

УДК 550.832.6

ПОЛЕ ДАВЛЕНИЯ В ВЕРТИКАЛЬНОМ ПОТОКЕ ГАЗА В СКВАЖИНЕ

¹Филиппов А.И., ²Ахметова О.В., ¹Олефиренко К.В., ¹Телицын Е.С.

¹ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет», Стерлитамакский филиал,
Стерлитамак, e-mail: k.v.olefrenko@gmail.com;

²ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический университет»,
Салаватский филиал, Салават, e-mail: ahoksana@yandex.ru

Найдено выражение для поля давления при течении газа в вертикальной скважине. Предполагается, что на некоторой глубине вследствие возрастания скорости за счет уменьшения плотности в восходящем потоке происходит смена режима течения с ламинарного на турбулентный. В работе представлены результаты решения стационарной нелинейной задачи о распределении давления газа по стволу действующей скважины. Течение считается дозвуковым. Решение найдено в виде неявной зависимости давления от вертикальной координаты. Составлена программа и осуществлены расчеты зависимости градиента давления от скорости и поля давления от координаты вдоль ствола скважины. Показано, что даже в случае дозвукового течения изменения давления газа являются существенными и их влияние необходимо учитывать при расчетах других термодинамических параметров в стволе скважины.

Ключевые слова: поле, плотность, давление, ламинарный и турбулентный поток газа

PRESSURE FIELD IN THE GAS FLOW IN A VERTICAL BOREHOLE

¹Filippov A.I., ²Akhmetova O.V., ¹Olefrenko K.V., ¹Telitsyn E.S.

¹Federal State Educational Institution of Higher Professional Education Bashkir State University,
Sterlitamak Branch, Sterlitamak, e-mail: k.v.olefrenko@gmail.com;

²Federal State Educational Institution of Higher Professional Education Ufa State Petroleum
Technological University, Salavat Branch, Salavat, e-mail: ahoksana@yandex.ru

The expression for pressure field in the flow of gas in a vertical well is found. It is assumed that at a certain depth due to the increasing speed by reducing the density in upstream the change of flow mode from laminar to turbulent occurs. The results of the solution of the stationary nonlinear problem of the gas pressure distribution acting on the trunk well have been presented in the paper. The flow is considered as a subsonic one. The solution is found in the form of an implicit dependence of the pressure on the vertical coordinate. The program is created and the calculations of the dependence of pressure gradient on the velocity have been performed and of the pressure field along the borehole is carried out. It was shown that even in the case of subsonic flow the changes of gas pressure changes are significant. It is necessary to take into consideration their effects when calculating the other thermodynamic parameters in the wellbore.

Keywords: field, density, pressure, laminar and turbulent gas flow

Задача об определении давления в вертикальном потоке газа в скважине в общем случае приводит к необходимости решения нелинейных уравнений и поэтому не исследована окончательно даже для простейшего случая однородного потока газа [2, 3].

Вместе с тем ее решение необходимо для проведения расчетов зависимости плотности, скорости, давления и температуры в газовой скважине [4]. Такие задачи неизбежно возникают при определении технологического режима работы газовых скважин.

Использованное здесь стационарное уравнение движения включает силу трения $F_{тр}$.

$$\rho v \frac{dv}{dz} = -\frac{dP}{dz} - \rho g + F_{тр}. \quad (1)$$

В общем случае плотность определяется из уравнения состояния и является функцией температуры и давления $\rho = \rho(P, T)$. Учет зависимости плотности от температу-

ры сильно усложняет задачу. Однако в ряде задач зависимостью плотности от температуры можно пренебречь.

В *баротропном приближении* плотность газа является функцией давления $\rho = \rho(P)$ или обратно – давления от плотности $P = P(\rho)$. Очевидно, что для изотермических процессов справедливо баротропное приближение. Оно применимо также при относительно небольших перепадах температуры. Применительно к реальным скважинным условиям это оправдано, поскольку перепады давления составляют десятки атмосфер, т.е. порядка 1000% по отношению к атмосферному. В то же время перепады температуры порядка 10°C составляют около 3% по отношению к нормальному значению. Впрочем, баротропное приближение строго справедливо не только для изотермических, но и, например, для адиабатических и других политропных процессов в идеальном газе.

В случае ламинарного потока газа сила внутреннего трения определяется через массовый дебит скважины Q

$$|\bar{F}_{\text{тр}}| = \frac{8\eta Q}{\pi r_0^4}. \quad (2)$$

Поскольку средняя по сечению скважины скорость потока и дебит скважины связаны соотношением $Q = \pi r_0^2 v$, то сила трения пропорциональна средней по сечению скорости газа [5]:

$$F_{\text{тр}} = -\frac{8\eta v}{r_0^2}. \quad (3)$$

В вертикальном восходящем потоке газа происходит увеличение скорости за счет уменьшения плотности. При этом ламинарный режим течения неизбежно переходит в турбулентный. При течении газа с плотностью $\rho = 71,4 \text{ кг/м}^3$, вязкостью $\eta = 10,27 \cdot 10^{-6} \text{ Па}\cdot\text{с}$ при нормальных условиях и значении критического числа Рейнольдса $Re_{\text{кр}} = 2300$ в трубе диаметра $d = 0,062 \text{ м}$ скорость, при которой ламинарное течение сменяется турбулентным, составляет $v = 0,01 \text{ м/с}$. Поскольку указанная смена режимов течения может происходить в некотором диапазоне скоростей, то для верхней границы критического числа Рейнольдса $Re = 5,9 \cdot 10^5$ при тех же условиях течения скорость будет равна $v = 1,37 \text{ м/с}$. Такой диапазон скоростей соответствует дебитам от 0,2 до 40 т/сут.

В турбулентном потоке средняя скорость зависит от градиента давления более сложным образом [1]:

$$v = \sqrt{-\frac{r_0}{2\kappa^2\rho} \frac{dP}{dz} \ln\left(\frac{r_0\rho}{\mu} \sqrt{-\frac{r_0}{2\rho} \frac{dP}{dz}}\right)}. \quad (4)$$

В подкоренном выражении введен знак минус, поскольку градиент давления от-

рицательный при движении газа в положительном направлении оси z .

Поскольку зависимость (4) не позволяет явно выразить зависимость градиента давления от скорости течения, то представим ее в обобщенной форме

$$\frac{dP}{dz} = f(v), \quad (5)$$

где функция f является такой, что обратная к ней совпадает с (4).

Общие закономерности зависимости средней скорости ламинарного и турбулентного потоков от градиента давления и градиента давления от средней скорости потока иллюстрируются на рис. 1–4. Для расчета кривых использованы следующие значения параметров скважины: $D = 2000 \text{ м}$, $r_0 = 0,031 \text{ м}$; наполняющего флюида – метан: $M = 16,04 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, $\rho = 71,4 \text{ кг/м}^3$, $\eta = 10,26 \cdot 10^{-6} \text{ Па}\cdot\text{с}$; $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, $R = 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$, $T = 300 \text{ К}$.

Рис. 1 иллюстрирует зависимость средней скорости ламинарного и турбулентного потока газа от градиента давления. Из сопоставления кривых, приведенных на рис. 1, следует, что при турбулентном режиме величина средней скорости при градиенте давления около 10 Па/м на два порядка ниже, чем при ламинарном.

Рис. 2 иллюстрирует зависимость средней скорости потока газа от градиента давления с учетом изменения режима течения с ламинарного на турбулентный при некотором критическом значении градиента 0,01 Па/м. Из рисунка следует, что при указанных значениях параметров в ламинарном режиме наблюдается линейное возрастание средней по сечению скорости, которое при достижении критического градиента скачкообразно уменьшается в несколько раз.

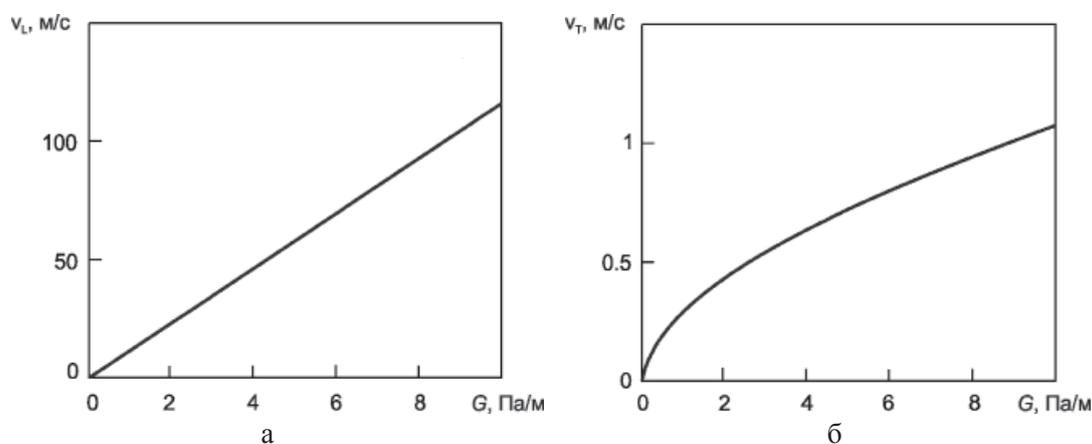


Рис. 1. Зависимость средней скорости ламинарного (а) и турбулентного (б) потока газа в трубе от градиента давления

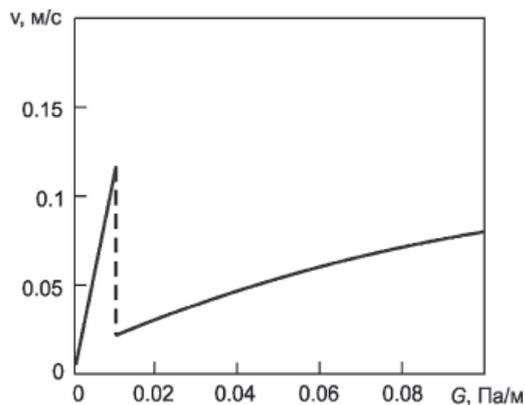


Рис. 2. Зависимость средней скорости потока газа от градиента давления с учетом смены режимов течения

На рис. 3 представлена зависимость градиента давления от средней скорости ламинарного и турбулентного потока газа. Рисунок позволяет судить о величине градиента давления в зависимости от режима течения.

Зависимость градиента давления от средней скорости потока газа с учетом смены режима течения показана на рис. 4. Из кривой, приведенной на рисунке, следует, что изменение режима течения сопровождается скачкообразным возрастанием градиента давления. Проиллюстрированная на рисунке закономерность положена в основу исследования поля давления газового потока в скважине с учетом смены режима течения.

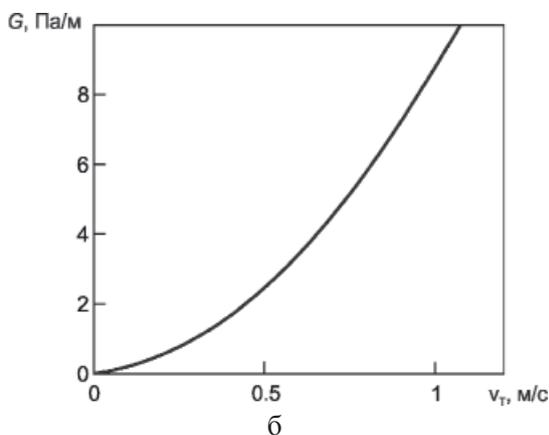
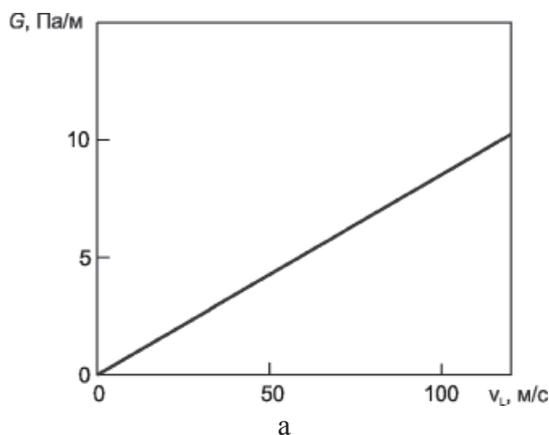


Рис. 3. Зависимость градиента давления от средней скорости ламинарного (а) и турбулентного (б) потока газа

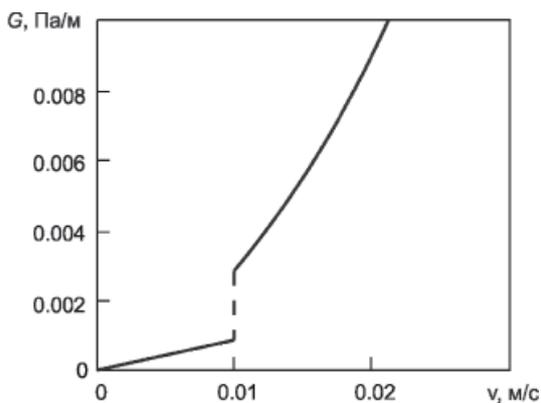


Рис. 4. Изменение градиента давления в зависимости от средней скорости потока газа с учетом перехода течения из ламинарного в турбулентное

Уравнение движения, учитывающее смену режимов течения, с учетом (3) представится как

$$\rho v \frac{dv}{dz} = -\frac{dP}{dz} - \rho g - \quad (6)$$

$$- \frac{8\eta}{r_0^2} v \Phi(v_{кр} - v) - f(v) \Phi(v - v_{кр}),$$

где $\Phi(x)$ – единичная функция Хевисайда.

В случае, когда пространственное ускорение потока равно нулю $\frac{dv}{dz} = 0$, в отсутствие гравитационных сил из (6) следует формула

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{8\eta}{r_0^2} v \Phi(v_{кр} - v) - f(v) \Phi(v - v_{кр}), \quad (7)$$

из которой при $v < v_{кр}$ следует известная формула Пуазейля,

$$Q = -\frac{\pi r_0^4}{8\eta} \frac{dP}{dz}, \quad (8)$$

а при $v > v_{кр}$ – аналогичная зависимость де-бита от градиента давления для турбулентного потока

$$Q = \pi r_0^2 \sqrt{-\frac{r_0}{2\kappa^2 \rho} \frac{dP}{dz}} \ln \left(\frac{r_0 \rho}{\mu} \sqrt{-\frac{r_0}{2\rho} \frac{dP}{dz}} \right). \quad (9)$$

Такое согласие дополнительно свидетельствует о достоверности принятой концепции.

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{\rho_0^2 v_0^2}{\rho} + P \right) = -\rho g - \frac{8\eta \rho_0 v_0}{r_0^2} \frac{1}{\rho} \Phi \left(v_{кр} - \frac{\rho_0 v_0}{\rho} \right) - f \left(\frac{\rho_0 v_0}{\rho} \right) \Phi \left(\frac{\rho_0 v_0}{\rho} - v_{кр} \right). \quad (11)$$

Далее воспользуемся известной формулой для производной сложной функции $\frac{dF}{dz} = \frac{dF}{d\rho} \cdot \frac{d\rho}{dz}$, тогда получим дифференциальное уравнение для определения поля давления в скважине:

$$\left(1 - \frac{\rho_0^2 v_0^2}{\rho^2} \frac{d\rho}{dP} \right) \frac{dP}{dz} = -g\rho - \frac{8\eta \rho_0 v_0}{r_0^2} \frac{1}{\rho} \Phi \left(v_{кр} - \frac{\rho_0 v_0}{\rho} \right) - f \left(\frac{\rho_0 v_0}{\rho} \right) \Phi \left(\frac{\rho_0 v_0}{\rho} - v_{кр} \right). \quad (12)$$

Разделяя переменные в этом уравнении, получим неявную зависимость поля давления от пространственной координаты и определяющих процесс физических параметров:

$$z = \int_P^{P_0} \frac{\left(1 - \frac{\rho_0^2 v_0^2}{\rho^2} \frac{d\rho}{dP'} \right) dP'}{g\rho(P') + \frac{8\eta \rho_0 v_0}{r_0^2 \rho(P')} \Phi \left(v_{кр} - \frac{\rho_0 v_0}{\rho(P')} \right) + f \left(\frac{\rho_0 v_0}{\rho(P')} \right) \Phi \left(\frac{\rho_0 v_0}{\rho(P')} - v_{кр} \right)}. \quad (13)$$

В частном случае для адиабатического процесса в идеальном газе получим $\rho(P) = \rho_0 \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$. Подстановка полученного выражения в уравнение (13) приводит к следующему соотношению:

$$z = \int_P^{P_0} \frac{\left(1 - \frac{\rho_0 v_0^2}{\gamma P_0} \left(\frac{P_0}{P'} \right)^{\frac{3-\gamma}{\gamma}} \right) dP'}{g\rho_0 \left(\frac{P'}{P_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} + \frac{8\eta}{r_0^2} v(P') \Phi(v_{кр} - v(P')) + f(v(P')) \Phi(v(P') - v_{кр})}, \quad (14)$$

где $v(P') = v_0 \left(\frac{P_0}{P'} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$. В случае ламинарного течения зависимость (15) приобретает вид

$$z = \int_P^{P_0} \frac{\left(1 - \frac{\rho_0 v_0^2}{\gamma P_0} \left(\frac{P_0}{P'} \right)^{\frac{3-\gamma}{\gamma}} \right) dP'}{g\rho_0 \left(\frac{P'}{P_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} + \frac{8\eta v_0}{r_0^2} \left(\frac{P_0}{P'} \right)^{\frac{1}{\gamma}}}, \quad (15)$$

Из уравнения неразрывности для стационарного случая имеем $\frac{d(\rho v)}{dz} = 0$. Отсюда

следует $\rho v = \rho_0 v_0$, что позволяет определить зависимость скорости от плотности

$$v = \frac{\rho_0 v_0}{\rho}. \quad (10)$$

С учетом зависимости (6) уравнение движения приводится к виду

а в турбулентном потоке

$$z = \int_P^{P_0} \frac{\left(1 - \frac{\rho_0 v_0^2}{\gamma P_0} \left(\frac{P_0}{P'}\right)^{\frac{3-\gamma}{\gamma}}\right) dP'}{g \rho_0 \left(\frac{P'}{P_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} + f \left(v_0 \left(\frac{P_0}{P'}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\right)}. \quad (16)$$

Формула (14) позволяет построить зависимости давления от вертикальной координаты для стационарного дозвукового потока газа. На рис. 5 представлены результаты расчетов давления газа в стволе скважины при дебите 100 т/сут для различных режимов течения газа. Для расчета кривых использованы указанные выше значения параметров скважины и наполняющего флюида.

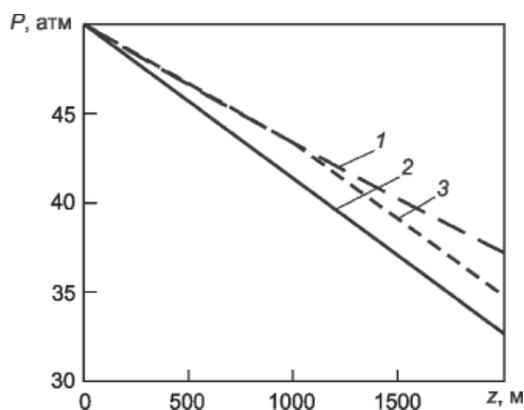


Рис. 5. Зависимости давления газа в скважине от глубины при различных режимах течения:
1 – ламинарный поток;
2 – турбулентный поток;
3 – поток с изменяющимся режимом течения

Кривая 2, выделенная на рисунке сплошной линией, соответствует турбулентному режиму течения и наиболее часто реализуется на практике, поскольку критические значения скорости малы. Кривая 1 построена для случая, если бы ламинарное течение сохранялось во всем диапазоне скоростей.

Кривая 3 описывает поле давлений для случая, когда на глубине 1000 м происходит смена режима течения с ламинарного на турбулентный. Поэтому в диапазоне глубин до 1000 м кривая 3 совпадает с кривой 1 для ламинарного течения. В диапазоне глубин от 1000 до 2000 м кривая 3 соответствует турбулентному режиму течения и симулирует кривую 2, описывающую турбулентный режим течения.

Итак, развитая математическая модель позволяет исследовать поля давления газа в стволе действующей скважины с учетом смены режима течения в диапазоне дозвуковых скоростей и может быть использована для практических расчетов.

Обозначения

Латинские: $\bar{F}_{тр}$ – сила внутреннего трения, Н; $G = \left(\frac{dP}{dz}\right)$ – градиент давления,

Па/м; \vec{g} – вектор ускорения свободного падения, м/с²; M – молярная масса газа, кг/моль; P – поле давления внутри скважины, Па; Q – массовый дебит скважины, т/сут; r_0 – внутренний радиус трубы, м; R – универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/(моль·К); T – температура газа, К; $\vec{v} = (0, 0, v)$ – поле скоростей газа в трубе, м/с; v_0 – фиксированное значение средней скорости по сечению трубы, м/с; $v_{кр}$ – критическое значение скорости, м/с; z – вертикальная координата, м.

Греческие: π – число Пи, равное 3,14; κ – постоянная Кармана, равная 0,4; η – динамическая вязкость газа, Па·с; μ – кинематическая вязкость газа, Па·с; ρ , ρ_0 – плотность газа и ее фиксированное значение соответственно, кг/м³.

Список литературы

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. – 3-е изд., перераб. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 736 с.
2. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Зеленова М.А., Крупинов А.Г. Расчеты температурного поля в газовой скважине // Электронный научный журнал Нефтегазовое дело. – 2011. – URL: http://www.ogbus.ru/authors/FilippovAI/FilippovAI_1.pdf.
3. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Крупинов, А.Г. Дозвуковое течение реального сжимаемого газа в вертикальной трубе // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2011. – Т. 54. – № 12 – С. 112–115.
4. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Олефиренко К.В. Расчет асимптотически осредненного температурного поля турбулентного газового потока в вертикальной скважине // Нефтегазовое дело. – 2013. – № 11–4. – С. 150–157.
5. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Олефиренко К.В. Поле плотности стационарного ламинарного потока газа в скважине // Научно-технический вестник Поволжья. – 2014. – № 4. – С. 31–33.

References

1. Landau L.D., Lifshic E.M. Teoreticheskaja fizika: Uchebnoe posobie. V 10 t. T. VI. Gidrodinamika. 3-e izd., pererab. M.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1986. 736 p.
2. Filippov A.I., Ahmetova O.V., Zelenova M.A., Krupinov A.G. Raschety temperaturnogo polja v gazovoj skvazhine // Jelektronnyj nauchnyj zhurnal Neftegazovoe delo. 2011. URL: http://www.ogbus.ru/authors/FilippovAI/FilippovAI_1.pdf.
3. Filippov A.I., Ahmetova O.V., Krupinov, A.G. Dozvukovoe techenie real'nogo szhimaemogo gaza v vertikal'noj tube // Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Fizika. 2011 T.54. no. 12 pp. 112–115.
4. Filippov A.I., Ahmetova O.V., Olefirenko K.V. Raschet asimptoticheski osrednennogo temperaturnogo polja turbulentnogo gazovogo potoka v vertikalnoj skvazhine // Neftegazovoe delo. 2013. no. 11–4. pp. 150–157.
5. Filippov A.I., Ahmetova O.V., Olefirenko K.V. Pole plotnosti stacionarnogo laminarnogo potoka gaza v skvazhine // Nauchno tehniceskij vestnik Povolzh'ja. 2014. no. 4. pp. 31–33.

Рецензенты:

Галиев А.Л., д.т.н., профессор, директор филиала ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный авиационный технический университет», г. Стерлитамак;

Сабитов К.Б., д.ф.-м.н., профессор, директор ГАНУ «Институт прикладных исследований Республики Башкортостан», г. Стерлитамак.