величины максимальных отклонений при движении по программной траектории e_{xmax}, e_{ymax}.

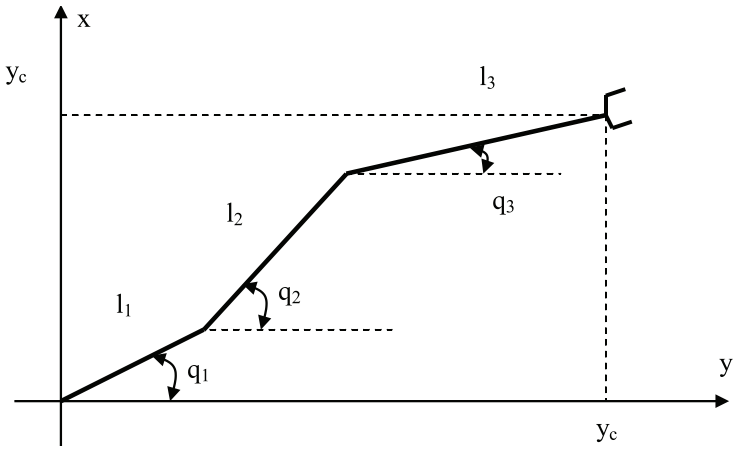
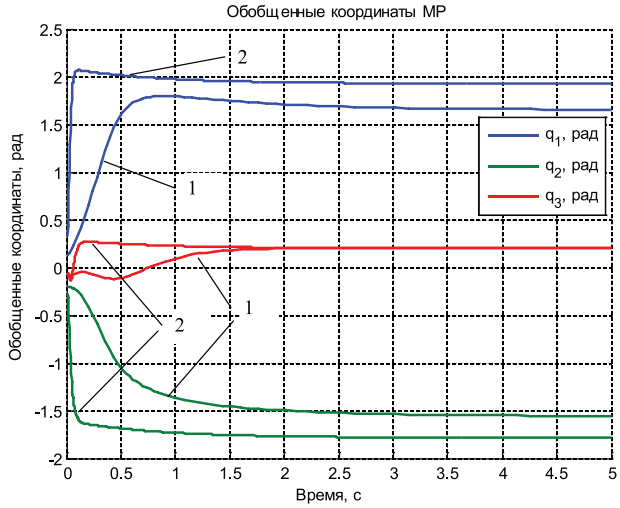
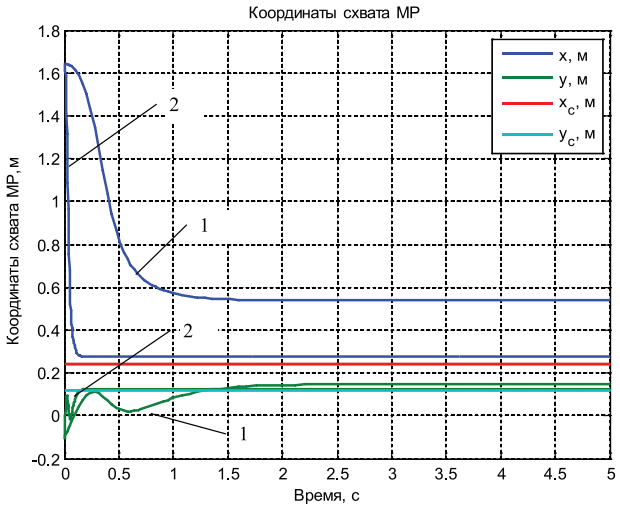


Рис. 1. Трехзвенный манипулятор



а



б

Рис. 2. Обобщенные координаты МР (а), координаты схвата МР (б). Моделирование при 1 – $\mu_1 = \mu_2 = 1$. Расхождение $e_x = 0{,}2995$ м, $e_y = 0{,}0264$ м; 2 – $\mu_1 = \mu_2 = 10$. Расхождение $e_x = 0{,}0360$ м, $e_y = 0{,}0038$ м

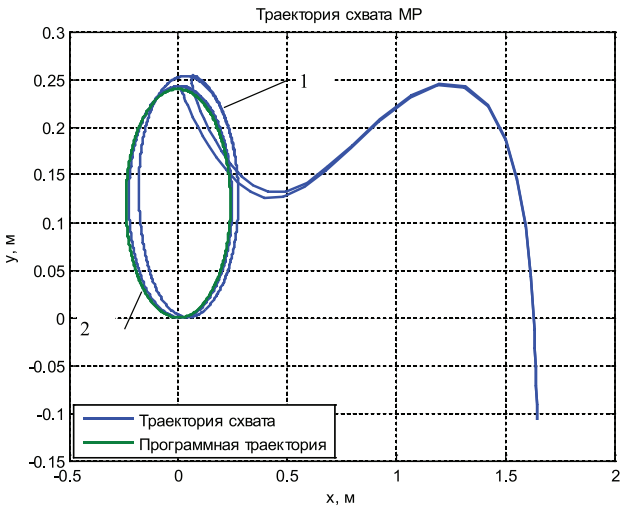


Рис. 3. Программная траектория движения схвата МР. 1 – моделирование при $\mu_1 = \mu_2 = 5$. Расхождение $e_{xmax} = 0{,}114$ м, $e_{ymax} = 0{,}0023$ м. 2 – моделирование при $\mu_1 = \mu_2 = 50$. Расхождение $e_{xmax} = 0{,}0135$ м, $e_{ymax} = 0{,}003$ м

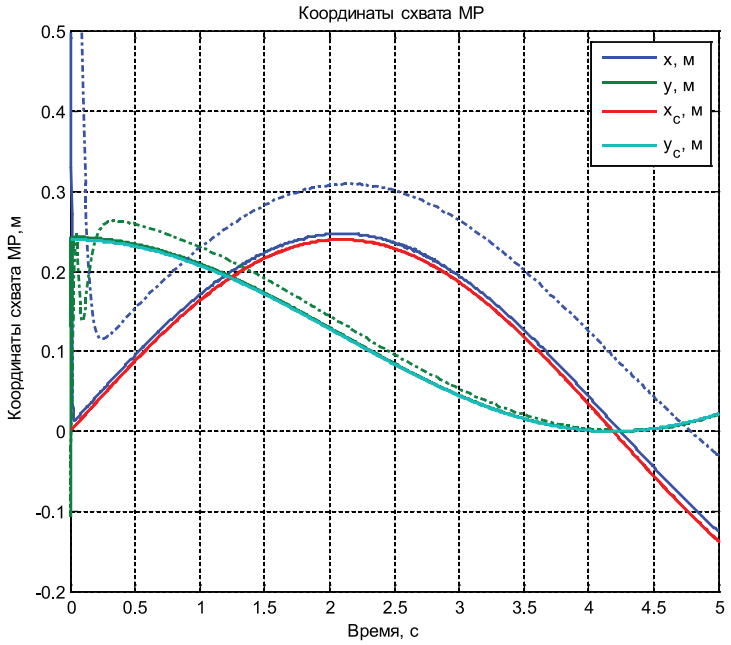


Рис. 4. Координаты схвата МР.
1 – моделирование при $\mu_1 = \mu_2 = 5$ (штрихпунктирные линии).
2 – моделирование при $\mu_1 = \mu_2 = 50$ (сплошные линии)

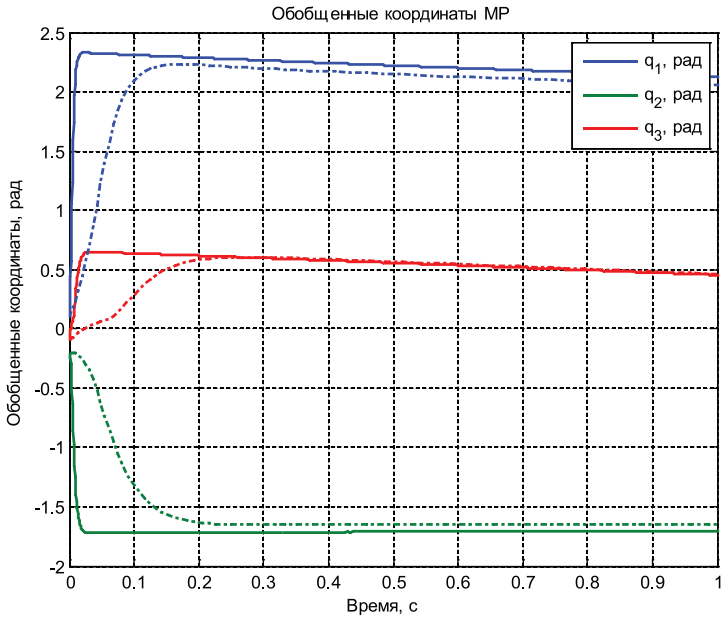


Рис. 5. Обобщенные координаты схвата МР.
1 – моделирование при $\mu_1 = \mu_2 = 5$ (штрихпунктирные линии).
2 – моделирование при $\mu_1 = \mu_2 = 50$ (сплошные линии)

На рис. 4, 5 приведены графики, показывающие переходные процессы координат схвата и обобщенных координат МР.

Как видно из приведенных графиков, с течением времени происходит стабилизация решений дифференциальных уравнений и их стремление к установившимся значениям за конечное время. Также необходимо отметить, что увеличение значений весовых коэффициентов μ_1, μ_2 приводит к ускорению схождения решения.

Заключение

В результате численного решения дифференциальных уравнений для любых начальных значений обобщенных координат

МР из их рабочих диапазонов его обобщенные координаты примут в конечный момент времени значения, соответствующие требуемому положению схвата МР, и, следовательно, приведут к решению ОЗК.

Достоинства используемого метода заключаются в единственности решения для заданной кинематической схемы МР и начального состояния манипулятора, высокой точности решения и быстродействия.

Работа поддержана Министерством науки и образования Российской Федерации, Государственный контракт 02G25.31.0025.

Список литературы

1. Ростов Н.В. Анализ алгоритмов решения обратных задач кинематики в системах управления движением роботов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2014. – Вып. 5(205). – Р. 93–99.

2. Трифонов А.Г. Постановка задачи оптимизации и численные методы ее решения [электронный ресурс] // SoftLine Co. Свободный режим доступа: http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_2/index.php (дата обращения: 12.10.2015).

3. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника: пер. с англ.; под ред. В.Г. Градецкого. – М.: Мир, 1989. – 624 с.

4. Шахинпур М. Курс робототехники: пер. с англ.; под ред. С.Л. Зенкевича. – М.: Мир, 1990. – 527 с.

5. Юревич Е.И. Основы робототехники: учеб. для вузов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.

References

1. *Rostov N.V.* Analiz algoritmov resheniya obratnyx zadach kinematiki v sistemax upravleniya dvizheniem robotov, Nauchno-texnicheskie vedomosti SPbGPU. Informatika. Telekommunikacii. Upravlenie, 2014, vypusk 5(205), 93–99.

2. *Trifonov A.G.* Postanovka zadachi optimizacii i chislennye metody ee resheniya [elektronnyj resurs] A.G. Trifonov. SoftLine So. Svobodnyj rezhim dostupa: http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_2/index.php (data obrashheniya: 12.10.2015).

3. *Fu K., Gonsales R., Li K.* Robototexnika. Per. s angl. pod red. V.G. Gradeckogo. M.: Mir, 1989. 624 p.

4. *Shaxinpur M.* Kurs robototexniki. Per. s angl. pod red. S.L. Zenkevicha. M.: Mir, 1990. 527 p.

5. *Yurevich E.I.* Osnovy robototexniki: ucheb. dlya vuzov. SPb.: BHV-Peterburg, 2005. 416 p.

Рецензенты:

Завьялов В.В., д.т.н., профессор кафедры технических средств судовождения, Морской государственный университет имени адмирала Г.И. Невельского, г. Владивосток;

Верёвкин В.Ф., д.т.н., профессор кафедры электрооборудования и автоматики судов, Морской государственный университет имени адмирала Г.И. Невельского, г. Владивосток.