УДК 004.942:519.237.7:676.26

ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ СВОЙСТВ МЕЛОВАННОЙ БУМАГИ

Пен Р.З., Чендылова Л.В., Шапиро И.Л.

ФГБОУ ВО «Сибирский государственный технологический университет», Красноярск, e-mail: sibgtu@sibgtu.ru

Методом многомерного факторного анализа исследована структура корреляционных связей между одиннадцатью свойствами $Y_1...Y_{11}$ меловальной суспензии (МС) и мелованной бумаги (МБ). Варьированием долей пигментов – мела, талька, каолина, и связующих – Na-карбоксиметилцеллюлозы (КМЦ), бутадиенстирола (БДС), поливинилацетата (ПВА) в составе МС получены 49 образцов МС и МБ. Изученные свойства: Y_1 – эффективная вязкость МС; Y_2 – индекс (степень аномальности) течения МС; Y_3 – энергия активации течения МС; Y_4 – условная вязкость МС; Y_5 – водоудерживающая способность МС; Y_6 – плотность МБ; Y_7 – масса наноса покрытия МБ; Y_8 – сопротивление МБ разрыву; Y_9 – воздухопроницаемость МБ; Y_{10} – смачиваемость покрытия; Y_{11} – жесткость МБ. Факторные нагрузки на переменные вычислили методом minres, для ортогонального преобразования (вращения) пространства факторов использовали критерий varimax. Установлена возможность привлечения трех латентных факторов для объяснения 65,6% суммарной дисперсии нормализованных переменных. Наибольшие нагрузки первого латентного фактора приходятся на переменные Y_1, Y_3, Y_4, Y_7, Y_{10} и Y_{11}, его природа интерпретирована как соотношение долей КМЦ и БДС в составе связующего. Второй фактор положительно связан с переменной Y_{12} и отрицательно – с Y_9, он интерпретирован, как доля каолина в составе пигмента. Природа третьего фактора связана с долей ПВА в составе связующего, его влияние отразилось на переменных Y_2 и Y_5. Результаты могут быть использованы при выборе параметров оптимизации и критериев оптимальности технологических процессов мелования бумаги.

Ключевые слова: мелование бумаги, свойства бумаги, меловальная суспензия, связующие для мелования, пигменты для мелования, факторный анализ

FACTOR ANALYSIS OF PROPERTIES OF COATED PAPER

Pen R.Z., Chendylova L.V., Shapiro I.L.

Siberian State Technological University, Krasnoyarsk, e-mail: sibgtu@sibgtu.ru

By the method of the multivariate factorial analysis investigated structure correlative relationships between eleven characteristics $Y_1...Y_{11}$ of coat suspension (CS) and coated paper (CP). By the variation of the parties pigment – chalk, talc, kaolin, and the parties binder – Na-karboximethylctllulose (KMC), butadienstirol (BDS), polivenilacetat (PVA) in composition CS are received 49 samples CS and CP. The studied characteristic: Y_1 – efficient viscosity CS; Y_2 – index (the degree anomality) of the current CS; Y_3 – energy of the activation of the current CS; Y_4 – conditional viscosity CS; Y_5 – water-keeping ability CS; Y_6 – density CP; Y_7 – coating mass of the of the covering CP; Y_8 – resistance CP to breaking; Y_9 – air-penetration CP; Y_{10} – covering moisten; Y_{11} – rigidity CP. The factorial loadings on variable have calculated by the method of the minres, for the ortogonal transformation (the rotations) factors space used the varimax criterion. Have been installed possibility of attraction three latent factors for explanation 65.6% total dispersion normalized variable. The most loadings of the first latent factor account for variable Y_1, Y_3, Y_4, Y_7, Y_{10} and Y_{11}, its nature is interpreted, as relation of the parties KMC and BDS in binder composition. The second factor is positively connected with variable Y_{12} and negatively – with Y_9, it is interpreted, as a part of the kaolin in composition of the pigment. The nature of the third factor is connected with part PVA in the binder composition, its influence was reflected on variable Y_2 and Y_5. The results can be used at choice parameter optimization and criterion of optimality technological processes of coat over paper.

Keywords: coating over paper, properties of paper, coating suspension, binders for coating, pigments for coating, factorial analysis

Сопоставление результатов, изложенных в предыдущих сообщениях [3, 4], указывает на существование связей между показателями ряда свойств меловальной суспензии и мелованной бумаги, что проявляется в корреляциях между наблюдаемыми переменными (свойствами) Y_1, Y_2, …, Y_m, включенными в исследование. Наличие корреляций является следствием существования нескольких (меньше, чем число переменных m) «латентных» факторов, изменение которых под влиянием условий (состава меловальной суспензии) вносит совместный вклад в варьирование реологических и бумагомодифицирующих свойств суспензии. Для анализа структуры связей между переменными используются методы многомерного факторного анализа [1, 5].

Дисперсии и корреляции нормализованных переменных Y_1, Y_2, …, Y_m образуют $m \times m$ матрицу $C = \{c_{ij}\}$ с дисперсиями на главной диагонали (при $i = j$) и корреляциями вне главной диагонали (при $i ^1 j$). Задача факторного анализа заключается в построении математической модели в виде линейной регрессии

$$Y_i = l_{i1}f_1 + l_{i2}f_2 + ... + l_{it}f_t + \varepsilon_i; \quad i = 1, ..., m; \quad m > t \tag{1}$$

на основании информации, заключенной в корреляционной матрице C. В выражении (1) переменные f_j – латентные факторы; коэффициенты l_{ij} – нагрузки j-го фактора в i-й переменной. Слагаемые ε_i – остатки с дисперсиями v_i, представляющие собой источники отклонений, действующие только на Y_i. Факторная модель (1) содержит в себе следующую основную гипотезу факторного анализа: множество коррелированных переменных Y_i ($i = 1, 2, \ldots, m$) можно описать меньшим числом латентных факторов f_j ($j = 1, 2, \ldots, t$; $m > t$) и множеством независимых остатков ε_i ($i = 1, \ldots, m$).

Из выражения (1) следует, что корреляционная (в общем случае ковариационная) матрица может быть выражена через нагрузки и остаточные дисперсии:

$$\mathbf{C} = \mathbf{L}\mathbf{L}^{\mathrm{T}} + \mathbf{V}, \qquad (2)$$

где $\mathbf{L}$ – матрица $m\times t$ факторных нагрузок l_{ij}; $\mathbf{V}$ – диагональная матрица $m\times m$ с остаточными дисперсиями v_i на диагонали.

При умножении $\mathbf{L}$ в выражении (2) на любую ортогональную матрицу размера $t\times t$ произведение $\mathbf{L}\mathbf{L}^{\mathrm{T}}$ не изменяется. Следствием этого является существование бесчисленного множества решений, удовлетворяющих равенству (2) и равноценных по статистическим критериям. Поиск наилучшей модели (1) проводят в два этапа. Вначале находят частное решение, удовлетворяющее какому-либо дополнительному формальному ограничению, однозначно фиксирующему факторные нагрузки. Затем производят ортогональное преобразование $\mathbf{L}$ («вращение» пространства факторов), при котором латентные факторы приобретают физическую содержательность.

Экспериментальная часть

Исследовали меловальную суспензию со следующим соотношением компонентов (по массе): пигменты 84,0%, связующие 14,4%, глицерин 0,7%, Na-полифосфат 0,9%. В качестве пигментов использовали каолин, тальк, мел и их смеси. Массовую долю каждого из пигментов в их смеси варьировали в диапазоне значений от 0 до 1 согласно симплекс-центроидному плану эксперимента (7 уровней) [2, 6]. В качестве связующих использовали натриевую соль карбоксиметилцеллюлозы (далее КМЦ), бутадиенстирольный латекс (БДС), поливинилацетатный латекс (ПВА) и их смеси. Массовую долю (по сухому веществу) каждого из связующих в их смеси варьировали также от 0 до 1 с использованием симплекс-центроидного плана (7 уровней). Меловальные составы наносили на бумагу с помощью лабораторного шаберного устройства. Свойства суспензии и мелованной бумаги характеризовали следующими показателями:

Y_1 – эффективная вязкость меловальной суспензии, Па·с;

Y_2 – индекс течения (степень аномальности течения);

Y_3 – эффективная энергия активации течения суспензии, кДж/моль;

Y_4 – условная вязкость суспензии, с;

Y_5 – водоудерживающая способность суспензии;

Y_6 – плотность мелованной бумаги, г/см^3;

Y_7 – масса наноса покрытия, г/м^2;

Y_8 – сопротивление бумаги разрыву;

Y_9 – воздухопроницаемость мелованной бумаги, см^3/мин;

Y_{10} – смачиваемость покрытия, г/м^2;

Y_{11} – жесткость бумаги, единицы градуировки прибора.

Кроме того, для облегчения интерпретации результатов факторного анализа в число свойств включены переменные, характеризующие составы меловальных суспензий:

Y_{12}, Y_{13}, Y_{14} – массовые доли соответственно каолина, талька и мела в составе пигмента;

Y_{15}, Y_{16}, Y_{17} – массовые доли соответственно КМЦ, БДС и ПВА в составе связующего.

Методы определения и статистические характеристики свойств $Y_1 \ldots Y_{11}$ приведены в нашем предыдущем сообщении [4]. Объем выборки составил 49 наблюдений (объектов). Для статистической обработки (корреляционного и факторного анализов) использован пакет прикладных программ Statistica v.10.

Результаты исследования и их обсуждение

Элементы матрицы парных линейных корреляций C между переменными $Y_1 \ldots Y_{11}$ приведены в табл. 1 (верхняя половина над главной диагональю).

Три первых – собственные числа EV матрицы корреляций больше 1, они приведены в табл. 2. Следовательно, для анализа структуры корреляционных связей между изучаемыми свойствами (объектами) имеет смысл привлечь три латентных фактора, ответственных за 65,6% суммарной дисперсии переменных. Факторные нагрузки l_{ij} (табл. 3) вычислили методом итеративных общностей *minres*, для ортогонального преобразования использовали критерий *varimax*, при котором вращение пространства латентных факторов осуществляется с таким расчетом, чтобы наибольшее число элементов в столбцах матрицы нагрузок оказалось близким к 0 или 1 (по абсолютной величине). Элементы главной диагонали матрицы корреляций (табл. 1) соответствуют остаточным дисперсиям переменных (за вычетом долей, обусловленных влиянием латентных факторов), ниже диагонали помещены остаточные корреляции между переменными.

Наглядное представление о связи наблюдаемых переменных с латентными факторами дает рисунок – проекции точек с координатами из табл. 3 на двумерные грани трехмерной области факторного пространства.

Таблица 1

Элементы матриц корреляций между $Y_1 \dots Y_{11}$ (над главной диагональю; критическое значение ±0,28 при уровне значимости 0,05), остаточных дисперсий (на диагонали) и остаточных корреляций (под диагональю)

Переменные	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9	Y_{10}	Y_{11}
Y_1	**0,10**	0,01	0,66	0,77	0,12	–0,40	–0,77	–0,42	0,09	0,64	0,66
Y_2	–0,08	**0,72**	0,02	–0,16	–0,29	–0,35	–0,37	–0,15	–0,16	0,00	0,22
Y_3	0,05	–0,03	**0,46**	0,37	–0,12	–0,60	–0,44	–0,46	0,03	0,32	0,30
Y_4	0,03	–0,01	0,03	**0,19**	0,47	0,01	–0,51	–0,28	–0,06	0,47	0,50
Y_5	–0,07	0,08	0,03	–0,04	**0,36**	0,46	0,00	0,04	0,08	0,11	0,13
Y_6	0,00	0,11	–0,04	–0,02	–0,08	**0,16**	0,33	0,49	–0,26	–0,44	–0,18
Y_7	0,04	–0,24	0,14	0,11	0,11	–0,10	**0,27**	0,33	0,12	–0,54	–0,85
Y_8	0,08	0,11	0,02	–0,05	–0,06	–0,06	–0,15	**0,56**	–0,20	–0,45	–0,16
Y_9	0,04	–0,16	–0,08	0,01	0,25	–0,05	0,18	–0,08	**0,94**	0,42	–0,30
Y_{10}	–0,03	–0,12	–0,19	–0,02	0,08	–0,02	0,08	–0,02	0,35	**0,47**	0,33
Y_{11}	–0,05	0,21	–0,13	–0,15	–0,13	0,02	–0,23	0,18	–0,30	–0,19	**0,42**

Таблица 2

Собственные числа (EV – Eigenvalue) матрицы корреляций

Номер EV	Величина EV	Доля общей дисперсии, %	Кумулятивные EV	Кумулятивные дисперсии, %
1	5,754	33,85	5,754	33,85
2	2,843	16,72	8,597	50,57
3	2,554	15,03	11,151	65,60

Таблица 3

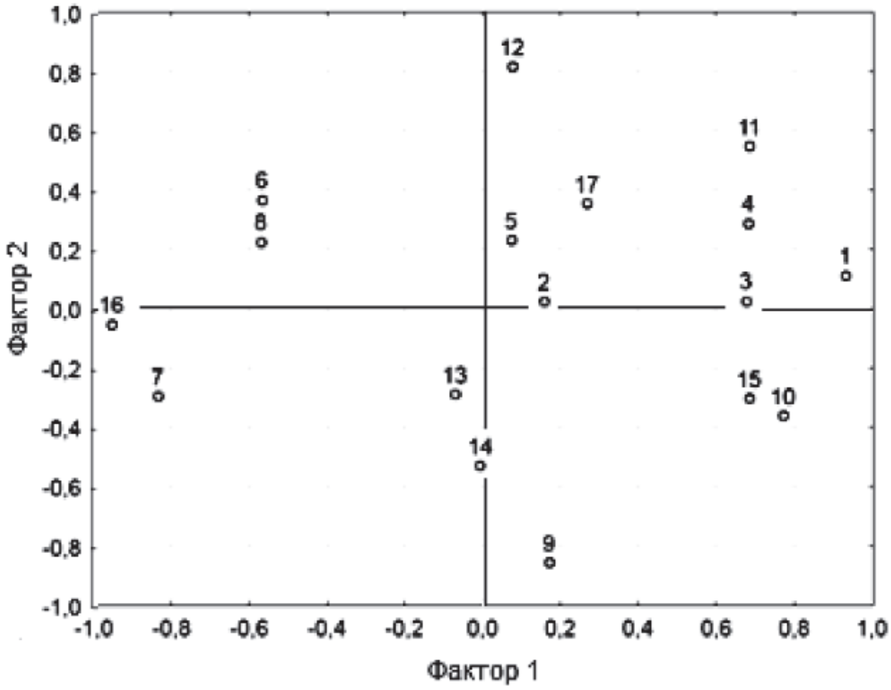
Нагрузки l_{ij} латентных факторов f_j в переменных Y_i

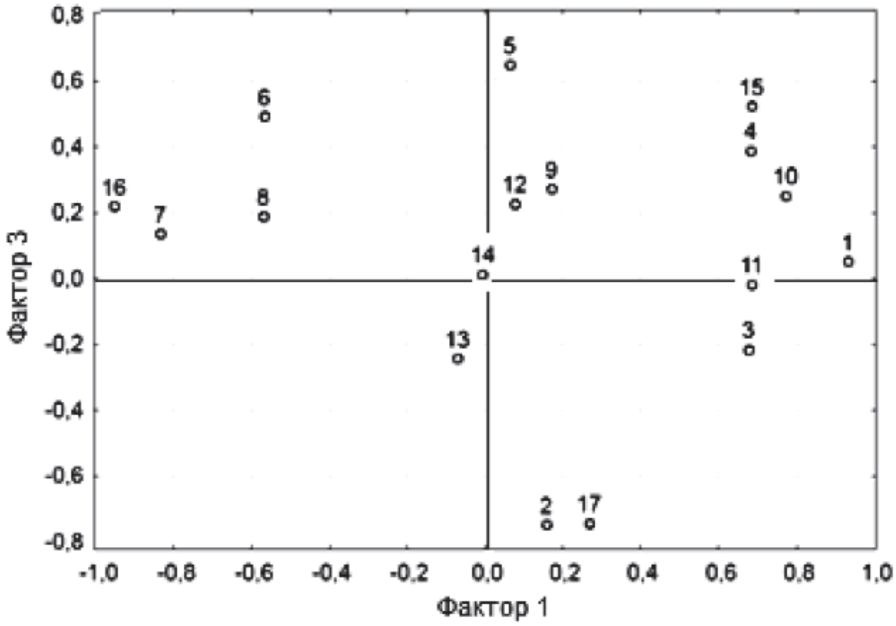
Переменные	Факторы f_j		
	f_1	f_2	f_3
	нагрузки факторов l_{ij}		
Y_1	0,932	0,113	0,053
Y_2	0,157	0,026	–0,747
Y_3	0,677	0,027	–0,215
Y_4	0,683	0,288	0,389
Y_5	0,075	0,232	0,642
Y_6	–0,568	0,368	0,493
Y_7	–0,836	–0,296	0,136
Y_8	–0,569	0,228	0,189
Y_9	0,171	–0,855	0,272
Y_{10}	0,772	–0,361	0,253
Y_{11}	0,685	0,548	–0,017
Y_{12}	0,077	0,817	0,227
Y_{13}	–0,071	–0,286	–0,241
Y_{14}	–0,006	–0,529	0,014
Y_{15}	0,685	–0,302	0,523
Y_{16}	–0,954	–0,052	0,220
Y_{17}	0,268	0,355	–0,741

Наибольшие нагрузки первого латентного фактора приходятся на переменные Y_1, Y_3 и Y_4, характеризующие вязкость меловальной суспензии, а также на переменные Y_{15} и Y_{16}. Поскольку увеличение доли КМЦ в связующем сопровождается наибольшим повышением вязкости суспензии, а введение БДС, напротив, резко снижает вязкость [3], логично интерпретировать природу первого фактора как соотношение этих двух компонентов в составе связующего. С такой интерпретацией согласуются также большие положительные нагрузки первого фактора на переменные Y_{10} и Y_{11} и отрицательная – на Y_7.

Второй фактор однозначно интерпретирован как доля каолина в составе пигмента. На это указывает его высокая положительная нагрузка в переменной Y_{12} и отрицательная – в переменной Y_9. Известно, что каолин в покрытии уменьшает воздухопроницаемость мелованной бумаги в значительно большей степени, чем тальк и мел [3, 7].

Природа третьего фактора связана с долей ПВА в составе связующего (переменная Y_{17}), наиболее существенно его влияние отразилось на степени аномальности течения (переменная Y_2) и водоудерживающей способности (переменная Y_5) суспензии.





Связь объектов наблюдений с латентными факторами (числа у точек – индексы i переменных Y_i)

Заключение

Факторный анализ можно рассматривать в определенном смысле как один из способов группировки свойств изучаемых объектов по характеру их связи с гипотетическими «латентными факторами». Во многих случаях результаты такой группировки не противоречат результатам кластеризации свойств [4]. Некоторые различия обусловлены принципиально разными механизмами классификации: кластерный анализ оперирует многомерными «геометрическими расстояниями» между свойствами, а факторный – корреляционными связями между ними. Оба способа исследования взаимно дополняют друг друга.

Список литературы

1. Дубров А.М., Мхитарян В.С., Трошин Л.И. Многомерные статистические методы. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 352 с.

2. Пен Р.З. Планирование эксперимента в Statgraphics. – Красноярск: Кларетианум, 2003. – 246 с.

3. Пен Р.З., Чендылова Л.В., Шапиро И.Л. Математическое моделирование свойств многокомпонентных меловальных суспензий и мелованной бумаги // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 9 (часть 2). – С. 294–298.

4. Пен Р.З., Чендылова Л.В., Шапиро И.Л. Кластерный анализ свойств мелованной бумаги // Фундаментальные исследования. – 2015.

5/ Прикладная статистика: классификация и снижение размерности / С.А. Айвазян, В.М. Бухштабер, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.

6. Таблицы планов эксперимента для факторных и полиномиальных моделей / В.З. Бродский, Л.И. Бродский, Т.И. Голикова и др. – М.: Металлургия, 1982. – 752 с.

7. Шапиро И.Л. Обработка и переработка бумаги и картона. – Красноярск: Красноярский писатель, 2012. – 204 с.

References

1. Dubrov A.M., Mkhitaryan V.S., Troshin L.I. *Mnogomernye statisticheskie metody* [Multidimensional statistical methods]. Moscow, Finances and Statistics, 2003. 352 p.

2. Pen R.Z. *Planirovanie eksperimenta v Statgraphics* [Design of experiment in Statgraphics]. Krasnoyarsk, Klaretianum, 2003. 246 p.

3. Pen R.Z., Chendylova L.V., Shapiro I.L. Computer simulation of the properties of the multicomponented coating suspension and coated paper. *Fundamental'nye issledovaniya*, 2015, no. 9, pp. 294–298.

4. Pen R.Z., Chendylova L.V., Shapiro I.L. Cluster analysis of properties of coated paper. *.Fundamental'nye issledovaniya*, 2015.

5. Ayvazyan S.A., Bukhshtaber V.M., Enyukov I.S., Meshalkin L.D. *Prikladnaya statistika: klassifikatsiya i snizhenie razmernosti* [Applied statistics: classification and reduction of dimension]. Moscow, Finances and statistics, 1989. 607 p.

6. Brodskiy V.Z., Brodskiy L.I., Golikova T.I. *Tablitsy planov eksperimenta dlya faktornikh i polinomial'nykh modeley* [Tables of designs experiment for factorial and polynomial model]. Moscow, Metallurgy, 1982. 752 p.

7. Shapiro I.L. *Obrabotka i pererabotka bumagi i kartona* [Treatment and working of paper and board]. Krasnoyarsk, Krasnoyarsk writer, 2012. 204 p.

Рецензенты:

Алашкевич Ю.Д., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Машины и аппараты промышленных технологий», ФГБОУ ВО «Сибирский государственный технологический университет», г. Красноярск;

Доррер Г.А., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Системотехника», ФГБОУ ВО «Сибирский государственный технологический университет», г. Красноярск.