УДК 535.375:551.521

МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФАЗОВОГО ФРОНТА В БАЗИСЕ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

[1]Безуглов Д.А., [2]Сахаров И.А.

[1]Ростовский филиал Российской таможенной академии, Ростов-на-Дону, e-mail: bezuglovda@mail.ru;
[2]ФГБОУ ВПО «Донской государственный технический университет», Ростов-на-Дону, e-mail: sakharov.i.a@yandex.ru

Основным элементом адаптивных оптических систем фазового сопряжения является датчик фазового фронта. С его помощью проводят измерения фазы в различных точках апертуры оптической системы с последующим «сшиванием» измерений и формированием распределения фазы фазового фронта по всему зрачку. В силу специфики квадратичного детектирования в оптике чаще всего используются датчики интерференционного и гартмановского типов, которые позволяют измерять разности фаз между соседними участками апертуры или локальные наклоны фазового фронта на апертуре. При решении такой задачи не удается применить рекуррентную процедуру. При больших размерах апертуры это приводит к повышенным вычислительным затратам и ограничивает применение указанного алгоритма в реальном масштабе времени, а уменьшение апертуры ведет к увеличению ошибки аппроксимации фазового фронта. В последнее время в технике адаптивной оптики возрос интерес к применению в качестве корректоров фазового фронта гибких зеркал с функциями отклика, близкими к ортогональным полиномам Цернике. При этом является актуальной задача вычисления управляющих сигналов для зеркал на современных ЭВМ с минимальными вычислительными затратами.

Ключевые слова: датчик фазового фронта, полиномы Цернике, адаптивные оптические системы

METHOD FOR RECONSTRUCTING THE PHASE FRONT IN A BASIS OF ORTHOGONAL FUNCTIONS

[1]Bezuglov D.A., [2]Sakharov I.A.

[1]Rostov branch of the Russian Customs Academy, Rostov-on-Don, e-mail: bezuglovda@mail.ru;
[2]FGBOU VPO «Don State Technical University», Rostov-on-Don, e-mail: sakharov.i.a@yandex.ru

The main element of adaptive optical systems, phase conjugation is a phase front sensor. With it spend measure the phase at different points of the aperture of the optical system with subsequent «stitching» measurements and the formation of the phase distribution of the phase front across the pupil. Due to the nature of quadratic detection in optics the most commonly used sensors interferometric and Hartmann types, which allow you to measure the phase difference between adjacent areas of the aperture or the local tilts of the phase front at the aperture. Such a task cannot apply a recursive procedure. With larger aperture, this leads to high computational cost and limits the application of this algorithm in real time, and the reduction of the aperture leads to an increase of the error of approximation of the phase front. Recently in the technique of adaptive optics has increased the interest to use as correctors of the phase front flexible mirrors with the response function close to orthogonal Zernike polynomials. This is an actual problem of computing control signals for the mirrors on modern computers with minimal computational cost.

Keywords: the sensor of the phase front, Zernike polynomials, adaptive optical system

В настоящее время развитие оптических систем передачи информации нового поколения основано на использовании широкополосных и сверхширокополосных сигналов. Воздействие аддитивных помех рассеяния можно минимизировать использованием методов нелинейной фильтрации, а влияние энергетического ослабления возможно компенсировать выбором энергетики оптического канала. В этой связи компенсация вредного влияния турбулентных неоднородностей среды распространения, создающих случайную пространственно-временную структуру показателя преломления и определяющих оптические свойства атмосферы, является наиболее сложной задачей.

Одним из наиболее эффективных способов ослабления возмущающего действия атмосферы является применение адаптивных методов и систем. Также можно отметить, что применение других методов и подходов в принципе не может обеспечить такого эффекта. Основные идеи, положенные в фундамент создания адаптивных систем, предложены сравнительно недавно. Процесс минимизации искажений волнового фронта в адаптивной оптической системе сводится к получению информации об искажениях, формированию управляющего воздействия на основе выбранных критериев и адаптации и коррекции фазового фронта. Адаптивные оптические системы фазовой компенсации в общем случае представляют собой систему автоматического управления с замкнутым многоканальным контуром. Основными элементами системы являются:

анализатор – датчик фазового фронта, устройство обработки – цифровая или аналоговая ЭВМ и корректор фазового фронта. Существующие схемы функционирования адаптивных оптических систем позволяют решить задачу компенсации вредного влияния турбулентности. Получаемые при этом технические решения достаточно сложны. Поэтому существующие адаптивные оптические системы представляют собой многоканальные системы автоматического управления. А показатели качества таких систем в общем случае нелинейно зависят от числа каналов управления и улучшаются с их увеличением.

Для того чтобы адаптивные оптические системы передачи информации обеспечивали повышенную помехоустойчивость при минимальных аппаратурных затратах, число каналов необходимо ограничить при обеспечении заданного значения критерия качества. С экономической точки зрения для того чтобы адаптивные оптические системы передачи информации обеспечивали повышенную помехоустойчивость и как следствие – большую дальность действия при минимуме аппаратурных затрат, число каналов необходимо ограничить при обеспечении заданного значения критерия качества. Также к настоящему времени не решена задача синтеза специализированных алгоритмов оптимального и квазиоптимального измерения параметров фазового фронта в таких системах.

Основным элементом адаптивных оптических систем фазового сопряжения является датчик фазового фронта. С его помощью проводят измерения фазы в различных точках апертуры оптической системы с последующим «сшиванием» измерений и формированием распределения фазы фазового фронта по всему зрачку.

Датчики гартмановского типов позволяют измерять разности фаз между соседними участками апертуры или локальные наклоны фазового фронта, пропорциональные величинам вида, где k – волновое число; $\varphi(x, y)$ – функция,

$$k^{-1}\cdot\frac{\partial\varphi(x, y)}{\partial x_{ij}};\quad k^{-1}\cdot\frac{\partial\varphi(x, y)}{\partial y_{ij}},$$

описывающая распределение фазы на апертуре [1, 5].

Известен алгоритм [8] восстановления фазового фронта по результатам измерений частных производных в точках апертуры, предполагающий при обработке результатов измерений от $m\times n$ субапертур решение системы из $(m + 1)(n + 1)$ линейных алгебраических уравнений. При решении такой системы не удается применить рекуррентную процедуру. При больших *m и n* это приводит к повышенным вычислительным затратам и ограничивает применение указанного алгоритма в реальном масштабе времени, а уменьшение m и n ведет к увеличению ошибки аппроксимации фазового фронта. В последнее время в технике адаптивной оптики возрос интерес к применению в качестве корректоров фазового фронта гибких зеркал с функциями отклика, близкими к ортогональным полиномам Цернике. При этом является актуальной задача вычисления управляющих сигналов для зеркал на современных ЭВМ с минимальными вычислительными затратами.

Цель работы – синтез алгоритма вычисления коэффициентов разложения фазового фронта по системе ортогональных полиномов на основе измерений значений частных производных фазового фронта в точках субапертуры.

Рассмотрим метод восстановления фазового фронта в виде разложения по системе ортогональных функций по результатам измерений датчика гартмановского типа.

Рассмотрим задачу в следующей постановке. Пусть на прямоугольной апертуре S размером $(a, b)\times(c, d)$, состоящей из $m\times n$ субапертур, датчик Гартмана измеряет значения частных производных вида $\frac{\partial\varphi(x_i, y_i)}{\partial x}$ и $\frac{\partial\varphi(x_i, y_i)}{\partial y}$ в середине каждой субапертуры S_{ij}. Зададим на интервалах (a, b) и (c, d) две системы ортогональных функций $\{\mu_k(x)\}$ и $\{\lambda_k(y)\}$ $k=\overline{0,N}$ из пространства $C'(S)$, таких, что скалярные произведения вида

$$(\mu_k,\mu_r)=\int_a^b \mu_k(x)\mu_r(x)\rho(x)dx = 0 \text{ при } r\neq k,$$

$$(\lambda_k,\lambda_r)=\int_c^d \lambda_k(y)\lambda_r(y)\rho(y) = 0 \text{ при } r\neq k, \quad (1)$$

и удовлетворяющих следующим дифференциальным уравнениям [8, 5]:

$$\frac{\partial}{\partial x}\big[\sigma(x)\rho(x)\big]=\tau(x)\rho(x);$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\big[\sigma_1(y)\rho_1(y)\big]=\tau_1(y)\rho_1(y) \quad (2)$$

при условиях

$$x^m\sigma(x)\rho(x)\big|_{x=a,b}=0;$$

$$y^m\sigma_1(y)\rho_1(y)\big|_{y=c,d}=0,\quad (m = 0, 1, ...),\quad (3)$$

где

$$\sigma(x)=(x-a)(b-x);\quad \sigma_1(y)=(y-c)(d-y);$$

$$\rho(x)=(b-x)^{\alpha}(x-a)^{\beta};$$

$$\rho_1(y)=(c-y)^{\gamma}(y-d)^{\gamma};$$

$$\tau(x)=-(\alpha+\beta+2)x+a+b+\alpha a+\beta b;$$

$$\tau_1(y)=-(\gamma+\eta+2)y+c+d+\gamma c+\eta d.$$

Искаженный фазовый фронт может быть представлен в виде [1, 3]:

$$\varphi(x,y)=\sum_{k=0}^{N}a_k\psi_k(x,y), \quad (4)$$

где $$\psi_k(x,y)=\mu_k(x)\lambda_k(y). \quad (5)$$

Рассмотрим синтез алгоритма вычисления коэффициентов a_k разложения вида (4) по результатам измерения значений частных производных фазового фронта в точках субапертуры. Продифференцируем по x и y выражение (4):

$$\frac{\partial\varphi(x,y)}{\partial x}=\sum_{k=0}^{N}a_k\frac{\partial\psi_k(x,y)}{\partial x};$$

$$\frac{\partial\varphi(x,y)}{\partial y}=\sum_{k=0}^{N}a_k\frac{\partial\psi_k(x,y)}{\partial y}. \quad (6)$$

Тогда значения частных производных фазового фронта в точках апертуры могут быть представлены как

$$\frac{\partial\varphi(x_i,y_j)}{\partial x}=\sum_{k=0}^{N}a_k\frac{\partial\psi_k(x_i,y_j)}{\partial x};$$

$$\frac{\partial\varphi(x_i,y_j)}{\partial y}=\sum_{k=0}^{N}a_k\frac{\partial\psi_k(x_i,y_j)}{\partial y}; \quad (7)$$

$$i=\overline{1,m},\quad j=\overline{1,n}.$$

Коэффициенты a_k получим из условия минимума функционала вида

$$Q(a_0, a_1,..., a_N)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial\varphi(x_i,y_j)}{\partial x}-\sum_{k=0}^{N}a_k\frac{\psi_k(x_i,y_j)}{\partial x}\right)^2+$$
$$+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial\varphi(x_i,y_j)}{\partial y}-\sum_{k=0}^{N}\frac{a_k\psi_k(x_i,y_j)}{\partial y}\right)^2, \quad i=\overline{1,m};\quad j=\overline{1,n}. \quad (8)$$

Дифференцируя выражение (8) по a_1 и приравнивая значения частных производных вида $\frac{\partial Q(a_0,a_1,...,a_N)}{\partial a_l}$ к нулю, получим систему из $N+1$ линейных уравнений:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left[\frac{\partial\varphi(x_i,y_j)}{\partial y}\cdot\frac{\partial\psi_l(x_i,y_j)}{\partial y}+\frac{\partial\varphi(x_i,y_j)}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi_l(x_i,y_j)}{\partial x}\right]=$$
$$=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left[\sum_{k=0}^{N}a_k\left(\frac{\partial\psi_k(x_i,y_j)}{\partial y}\cdot\frac{\partial\psi_l(x_i,y_j)}{\partial y}+\frac{\partial\psi_k(x_i,y_j)}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi_l(x_i,y_j)}{\partial x}\right)\right], \quad (9)$$

$$N+1<m;\quad N+1<n;\quad l=\overline{U,N};\quad i=\overline{1,m};\quad j=\overline{1,n}.$$

Введем следующие обозначения:

$$\frac{\partial\varphi_k(x_i,y_j)}{\partial x}=P_{kij};\quad \frac{\partial\psi_k(x_i,y_j)}{\partial x}=R_{kij};\quad \frac{\partial\varphi_k(x_i,y_j)}{\partial y}=L_{kij};\quad \frac{\partial\psi_k(x_i,y_j)}{\partial y}=M_{kij}.$$

Учитывая свойство ортогональности производных полиномов, удовлетворяющих условиям(1), (2), (3), решение системы (9) запишется в виде

$$a_k=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\frac{L_{kij}M_{kij}+P_{kij}R_{kij}}{R_{kij}^2+M_{kij}^2}. \quad (10)$$

В соответствии с формулой Родрига частные производные ортогональных полиномов могут быть представлены следующими соотношениями:

$$\frac{\partial\psi_k(x,y)}{\partial x}=\frac{\partial\mu_k(x)\lambda_k(y)}{\partial x}=A_k A_k'\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{\rho(x)}\cdot\frac{d^k}{dx^k}\left(\sigma^k(x)\rho(x)\right)\right]\times$$
$$\times\left[\frac{1}{\rho_1(y)}\cdot\frac{d^k}{dy^k}\cdot\left(\sigma_1^k(y)\rho_1(y)\right)\right];\qquad(11)$$

$$\frac{\partial\psi_k(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial\lambda_k(y)\mu_k(x)}{\partial y}=A_k A_k'\frac{d}{dy}\left[\frac{1}{\rho_1(y)}\cdot\frac{d^k}{dy^k}\cdot\left(\sigma^k(y)\rho_1(y)\right)\right]\times$$
$$\times\left[\frac{1}{\rho(x)}\cdot\frac{d^k}{dx^k}\cdot\left(\sigma^k(x)\rho(x)\right)\right],\qquad(12)$$

где A_k, A_k^1 – постоянные, зависящие от нормировки и определяемые по методике, изложенной в [1, 5]. Значения частных производных $\frac{\partial\psi_k(x_i, y_i)}{\partial y}$ и $\frac{\partial\psi_k(x_i, y_i)}{\partial x}$ для всех значений i, j, k могут быть рассчитаны заранее.

Для восстановления фазового фронта в соответствии с (10) потребуется $P = 3Nmn$ операций. Функции отклика реальных зеркал могут не удовлетворять условиям (2), (3). Однако и в этом случае удается построить алгоритм восстановления фазового фронта.

Пусть в выражении (4) ψ_k не удовлетворяет (2), (3) и является функцией отклика гибкого зеркала. Тогда, введя обозначения

$$\frac{\partial\varphi(x_i,y_j)}{\partial y}\cdot\frac{\partial\psi_l(x_i,y_j)}{\partial y}+\frac{\partial\varphi(x_i,y_j)}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi_l(x_i,y_j)}{\partial x}=b_{lij};$$

$$\frac{\partial\psi_k(x_i,y_j)}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi_l(x_i,y_j)}{\partial x}+\frac{\partial\psi_k(x_i,y_j)}{\partial y}\cdot\frac{\partial\psi_l(x_i,y_j)}{\partial y}=C_{klij},$$

систему можно записать как

$$\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}a_k c_{klij}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}b_{lij},\qquad l=\overline{1,N}\qquad(13)$$

или в матричной форме:

$$Da = F,\qquad(14)$$

где D – матрица правой части системы линейных уравнений (13) с элементами $d_{kl}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{klij}$; a – вектор-строка искомых коэффициентов; F – вектор-столбец правой части системы с элементами

$$f_l=\sum_{i=1}^{m}\times\sum_{j=1}^{n}b_{lij}.$$

Решение системы запишется в виде

$$a = D^{-1}F.\qquad(15)$$

Матрица D^{-1} для АОС вычисляется заранее, так как ее элементы не зависят от измеряемых датчиком гартмановского типа локальных наклонов фазового фронта на субапертурах. Таким образом, обработка результатов измерений фазового фронта в реальном масштабе времени сведется к вычислению элементов F в соответствии с (14) и умножению матрицы D^{-1} на F [7].

Выводы

Предложенный в работе метод позволяет существенно упростить конструкцию датчика фазового фронта и обеспечить его восстановление в реальном масштабе времени. Матрица D^{-1} может быть вычислена заранее, что также уменьшает объем вычислительных затрат. С учетом того, что на практике можно использовать ограниченное число полиномов, предложенный подход может быть использован в адаптивных оптических системах.

Список литературы

1. Безуглов Д.А., Вернигора А.А. Восстановление фазового фронта в базисе ортогональных функций по результатам измерений датчика гартмановского типа // Оптика атмосферы и океана. – 1990. – Т. 3. – № 03. – С. 284–288.

2. Безуглов Д.А., Решетникова И.В., Сахаров И.А. Методы оценки потенциальных характеристик адаптивных оптических систем // Вопросы образования и науки: теоретический и методический аспекты: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции: в 11 частях. – 2014. – С. 18–20.

3. Безуглов Д.А., Решетникова И.В., Сахаров И.А. Разработка новых структур адаптивных оптических систем // Вопросы образования и науки: теоретический и методический аспекты: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции: в 11 частях. – 2014. – С. 21–23.

4. Безуглов Д.А., Решетникова И.В., Сахаров И.А. Адаптивные оптические системы: методы и устройства восстановления и коррекции фазового фронта // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 4. – С. 142.

5. Безуглов Д.А., Решетникова И.В., Сахаров И.А. Полиномы цернике в задаче восстановления фазового фронта датчиками тангенциального и радиального типов // Современные проблемы радиоэлектроники: материалы Первой межрегиональной научной конференции / научн. ред. Д.А. Безуглов. – 2006. – С. 127–132.

6. Безуглов Д.А., Решетникова И.В., Сахаров И.А. Датчики фазового фронта: монография; Ростовская акад. сервиса (фил.), ГОУ ВПО «Южно-Российский гос. ун-т экономики и сервиса» (РАС ЮРГУЭС). – Ростов-на-Дону, 2007.

7. Безуглов Д.А., Забродин Р.А., Миронович Д.В., Решетникова И.В., Сахаров И.А. Тангенциальный датчик фазового фронта // Пат. на изобретение 2365956 Россия, МПК G02B 26/06 (2006.01) , заявл. 2007149364/28 от 26.12.2007, опубл. 27.08.2009, Бюл. № 24.

8. Фрид Дж. Построение оценки искажений фазового фронта методом наименьших квадратов по множеству измерений разности фаз // Адаптивная оптика: пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – С. 332.

References

1. Bezuglov D.A., Vernigora A.A. Vosstanovlenie fazovogo fronta v bazise ortogonalnyh funkcij po rezultatam izmerenij datchika gartmanovskogo tipa // Optika atmosfery i okeana. 1990. T. 3. no. 03. pp. 284–288.

2. Bezuglov D.A., Reshetnikova I.V., Sakharov I.A. Metody ocenki potencialnyh harakteristik adaptivnyh opticheskih sistem. V sbornike: Voprosy obrazovanija i nauki: teoreticheskij i metodicheskij aspekty. sbornik nauchnyh trudov po materialam Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii: v 11 chastjah. 2014. pp. 18–20.

3. Bezuglov D.A., Reshetnikova I.V., Sakharov I.A. Razrabotka novyh struktur adaptivnyh opticheskih sistem. V sbornike: Voprosy obrazovanija i nauki: teoreticheskij i metodicheskij aspekty. sbornik nauchnyh trudov po materialam Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii: v 11 chastjah. 2014. pp. 21–23.

4. Bezuglov D.A., Reshetnikova I.V., Sakharov I.A. Adaptivnye opticheskie sistemy: metody i ustrojstva vosstanovlenija i korrekcii fazovogo fronta // Sovremennye problemy nauki i obrazovanija. 2014. no. 4. pp. 142.

5. Bezuglov D.A., Reshetnikova I.V., Sakharov I.A. Polinomy cernike v zadache vosstanovlenija fazovogo fronta datchikami tangencialnogo i radialnogo tipov. V sbornike: Sovremennye problemy radiojelektroniki. materialy Pervoj mezhregionalnoj nauchnoj konferencii. Nauchnyj redaktor D.A. Bezuglov. 2006. pp. 127–132.

6. Bezuglov D.A., Reshetnikova I.V., Sakharov I.A. Datchiki fazovogo fronta. Monografija; Rostovskaja akad. servisa (fil.), GOU VPO «Juzhno-Rossijskij gos. un-t jekonomiki i servisa» (RAS JuRGUJeS). Rostov-na-Donu, 2007.

7. Bezuglov D.A., Zabrodin R.A., Mironovich D.V., Reshetnikova I.V., Sakharov I.A. Tangencialnyj datchik fazovogo fronta // Pat. na izobretenie 2365956 Rossija, MPK G02B 26/06 (2006.01), zajavl. 2007149364/28 ot 26.12.2007, opubl. 27.08.2009, Bjul. no. 24

8. Frid Dzh. Postroenie ocenki iskazhenij fazovogo fronta metodom naimenshih kvadratov po mnozhestvu izmerenij raznosti faz // Adaptivnaja optika. Per. s angl. M.: Mir, 1980.

Рецензенты:

Звездина М.Ю., д.ф.-м.н., доцент, зав. кафедрой «Радиоэлектроника», ФГБОУ ВПО «Донской государственный технический университет», г. Ростов-на-Дону;

Габриэльян Д.Д., д.т.н., профессор, заместитель начальника научно-технического комплекса «Антенные системы» по науке, ФНПЦ ФГУП «РНИИРС», г. Ростов-на-Дону.