

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

Юдин С.В.

*ФГБОУ ВПО «Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова»,
Тульский филиал, Тула, e-mail: svjudin@rambler.ru*

Широкое распространение международных стандартов серии ИСО 9000 ... ИСО 9004 и других приводит к необходимости внедрения на всех предприятиях и учреждениях, начиная от машиностроительных заводов и до общеобразовательных школ и институтов, систем управления качеством. Одной из основных частей этих систем должны быть статистические методы контроля. Однако применение статистических методов не регламентировано и отнесено к компетенции конкретного предприятия. Обычные методы математической статистики, как показал автор с коллегами по научным исследованиям, не позволяют построить адекватную систему контроля и управления качеством, что приводит к огромным экономическим потерям. Предлагается использовать идеи и математический аппарат теории информации, базирующийся на понятиях информации и энтропии, а также концепцию интегрального риска, позволяющие существенным образом сократить средний объем инспекции.

Ключевые слова: информация, энтропия, математическая статистика, качество, риск, интегральный риск, управление качеством

SOME PROBLEMS OF STATISTICAL QUALITY CONTROL AND METHODS OF THEIR DECISION

Yudin S.V.

Russian University of Economics, the Tula branch, Tula, e-mail: svjudin@rambler.ru

Widespread international standards ISO 9000 ... ISO 9004 and other leads to the need to implement all companies and institutions, ranging from engineering plants, and to schools and universities, quality management systems. One of the main parts of these systems need to be statistical methods of control. However, the use of statistical methods is not regulated and is within the competence of a particular company. Conventional methods of mathematical statistics, as shown by the author and his colleagues for research, do not allow to build an adequate system of quality control and management, resulting in huge economic losses. It is proposed to use the ideas and the mathematical apparatus of the theory of information based on the concepts of information and entropy, as well as the concept of integral risk, allowing significantly reduce the average amount of inspection.

Keywords: information, entropy, mathematical statistics, quality, risk, integrated risk management, quality management

Включение отечественных товаропроизводителей в международную торговлю и конкуренцию, внедрение в России международных стандартов управления качеством ИСО серии 9000 [3, 4, 5] привело к необходимости не только повышения качества продукции, но и документального подтверждения этого.

Вопросы управления качеством имели и имеют приоритетный характер. Несмотря на широкое внедрение методов менеджмента качества, статистических методов контроля и управления, до сих пор не удается найти универсальный подход, позволяющий подойти к бездефектному производству. Брак – это бич современной экономики.

Разумеется, разные виды продукции требуют разных систем и методов контроля и управления качеством.

В настоящее время предлагается использовать методы менеджмента качества, направленные на построение систем безде-

фектного производства. Это, однако, является недостижимым идеалом. Причина этого в том, что процесс возникновения брака носит вероятностный характер. В этой связи можно утверждать, что брак был, есть и будет. Вопрос только в том, как минимизировать возможные издержки.

В данной статье будут рассмотрены некоторые методы статистического приемочного контроля (СПК), которые в ряде случаев являются единственным возможным способом оценить качество изделий

Основная проблема, возникающая при проведении статистического приемочного контроля (СПК) партий продукции любого вида, заключается в том, что все существующие методы оценки качества продукции на основе данных контроля случайной выборки основываются на распределении Пуассона числа дефектов, как в выборке, так и в партии. Необходимо заметить, что распределение Пуассона является не очень точным приближением биномиального

распределения, которое, в свою очередь, при решении задач контроля является приближением точного гипергеометрического распределения.

Точное гипергеометрическое распределение при больших объемах партии практически невозможно вычислить, т.к. необходимо считать факториалы больших чисел.

Очевидно, что двойное приближение приводит к существенным ошибкам.

Ниже будет широко использоваться термин «план контроля». План контроля – это набор числовых параметров (объем выборки и приемочное число / числа) и регламента по выбору того или иного решения по результатам контроля. Под приемочным числом понимают максимально допустимое в выборке количество обнаруженных дефектов (дефектных или негодных к применению изделий), когда партия в целом может считаться удовлетворяющей требованиям Потребителя.

На ряде предприятий с крупносерийным производством до сих пор применяют старый стандарт ГОСТ 18242-72 [1]. Он имеет ряд недостатков. Во-первых, при расчете предлагаемых планов контроля использовалось распределение Пуассона числа дефектных изделий в выборке, что не дает возможность явно учесть объем контролируемой партии, а имеющиеся рекомендации носят эмпирический характер. Во-вторых, имеется большое количество планов контроля с нулевым приемочным числом, что не позволяет оценить реальное положение дел. В-третьих, планы контроля, предлагаемые стандартом, имеют высокий средний объем инспекции.

Эти недостатки объяснимы, если учесть невысокие возможности существовавшей в то время вычислительной техники и высокую стоимость проведения расчетов.

Современные персональные компьютеры обладают вычислительной мощностью, превосходящей любые суперкомпьютеры конца 60-х – начала 70-х годов. Это позволяет кардинально изменить сам подход к выбору планов статистического приемочного контроля.

С точки зрения автора, вообще не должно существовать стандартов на выбор планов СПК. Каждое предприятие имеет свои характерные особенности,

объем партий, предъявляемых к испытанию, может отличаться от того, что имеется в стандартах. Необходимо лишь регламентировать алгоритмы расчетов планов СПК и последующих оценок.

Автор предлагает следующий подход, основанный на математическом аппарате теории информации и концепции «интегрального риска».

Оперативная кривая информационного плана контроля

Принцип контроля по альтернативному признаку предполагает разбиение множества изделий на две группы: 1 – изделия годные; 2 – изделия бракованные. Пусть q – вероятность получения бракованного изделия. Процесс, характеризуемый двумя состояниями, вероятность нахождения в которых постоянна, а сумма этих вероятностей равна единице, есть биномиальный процесс, оценить который можно с помощью его энтропии

$$H(q) = -q \cdot \ln q - (1 - q) \cdot \ln(1 - q).$$

Функция $H(q)$ является теоретическим параметром, характеризующим состояние процесса. Оценкой этого параметра является эмпирическая энтропия

$$H^*(q^*) = -q^* \cdot \ln q^* - (1 - q^*) \cdot \ln(1 - q^*),$$

где $q^* = d/n$; n – объем выборки, по которой оценивается качество потока; d – число дефектных изделий, обнаруженных в выборке.

Эмпирическая энтропия является состоятельной, смещенной и асимптотически нормальной оценкой энтропии [6], причем

$$\left. \begin{aligned} M[H(q)] &= H(q) - \frac{1}{2n}; \\ \sigma^2[H(q)] &= \frac{q \cdot \ln^2(q + 1 - q) \cdot \ln^2(1 - q)}{n}. \end{aligned} \right\} (1)$$

Пусть $H_0 = H(q_0)$ – энтропия процесса, соответствующая допустимому входному уровню дефектности q_0 .

Оперативная кривая информационного плана контроля определяется следующим образом:

$$L(H(q)) = P(H \leq H_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2[H(q)]}} \int_{-\infty}^{H_0} \exp\left[-\frac{(H - H(q))^2}{2\sigma^2[H(q)]}\right] dH. \quad (2)$$

Оперативная кривая – это вероятность забраковать партию при заданной доле дефектных изделий в ней.

Зафиксируем объем выборки n . Введем понятие приемочного числа d_n такого, что $H(q_0 = d_n/n) = H_0$. Зададим также значения приемочной q_n и браковочной q_6 дефектностей (долей брака), а также риски потребителя β и поставщика α . Так как

$$\alpha = 1 - L(q_n)$$

или

$$L(q_n) = 1 - \alpha,$$

а

$$L(q_n) = \Phi(t_0),$$

где

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx,$$

а

$$t_0 = \frac{H(q) - H_0}{\sigma(H(q_0))},$$

получаем, что

$$H_0 = H(q_n) + t_{1-\alpha} \cdot \sigma[H(q_n)],$$

где $t_{1-\alpha}$ – $(1 - \alpha)$ -квантиль нормального распределения.

Отсюда получаем уравнение, определяющее d_n как неявную функцию объема выборки n :

$$\begin{aligned} -\frac{d_n}{n} \ln\left(\frac{d_n}{n}\right) - \left(1 - \frac{d_n}{n}\right) \ln\left(1 - \frac{d_n}{n}\right) = \\ = H(q_n) + t_{1-\alpha} \sigma[H(q_n)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Браковочное число d_6 определяется аналогично из условия, что вероятность принятия партии при входной дефектности q_6 равна $1 - \beta$.

Отсюда получаем

$$\begin{aligned} -\frac{d_6}{n} \ln\left(\frac{d_6}{n}\right) - \left(1 - \frac{d_6}{n}\right) \ln\left(1 - \frac{d_6}{n}\right) = \\ = H(q_6) - t_{1-\beta} \sigma[H(q_6)]. \end{aligned} \quad (4)$$

Планы контроля, полученные выше, рассчитываются, исходя из требований поставщика либо потребителя. Часто ставится задача удовлетворить обоим требованиям одновременно. В этом случае приемочное и браковочное числа рассматриваются как функции объема выборки n при фиксированных α, β, q_n, q_6 .

Требуемый план контроля определяется совместным решением уравнений (3) и (4) с дополнительным условием $d_n = d_6$. Из этих уравнений с учетом вышесказанного получаем

$$\begin{aligned} H(q_n) + t_{1-\alpha} \sigma[H(q_n)] = \\ = H(q_6) - t_{1-\beta} \sigma[H(q_6)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Решение уравнения (5) дает значение объема выборки n , при котором возможно удовлетворить требованиям поставщика и потребителя одновременно:

$$n = \left[\frac{t_{1-\alpha} \cdot \Sigma(q_n) + t_{1-\beta} \cdot \Sigma(q_6)}{H(q_6) - H(q_n)} \right]^2, \quad (6)$$

где $\Sigma(q) = \sqrt{q \cdot \ln^2 q + (1 - q) \cdot \ln^2 (1 - q)}$.

Искомое значение приемочного числа d_n определяется из уравнения (3) при найденном из (6) значении объема выборки.

На рисунке приведен пример оперативной кривой информационного плана контроля и ее сравнение с оперативной кривой, рассчитанной на основе распределения Пуассона.

Можно заметить, что кривая информационного плана контроля существенно круче и ниже кривой пуассоновского плана, что уменьшает оба риска. Это подтверждено и результатами имитационного моделирования процесса контроля.

Информационные планы контроля, методика расчета которых приведена выше, имеют ряд преимуществ перед теми, которые рассчитаны на основе распределения Пуассона. Как показано в работе С.В. Юдина и других [6], средний объем инспекции у них ниже, объем выборки, как правило, также меньше, чем у планов СПК, предлагаемых стандартами. Тем не менее и у этого подхода имеются свои недостатки. В первую очередь следует отметить, что ни в одной методике нет учета индивидуальных особенностей предприятия. Кроме того, понятия

риска Потребителя и Изготовителя (Поставщика) определяются точно, в то время как любого участника контроля интересует в целом вероятность получения бракованной партии, т.е. такой, доля или количество дефектных изделий в которой превышает оговоренную величину.

Принцип интегрального риска в крупносерийном и массовом производстве

Для того чтобы ответить на этот вопрос, необходимо знать распределение

дефектности изделий. Оно может быть получено на основе анализа данных о качестве продукции за достаточно большой промежуток времени. Эта информация носит объективный характер, в отличие от признака «уровень доверия».

Пусть плотность распределения доли дефектных изделий описывается функцией $w(q)$. Пусть фиксированы объем выборки n и приемочное число c . Вероятность того, что доля брака в принятой партии будет выше оговоренной q_6 , равна

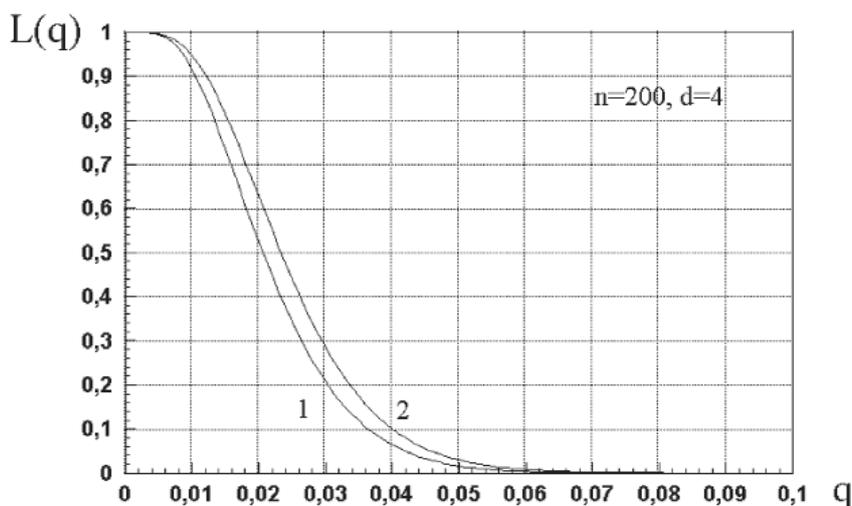
$$P(d < c | q \geq q_6) = \int_{q_6}^1 w(q) \cdot L(q) dq = \int_{q_6}^1 w(q) \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma[H(q)]}} \int_0^{H\left(\frac{c}{n}\right)} \exp\left(-\frac{(H-H(q))^2}{2\sigma^2[H(q)]}\right) dq \right) dq. \quad (7)$$

Эту вероятность назовем интегральным риском Потребителя.

В (7) и ниже d – количество дефектных изделий, обнаруженных в выборке.

Вероятность того, что в результате контроля будет забракована партия с дефектностью меньшей оговоренной, будет равна

$$P(d > c | q < q_6) = \int_0^{q_6} w(q) \cdot (1 - L(q)) dq = \int_0^{q_6} w(q) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma[H(q)]}} \int_0^{H\left(\frac{c}{n}\right)} \exp\left(-\frac{(H-H(q))^2}{2\sigma^2[H(q)]}\right) dq \right) dq. \quad (8)$$



Пример оперативных кривых:

1 – информационный план контроля; 2 – пуассоновский план контроля

Эту вероятность назовем интегральным риском Производителя (Поставщика).

Данный подход позволяет, как видно из вышесказанного, учесть индивидуальные особенности предприятия, исключить из рассмотрения параметр «уровень доверия», более точно оценить реальные риски Потребителя и Поставщика.

Для определения плана контроля необходимо совместное решение системы уравнений (7) и (8) при заданном значении предельно допустимой дефектности партии q_6 , заданных рисках α , β , объеме партии N и функции плотности входной дефектности $w(q)$ относительно объема выборки и приемочного числа.

Объем выборки плана контроля с использованием концепции интегрального риска позволяет снизить объем выборки в 8...10 раз.

Принцип интегрального риска при контроле малых партий

Проблема контроля малых партий заключается в том, что при высоком качестве (и, соответственно, низкой доле брака) объем выборки становится соизмерим с объемом партии, и, в ряде случаев, более целесообразно производить сплошной контроль, что существенно увеличивает себестоимость изделий. В то же время концепция «интегрального риска» позволяет уменьшить объем выборки и средний объем инспекции.

При контроле партий малого объема используется точное гипергеометрическое распределение числа дефектных изделий в выборке:

$$p(n, d; N, D) = \frac{C_D^d \cdot C_{N-D}^{n-d}}{C_N^n}, \quad (9)$$

где n – объем выборки; d – количество дефектных изделий в выборке; N – объем партии; D – количество дефектных изделий в партии. Пусть c – приемочное число, тогда оперативная кривая плана контроля имеет вид

$$L\left(q = \frac{D}{N} \middle| N, n, c\right) = \sum_{i=0}^c \frac{C_D^i C_{N-D}^{n-i}}{C_N^n}. \quad (10)$$

При традиционном подходе риск Изготовителя α определяется как вероятность забраковать партию с количеством дефектных изделий равных D_n :

$$\alpha = 1 - L\left(q = \frac{D_n}{N} \middle| N, n, c\right) = 1 - \sum_{i=0}^c \frac{C_{D_n}^i C_{N-D_n}^{n-i}}{C_N^n}. \quad (11)$$

Риск Потребителя β определяется как вероятность принять партию с количеством дефектных изделий D_6 :

$$\beta = L\left(q = \frac{D_6}{N} \middle| N, n, c\right) = 1 - \sum_{i=0}^c \frac{C_{D_6}^i C_{N-D_6}^{n-i}}{C_N^n}. \quad (12)$$

Здесь D_n и D_6 – приемочное и браковочное количества дефектных изделий в партии ($D_n < D_6$).

Как правило, уровень качества на предприятии в среднем удовлетворяет самым жестким требованиям Потребителя, тем не менее планы контроля, рекомендуемые ГОСТ Р 50779.51-95 [2], имеют высокий риск Поставщика. Учет истории технологического предприятия дает возможность построить ряд распределения входного уровня дефектности (или количества дефектных изделий в партии при постоянном объеме). В этом случае возможно резкое снижение риска Поставщика за счет использования информации об истории качества и использования понятия интегрального риска.

Пусть заданы интегральные риски Потребителя β и Поставщика α . Тогда для определения объема выборки n и приемочного числа c имеем следующую систему равенств:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=0}^{d_n-1} p_j \left[\sum_{i=0}^c \left(1 - \frac{C_j^i C_{N-j}^{n-i}}{C_N^n} \right) \right] &\leq \beta \\ \sum_{j=d_n}^N p_j \left[\sum_{i=0}^c \left(\frac{C_j^i C_{N-j}^{n-i}}{C_N^n} \right) \right] &\leq \alpha \end{aligned} \right\}. \quad (13)$$

Здесь p_j – вероятность появления j дефектов; d_n – предельно допустимое количество дефектов в партии.

Выводы

Информационно-статистический подход к расчету планов статистического приемочного контроля позволяет повысить точность и надежность результатов контроля. Предложенная автором концепция интегрального риска дополнительно снижает средний объем инспекции и позволяет учесть историю работы предприятия.

Полученные результаты дают основание полагать, что их внедрение в практику позволит существенно снизить расходы на управление качеством.

Список литературы

1. ГОСТ 18242-72. Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку. Планы контроля. – М.: Изд-во стандартов, 1987 – 51 с.
2. ГОСТ Р 50779.52-95. Статистические методы. Приемочный контроль качества по альтернативному признаку. – М.: Госстандарт России, Издательство стандартов, 1996. – 230 с.
3. ГОСТ ISO 9000-2011. Межгосударственный стандарт. Системы менеджмента качества. Основные положения и словарь. – М.: Стандартинформ, 2012. – 32 с.
4. ГОСТ ISO 9001-2011. Межгосударственный стандарт. Системы менеджмента качества. – М.: Стандартинформ, 2012. – 28 с.
5. ГОСТ Р ИСО 9004-2010. Менеджмент для достижения устойчивого успеха организации: Подход на основе менеджмента качества. – М.: Стандартинформ, 2011. – 46 с.
6. Григорович, В.Г. Информационные методы в управлении качеством / В.Г. Григорович, С.В. Юдин, Н.О. Козлова, В.В. Шильдин – М.: Стандарты и качество, 2001. – 208 с.

References

1. GOST 18242-72. Statisticheskij priemochnyj kontrol po alternativnomu priznaku. Plany kontrolja. M.: Izd-vo standartov, 1987. 51 pp.

2. GOST R 50779.52-95. Statisticheskie metody. Priemochnyj kontrol kachestva po alternativnomu priznaku. M.: Gosstandart Rossii, Izdatelstvo standartov, 1996. 230 p.

3. GOST ISO 9000-2011. Mezhhgosudarstvennyj standart. Sistemy menedzhmenta kache-stva. Osnovnye polozhenija i slovar. M.: Standartinform, 2012. 32 p.

4. GOST ISO 9001-2011. Mezhhgosudarstvennyj standart. Sistemy menedzhmenta kachestva. M.: Standartinform, 2012. 28 p.

5. GOST R ISO 9004-2010. Menedzhment dlja dostizhenija ustojchivogo uspeha organi-zacii: Podhod na osnove menedzhmenta kachestva. M.: Standartinform, 2011. 46 p.

6. Grigorovich, V.G. Informacionnye metody v upravlenii kachestvom / V.G. Grigorovich, S.V. Judin, N.O. Kozlova, V.V. Shildin M.: Standarty i kachestvo, 2001. 208 p.

Рецензенты:

Архипов И.К., д.т.н., профессор, Тульский филиал, Российская международная академия туризма, г. Тула;

Поляков В.А., д.э.н., доцент, заведующий кафедрой «Экономика, менеджмент и маркетинг», Тульский филиал, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, г. Тула.