

УДК 004.023:[504.054+504.064.2]

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО СРОКА «ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ ЖИЗНИ» ОКОЛОЗЕМНЫХ ОРБИТ В УСЛОВИЯХ ПРОГРЕССИРУЮЩЕГО РАЗМНОЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА

¹Шестопалова О.Л., ²Шестопалов Р.П., ²Дарбузова К.О.

¹Филиал «Восход» ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», Байконур, e-mail: neman2004@mail.ru;

²ГБОУ Лицей «Международная космическая школа им. В.Н. Челомея», Байконур, e-mail: kamosya_d@bk.ru

Рассматриваются вопросы прогнозирования предельного срока хозяйственного использования околоземных орбит в случае, когда эксплуатация орбит становится невозможной по причине сверхдопустимой засоренности космическим мусором техногенного происхождения. Выделены три стадии развития засоренности: стадия накопления критической плотности, стадия каскадного размножения космического мусора и стадия стабилизации плотности космического мусора. Прогнозирование осуществляется на основе моделирования роста плотности засоренности околоземного космического пространства логистической кривой. Приведено впервые полученное аналитическое выражение, позволяющее спрогнозировать величину предельного срока «экологической жизни» околоземной орбиты как решение нечеткого уравнения, включающего нечетко заданную величину предельно допустимой плотности засоренности. Описан способ решения данного уравнения при треугольной форме функции принадлежности нечеткого множества значений предельно допустимой плотности засоренности. Показано, каким образом преобразовать нечеткий результат прогнозирования к интервальной форме.

Ключевые слова: околоземное космическое пространство, космический мусор, размножение космического мусора, предельный срок «экологической жизни» околоземных орбит, прогнозирование, нечеткое множество

FORECASTING OF THE DEADLINE «ENVIRONMENTAL LIFE» OF THE NEAR-EARTH ORBITS IN TERMS OF PROGRESSIVE PROPAGATION OF SPACE DEBRIS

¹Shestopalova O.L., ²Shestopalov R.P., ²Darbuzova K.O.

¹A Branch «Voskhod» of the Moscow aviation institute (national research university), Baikonur, e-mail: neman2004@mail.ru;

²Lyceum «International space school named after: V.N. Chelomey», Baykonur, e-mail: kamosya_d@bk.ru

The article deals with the issues of forecasting of the deadline «environmental life» of the near-earth orbits in terms of progressive propagation of space debris. We have identified three stages of development of the propagation of space debris: the stage of accumulation of critical density, the stage of cascade propagation of space debris and the stage of stabilization of the space debris density. Forecasting is based on logistic curve for growth of space debris density. For the first time are obtained the analytical expression, that allows to predict the deadline «environmental life» of the near-earth orbits as a solution of fuzzy equations, including fuzzy value of maximum allowable density of space debris. The solution method of this equation is described. Method deals with the triangular shape of the membership function of a fuzzy set values of maximum permissible density of space debris. Shows how to convert a fuzzy result of the prediction for interval form.

Keywords: the near-earth space, space debris, space debris propagation, the near-earth orbits deadline «environmental life», forecasting, fuzzy set

Одной из негативных тенденций, осложняющей дальнейшее освоение и использование околоземного космического пространства (ОКП) в интересах населения Земли, является тенденция его загрязнения техногенным мусором или так называемым, космическим мусором (КМ) [1]. На протяжении всей космической эры, начиная с 1957 года по настоящее время, степень засоренности ОКП неуклонно возрастала и будет продолжать расти, даже если полностью прекратить запуски космических аппаратов (КА). Этому в определенной мере способствует «подключение»

нового механизма формирования КМ, связанного с «размножением» КМ за счет разрушения крупных фрагментов мусора при их неупругом столкновении или столкновении с действующими КА. Этот эффект (впервые описанный Дональдом Кесслером в 1978 году [7]) получил название эффекта каскадного размножения Кесслера. Механизм каскадного размножения Кесслера запускается при достижении плотностью КМ критического значения, после чего количество фрагментов увеличивается по экспоненте. Со временем процесс размножения КМ замедляется по причине уменьшения

числа относительно крупных фрагментов мусора и связанного с этим преобладания упругого столкновения над неупругим.

Целью настоящего исследования является построение математической модели прогнозирования предельного срока «экологической жизни» околоземных орбит в условиях прогрессирующего размножения космического мусора в соответствии с эффектом Кесслера.

Можно выделить три стадии формирования космического мусора: I – стадию накопления критической плотности КМ, II – стадию каскадного размножения КМ и III – стадию стабилизации плотности КМ.

Первая стадия характеризуется относительно невысокой скоростью роста числа объектов космического мусора (ОКМ). Причинами появления ОКМ на данной стадии являются: процессы эрозии внешних элементов конструкции КА; отделившиеся в процессе вывода КА на орбиту и не сгоревшие в плотных слоях атмосферы составные части ракет-носителей, разгонных блоков; осколки взорвавшихся на орбите КА; технологические элементы оборудования, случайно отделившиеся от орбитальных станций в процессе выполнения работ в открытом космосе; фрагменты КА, разрушенных в ходе испытаний средств поражения военного назначения. На второй стадии наблюдается ускорение процесса образования ОКМ за счет столкновения крупных фрагментов КМ с разрушением последних. Третья стадия характерна для ситуации, когда подавляющее большинство крупных фрагментов КМ разрушено, новые КА на рассматриваемую орбиту не выводятся, а мелкие фрагменты сталкиваются, не образуя осколков.

В зависимости от стадии скорость $V_p(t)$ возрастания плотности ОКМ $\rho(t)$ во времени изменяется нелинейно, т.е. сначала возрастает, затем уменьшается до нуля. В то же время для удельной скорости $V_p^{yl}(t)$, равной $\frac{d\rho(t)}{dt} \cdot \frac{1}{\rho(t)}$, характерен линейный вид зависимости. Удельная скорость роста плотности ОКМ, равная в начальный момент r , по мере роста плотности ОКМ снижается, и при $\rho(t) = P$ становится равной нулю, т.е. процесс размножения ОКМ останавливается, а плотность ОКМ стабилизируется, асимптотически приближаясь к числу P . Эта зависимость математически может быть записана в виде уравнения

$$V_p^{yl}(t) = r - k\rho(t), \quad (1)$$

где $k = \frac{r}{P}$, где r – начальное значение удельной скорости возрастания плотности ОКМ,

фиксируемое на момент начала первой стадии; P – максимальное установившееся значение плотности ОКМ по завершении третьей стадии

Приняв во внимание, что

$$V_p^{yl}(t) = \frac{d\rho(t)}{dt} \cdot \frac{1}{\rho(t)},$$

можно записать

$$\frac{d\rho(t)}{dt} \cdot \frac{1}{\rho(t)} = r - \frac{r}{P}\rho(t) \quad (2)$$

или

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = \rho(t) \left(r - \frac{r}{P}\rho(t) \right). \quad (3)$$

Уравнение (3) носит название уравнения Ферхюльста, впервые примененного бельгийским математиком П. Ферхюльстом в 1838 году для описания роста численности населения.

Решив дифференциальное уравнение (3), получаем логистическую кривую [3].

$$\rho(t) = \frac{P}{1 + \left(\frac{P}{P_0} - 1 \right) \cdot e^{-r(t-t_0)}}, \quad (4)$$

где P_0 – начальное значение плотности ОКМ, фиксируемое на момент t_0 начала первой стадии.

Можно найти координату точки перегиба функции (4):

$$t^* = \frac{\ln b}{a} = \frac{\ln \left(\frac{P}{P_0} - 1 \right)}{r}$$

и значение функции (4) в этой точке $\rho(t^*) = \frac{P}{2}$

Введем параметр $P_{\text{Пред}}$, равный предельному значению плотности ОКМ, при достижении которого использование околоземной орбиты становится невозможным по критериям опасности или нерентабельности затрат на защиту КА от ОКМ.

Предельным сроком «экологической жизни» $T_{\text{С.ж}}$ околоземной орбиты будем называть интервал времени от начала ее использования до достижения предельного уровня $P_{\text{Пред}}$ загрязнения орбиты КМ.

Составим и решим относительно $T_{\text{С.ж}}$ следующее уравнение:

$$P_{\text{Пред}} = \frac{P}{1 + \left(\frac{P}{P_0} - 1 \right) e^{-r(T_{\text{С.ж}} - t_0)}}. \quad (5)$$

Откуда

$$T_{С.Ж} = -\frac{1}{r} \cdot \ln \left(\frac{\frac{P}{P_{Пред}} - 1}{\frac{P}{P_0} - 1} \right) + t_0. \quad (6)$$

Окончание использования околоземной орбиты зависит от возможностей КА противостоять воздействию потока высокоэнергетических частиц КМ. При этом надо учитывать, что средства защиты с течением времени развиваются и включают в себя как пассивные, так и активные средства, построенные на различных физических принципах. Стоимость таких средств защиты различна, эффективность также отличается. Все это приводит к тому, что трудно назначить устраивающее всех конкретное значение $P_{Пред}$. В связи с чем выходом из положения может быть отказ от назначения одного фиксированного значения предельного уровня $P_{Пред}$ загрязнения орбиты в пользу рассмотрения некоторого спектра значений $P_{Пред}$, отличающихся по степени предпочтительности [4–6].

Математически такую идею можно реализовать, если использовать возможности теории нечетких множеств (ТНМ). С позиций ТНМ предельный уровень $P_{Пред}$ загрязнения орбиты космическим мусором зададим в виде нечеткого множества (НМ):

$$\underline{P}_{Пред} = \left\{ \left(P, \mu_{\underline{P}_{Пред}}(P) \right) \right\}, \quad (7)$$

функция принадлежности (ФП) $\mu_{\underline{P}_{Пред}}(P)$ которого имеет треугольную форму и описывается в аналитическом виде как

$$\mu_{\underline{P}_{Пред}}(P) = \begin{cases} 0, & P \leq P_{Лев}; \\ \frac{P - P_{Лев}}{P_{Ср} - P_{Лев}}, & P_{Лев} < P < P_{Ср}; \\ \frac{P_{Пр} - P}{P_{Пр} - P_{Ср}}, & P_{Ср} < P < P_{Пр}; \\ 0, & P \geq P_{Пр}. \end{cases} \quad (8)$$

С учетом (8) НМ $\underline{P}_{Пред}$ можно кратко записать в виде тройки параметров:

$$\underline{P}_{Пред} = \langle P_{Лев}, P_{Ср}, P_{Пр} \rangle. \quad (9)$$

Рассчитаем предельный срок «экологической жизни» околоземной орбиты при нечетком задании предельного уровня загряз-

нения орбиты космическим мусором. Для этого подставим (7) в формулу (6):

$$\underline{T}_{С.Ж} = -\frac{1}{r} \cdot \ln \left(\frac{\frac{P}{\underline{P}_{Пред}} - 1}{\frac{P}{P_0} - 1} \right) + t_0. \quad (10)$$

В выражении (10) необходимо произвести ряд операций над нечеткой величиной $\underline{P}_{Пред}$. Л. Заде в работе [2] предложен способ нахождения произвольных функций от нечетких аргументов, который называется «принцип обобщения Л. Заде». В нашем случае, когда должна быть вычислена функция вида (10) от одного нечеткого аргумента $\underline{P}_{Пред}$, применяя принцип обобщения Л. Заде, получаем правило: результат нахождения функции вида (10) от нечеткого аргумента $\underline{P}_{Пред}$ есть нечеткая величина $\underline{T}_{С.Ж}$, значения которой рассчитываются по формуле (6), а функция принадлежности совпадает с функцией принадлежности нечеткого аргумента $\underline{P}_{Пред}$ (8).

Математически это правило можно записать следующим образом:

$$\underline{T}_{С.Ж} = \left\{ \left(t, \mu_{\underline{T}_{С.Ж}}(t) \right) \right\};$$

$$t = -\frac{1}{r} \cdot \ln \left(\frac{\frac{P}{\underline{P}_{Пред}} - 1}{\frac{P}{P_0} - 1} \right) + t_0;$$

$$\mu_{\underline{T}_{С.Ж}}(t) = \mu_{\underline{P}_{Пред}}(P). \quad (11)$$

В случае с треугольной функцией принадлежности вида (8) по аналогии с (9) ФП НМ $\underline{T}_{С.Ж}$ можно записать в виде

$$\underline{T}_{С.Ж} = \langle T_{Лев}, T_{Ср}, T_{Пр} \rangle; \quad (12)$$

$$T_{Лев} = -\frac{1}{r} \cdot \ln \left(\frac{\frac{P}{P_{Лев}} - 1}{\frac{P}{P_0} - 1} \right) + t_0;$$

$$T_{Ср} = -\frac{1}{r} \cdot \ln \left(\frac{\frac{P}{P_{Ср}} - 1}{\frac{P}{P_0} - 1} \right) + t_0;$$

$$T_{\text{Пр}} - \frac{1}{r} \cdot \ln \left(\frac{\frac{P}{P_{\text{Пр}}} - 1}{\frac{P}{P_0} - 1} \right) + t_0.$$

Наиболее наглядно изложенный выше способ прогнозирования предельного срока «экологической жизни» околоземной орбиты при нечетком задании предельного уровня загрязнения орбиты КМ показан на рис. 1.

Способ нечеткого прогнозирования предельного срока «экологической жизни» околоземной орбиты более адекватно учитывает вид фактической неопределенности информации о значении предельного уровня загрязнения орбиты космическим мусором. Однако нечеткость результата прогнозирования не всегда удобна для практического использования. В связи с этим исследуем вопрос возмож-

ности преобразования нечеткой оценки предельного срока «экологической жизни» околоземной орбиты к четкому виду.

В теории нечетких множеств существует операция нахождения альфа-сечения НМ, позволяющая преобразовать нечеткое множество к четкому.

Альфа-сечением A_α нечеткого множества $A = \left\{ \left(a, \mu_A(a) \right) \right\}$ называется обычное,

то есть четкое подмножество, определяемое формулой $A_\alpha = \{ a \mid \mu_A(a) \geq \alpha \}$, $\alpha \in [0; 1]$.

Принцип нахождения альфа-сечения показан на рис. 2.

В зависимости от выбора конкретного значения α могут быть найдены различные множества T_α . Очевидно, что необходимо выбирать значение α не произвольно, а некоторым оптимальным способом.

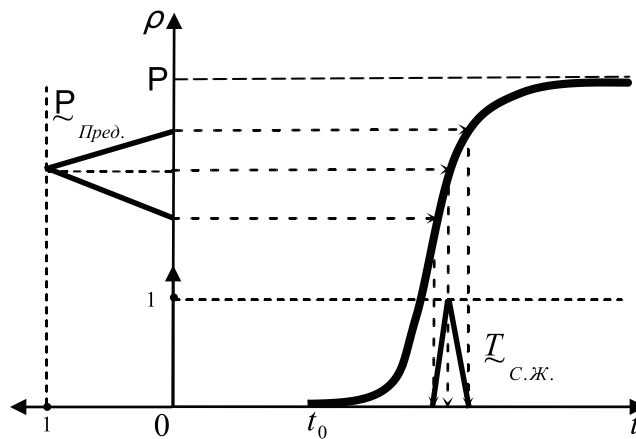


Рис. 1. Способ нечеткого прогнозирования предельного срока «экологической жизни» околоземной орбиты

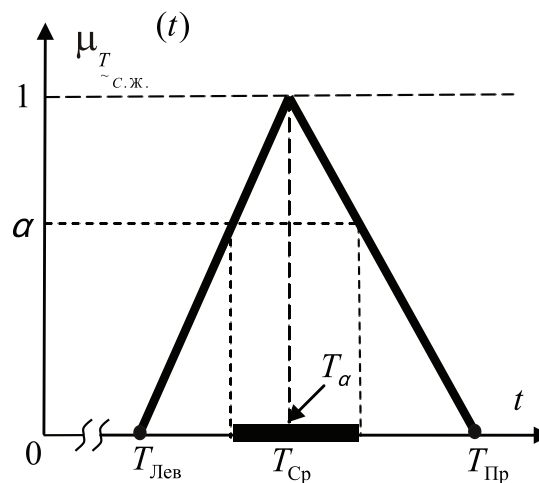


Рис. 2. Нахождение альфа-сечения T_α нечеткого множества предельного срока «экологической жизни» околоземной орбиты

Будем руководствоваться следующим правилом выбора. Чтобы наилучшим способом преобразовать НМ $T_{С.Ж}$ к четкому множеству, необходимо выбрать такое значение α^* , при котором четкое множество T_{α^*} наиболее близко к рассматриваемому НМ. В теории нечетких множеств доказано, что для того, чтобы наилучшим способом преобразовать НМ $T_{С.Ж}$ к четкому множеству, необходимо выбрать значение $\alpha^* = 0,5$. Полученное описанным способом четкое множество $T_{0,5}$ есть интервальная оценка момента окончания срока «экологической жизни» $T_{С.Ж}$ околоземной орбиты по критерию ее загрязнения космическим мусором.

Заключение

В работе получены аналитические выражения для прогнозирования срока «экологической жизни» орбит космических аппаратов с учетом прогрессирующей по закону Кесслера засоренности околоземного космического пространства техногенным мусором.

Предполагается, что срок «экологической жизни» космической орбиты заканчивается, когда описываемая логистической кривой плотность КМ достигает некоторого предельного уровня. Показано, что величина данного предельного уровня зависит от нескольких факторов, в частности от развития степени защиты КА от КМ, и не может быть задана в виде фиксированного значения плотности. Предложено описывать предельное значение плотности КМ нечеткой величиной, задаваемой экспертно. При этом результат прогнозирования срока окончания «экологической жизни» космической орбиты есть нечеткий интервал времени, который в данной работе предложено преобразовывать в обычный четкий интервал методом оптимального вписывания прямоугольника в треугольную функцию принадлежности нечеткого интервала времени.

Разработанный способ отличается простотой и наглядностью и может служить основой получения предварительных оценок срока «экологической жизни» орбит КА, которые затем можно уточнять с помощью более сложных и более дорогих программно-моделирующих комплексов.

Список литературы

1. Вениаминов С.С., Червонов А.М. Космический мусор – угроза человечеству / под ред. Р.Р. Назирова, О.Ю. Аксенова. – М.: ИКИ РАН, 2012. – 189 с.
2. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – 165 с.
3. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. – М.: Статистика, 1977. – 200 с.
4. Шестопалова О.Л. Определение границ поля допуска параметров бортовой аппаратуры космических аппаратов на стадии создания при ограниченном объеме информации об условиях эксплуатации / А.Н. Миронов, Е.А. Миронов, О.Л. Шестопалова, С.А. Платонов // Информация и космос. – 2015. – № 3. – С. 167–171.
5. Шестопалова О.Л. Исследование вопросов моделирования границ области работоспособности элементов бортовой аппаратуры космических аппаратов на стадиях создания и эксплуатации / А.Н. Миронов, Е.А. Миронов, О.Л. Шестопалова, С.А. Платонов // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 2–13. – С. 2815–2818.
6. Шестопалова О.Л. Оценивание значений границ поля допуска параметров бортовой аппаратуры космических аппаратов для стадии эксплуатации в условиях информационной неопределенности / А.Н. Миронов, Е.А. Миронов, О.Л. Шестопалова, С.А. Платонов // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 2–13. – С. 2819–2823.
7. Kessler D., Cour-Palais B. Collisional Frequency of Artificial Satellites: The creation of a debris belt // J. Geophysical Research. – 1978. – Vol. 83. – № A6.

References

1. Veniaminov S.S., Chervonov A.M. *Kosmicheskij musor ugroza chelovechestvu* [Space Debris – a Threat to Humanity]. Moscow, IKI RAN, 2012. 189 p.
2. Zade L.A. *Ponyatie lingvisticheskoy peremennoy i ego primenenie k prinyatiyu priblizhennykh resheniy* [The Concept of Linguistic Variable and its Application to Decision-Making]. Moscow, Mir, 1976. 165 p.
3. Chetyrkin E.M. *Statisticheskie metody prognozirovaniya* [Statistical Forecasting Methods]. Moscow, Statistika, 1977. 200 p.
4. Mironov A.N., Mironov E.A., Shestopalova O.L., Platonov S.A. *Informatsiya i kosmos* – Information and Space, 2015, no 3, pp. 167–171.
5. Mironov A.N., Mironov E.A., Shestopalova O.L., Platonov S.A. *Fundamentalnye issledovaniya* [Fundamental Research]. 2015, no. 2–13, pp. 2815–2818.
6. Mironov A.N., Mironov E.A., Shestopalova O.L., Platonov S.A. *Fundamentalnye issledovaniya* [Fundamental Research]. 2015, no. 2–13, pp. 2819–2823.
7. Kessler D., Cour-Palais B. Collisional Frequency of Artificial Satellites: The creation of a debris belt // J. Geophysical Research. 1978. Vol. 83. N. A6. 1978.

Рецензенты:

Козлов В.В., д.т.н., профессор кафедры, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург;

Садин Д.В., д.т.н., профессор кафедры, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург.