УДК 531.3

# СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩЕЙ ДВИЖЕНИЯ ЭКЗОСКЕЛЕТА

**Борисов А.В.**

*Филиал ФГБОУ ВПО НИУ «МЭИ», Смоленск, e-mail: BorisowAndrej@yandex.ru*

В статье описывается многозвенная модель экзоскелета. Она строится на основе стержневой механической системы с деформируемыми звеньями. Звенья соединяются между собой при помощи идеальных шарниров-суставов, в которых могут реализовываться необходимые управляющие вращающие моменты. Рассматривается плоская модель. Модель экзоскелета имеет весомые звенья. Все элементы структуры являются упругими. Впервые в подобных моделях длины стержней являются функциями времени. Следовательно, становится возможным задавать программируемые деформации звеньев с тем, чтобы добиться полной синхронизации движений экзоскелета и эндоскелета. При этом должны совпадать упругие свойства биологических тканей и искусственных материалов. Показано существование и единственность решения задачи Коши для полученной системы дифференциальных уравнений движения, описывающей движения экзоскелета в виде стержневой механической системы с деформируемыми звеньями. Для решения поставленной задачи использована теорема Пикара. Все это позволяет в дальнейшем проводить аналитические и численные решения данной системы.

**Ключевые слова: теорема Пикара, задача Коши, дифференциальные уравнения движения, экзоскелет, стержневая механическая система с деформируемыми звеньями**

# THE EXISTENCE AND UNIQUENESS OF SOLUTION OF A SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS DESCRIBING THE MOTION OF AN EXOSKELETON

**Borisov A.V.**

*The Smolensk branch of National Research University «MEI», Smolensk, e-mail: BorisowAndrej@yandex.ru*

The article describes a multi-tier model of an exoskeleton. It is based on a framed mechanical system with deformable tiers. The tiers are linked by means of perfect joint-couplings, which may take the necessary control torques. A planar model is discussed. The model of the exoskeleton has the tires under gravity. All structural elements are elastic. For the first time in such models the length of the tiers are time-varying functions. Therefore, it becomes possible to set programmable deformations of the tiers in order to achieve full synchronization of exoskeleton and endoskeleton motions. With this the elastic properties of biological tissues and artificial materials must coincide. It is shown that the existence and uniqueness of a solution of the Cauchy problem for the resulting system of differential equations of motion that describes the motion of an exoskeleton in the form of a framed of a mechanical system with deformable links. To solve this problem the Picard theorem is used. All this allows to carry out analytical and numerical solutions of this system.

**Keywords: the Picard theorem, the Cauchy problem, the differential equation of motion, exoskeleton, framed mechanical system with deformable links**

В области создания роботов концепция эндоскелета находит теоретическое и практическое воплощение. Большое число степеней свободы, присущее системам с эндоскелетной структурой, имеет свои недостатки, обусловленные их же достоинствами. Большое число степеней свободы обуславливает потенциальную неустойчивость системы, которая должна уравновешиваться более сложной системой управления. В связи с этим в настоящее время все большее развитие получает идея синтеза эндоскелета с экзоскелетом, причем не панцирного, а актуаторного типа, усиливающего функции основного.

В биологических системах эндоскелетного типа структуры, передающие энергию мышц, представляют собой кинематические цепи шарнирно-стержневого типа. Основные формы силового взаимодействия стержней в шарнирах – это рычаги первого и второго рода.

Создание экзоскелетов с различными функциями для гражданских целей может со временем сделать экзоскелет даже более распространенной машиной, чем велосипед.

Во многих странах, не только обладающих большим научно-техническим потенциалом (Россия, США, Германия, Япония и др.), но и в Австралии, Новой Зеландии, ЮАР, Корее и др. проводятся серьезные исследования по созданию антропоморфных роботов и экзоскелетов [1–5, 7–10].

На основе новых технологий и материалов можно будет в перспективе рассчитать и сделать экзоскелет и антропоморфного робота, полностью адекватным движениям человека и с гораздо меньшими энергетическими затратами, чем современные роботы, созданные на основе твердого тела.

Предложим перспективное описание подобной модели.

Исследуем вопрос о существовании и единственности решения задачи Коши полученной ранее системы дифференциальных уравнений движения для механической системы типа экзоскелета с деформируемыми звеньями [1–3]. Удобно проводить анализ на простейшей модели. Поэтому составим дифференциальные уравнения движения для однозвенного механизма.

Для исследования плоского движения экзоскелета с деформируемыми звеньями в одноопорной фазе введем неподвижную правую декартову систему координат $xyz$ с началом в точке $O$, рассмотрим плоскость $xy$, в которой происходит движение центра масс.

Проведем анализ одного звена с управлением в точке крепления. Подобная модель может иметь практическое применение для предотвращения разрушения звена при значительных нагрузках или в медицине при переломах костей. Система имеет одно весомое звено $AB$. Оно является упругим, и длина стержня является функцией времени: $l_1 = l_1(t)$. На рисунке схематично изображено звено и введены соответствующие обозначения.

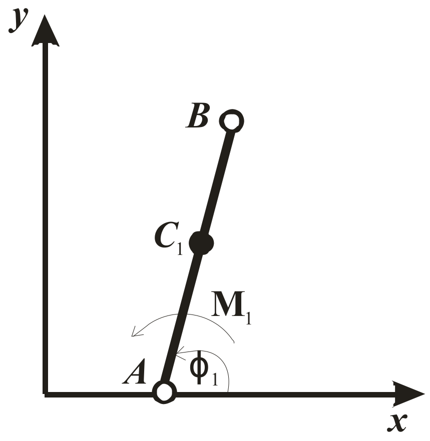


*Схема кинематического звена стержневой механической системы*

Пусть длина рассматриваемого звена экзоскелета $AB = l_1$. Положение однозначно определяется углом $\varphi_1$ и длиной стержня $l_1$. Рассматриваемая система имеет две степени свободы. Обозначим через $M_1$ момент, развиваемый в шарнире. Центр масс звена находится в точке $C_1$. Его положение будем задавать в виде отношения длины от начала звена до центра его масс ко всей длине звена, через множитель $n_1$, $(0 < n_1 < 1)$. Такой способ следует из того, что для человека положения центров масс конечностей определяются эмпирическим путем и задаются в виде отношения одной части звена к другой [1], кроме того, он позволяет учесть изменение положения центра масс во время движения через известные деформации звена. Масса звена – $m_1$. Момент инерции звена, относительно оси, проходящей через точку $A$ перпендикулярно плоскости движения – $I_1$. При расчетах и моделировании движения экзоскелета все вышеприведенные характеристики берутся равными соответствующим экспериментальным данным человека.

Так как активных внешних сил нет, то движение происходит только под действием внутренних сил и внешних реакций. Связь в точке $A$ реализуется в виде идеального шарнира и является двусторонней или удерживающей. Момент $M_1$, действующий в системе, изображен на рисунке.

Записав выражение элементарной работы $\delta A$ для сил, приложенных к системе, получаем обобщенные силы.

$$Q_1 = M_1;$$

$$Q_2 = (l_{10} / l_1 - 1)\, E_1 l_{1_0}^2, \qquad (1)$$

где $l_{1_0}$ – длина недеформированного звена; $E_1$ – модуль Юнга материала, из которого изготовлен элемент экзоскелета.

Пользуясь формализмом Лагранжа, получим систему уравнений движения рассматриваемой стержневой системы, описывающую изменение угловых координат звеньев и деформаций звеньев механизма.

$$\left(I_1 + l_1^2 m_1 n_1^2\right)\ddot{\varphi}_1 + g l_1 m_1 n_1 \cos\varphi_1 + 2 l_1 m n_1^2 \dot{l}_1 \dot{\varphi}_1 = M_1; \qquad (2)$$

$$-l_1 m_1 n_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + g m_1 n_1 \sin\varphi_1 + m_1 n_1^2 \ddot{l}_1 = \left(l_{10} / l_1 - 1\right) E_1 l_{1_0}^2. \qquad (3)$$

Общее решение системы уравнений движения зависит от 4 произвольных постоянных. Чтобы однозначно определить движение, требуется задать начальные условия. Для угловых координат формулы (4), для изменений длин звеньев – (5).

$$\varphi_1\big|_{t=0} = \varphi_{1_0}; \quad \dot{\varphi}_1\big|_{t=0} = \omega_{1_0}; \qquad (4)$$

$$l_1\big|_{t=0} = l_{1_0}; \quad \dot{l}_1\big|_{t=0} = \dot{l}_{1_0}. \qquad (5)$$

Уравнения (2), (3) – дифференциальные уравнения движения для однозвенной механической модели.

Таким образом, записана замкнутая система дифференциальных уравнений. Замкнутость системы дифференциальных уравнений означает, что количество уравнений, с учетом порядка, совпадает с количеством искомых функций, имеются все начальные условия, числовые значения всех констант определены, все это позволяет получить численное решение задачи Коши для записанной системы уравнений.

Используем для решения поставленной задачи исследования существования и единственности сформулированной задачи Коши теорему Пикара. Приведем формулировку данной теоремы [6]:

**Теорема (Пикара):** Пусть правые части системы

$$\begin{cases} \dfrac{d\varphi_1}{dt} = \Phi_1(t, \varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n), \\ \dfrac{d\varphi_2}{dt} = \Phi_2(t, \varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n), \\ \ldots \\ \dfrac{d\varphi_n}{dt} = \Phi_n(t, \varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n) \end{cases} \quad (6)$$

удовлетворяют в замкнутой ограниченной области $R$ вида $|t - t_0| \le a$; $|\varphi_1 - \varphi_1^{(0)}| \le b$, $|\varphi_2 - \varphi_2^{(0)}| \le b, \ldots, |\varphi_n - \varphi_n^{(0)}| \le b$ (где $a$ и $b$ – заданные положительные числа) следующим двум условиям:

а) функции $\Phi_k$ ($k = 1, 2, \ldots, n$) непрерывны по всем своим аргументам и, следовательно, удовлетворяет в замкнутой ограниченной области $R$ условиям

$$|\Phi_k(t, \varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n)| \le M \; (k = 1,2, \ldots, n), \quad (7)$$

где $M$ – постоянное положительное число, а $(t, \varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n)$ – любая точка области $R$;

б) функции $\Phi_k$ ($k = 1,2, \ldots, n$) удовлетворяют условию Липшица относительно аргументов $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$, то есть

$$\Phi_k\left(t, \overline{\varphi}_1, \overline{\varphi}_2, \ldots \overline{\varphi}_n\right) - \Phi_k\left(t, \overline{\overline{\varphi}}_1, \overline{\overline{\varphi}}_2, \ldots \overline{\overline{\varphi}}_n\right) \le L \sum_{l=1}^{n} \left|\overline{y}_l - \overline{\overline{y}}_l\right|, \quad (8)$$

где $L$ – постоянное положительное число (константа Липшица), а $\left(t, \overline{\varphi}_1, \overline{\varphi}_2, \ldots, \overline{\varphi}_n\right)$ и $\left(t, \overline{\overline{\varphi}}_1, \overline{\overline{\varphi}}_2, \ldots, \overline{\overline{\varphi}}_n\right)$ – любые две точки области $R$.

Тогда система дифференциальных уравнений (6) имеет единственное решение:

$$\varphi_1 = \varphi_1(t); \; \varphi_2 = \varphi_2(t); \; \ldots; \; \varphi_n = \varphi_n(t), \quad (9)$$

удовлетворяющее начальным условиям:

$$\varphi_1 = \varphi_1^{(0)}; \quad \varphi_2 = \varphi_2^{(0)}; \ldots; \; \varphi_n = \varphi_n^{(0)}, \text{ при } t = t_0, \quad (10)$$

где $t_0$, $\varphi_1^{(0)}$, $\varphi_2^{(0)}$, …, $\varphi_n^{(0)}$ – некоторые заданные постоянные числа.

Это решение заведомо определено и непрерывно дифференцируемо в интервале

$$|t - t_0| \le h, \quad (11)$$

где

$$h = \min(a, b/M), \quad (12)$$

и не выходит при этих значениях $t$ из области $R$, то есть

$$\left|\varphi_1(t) - \varphi_1^{(0)}\right| \le b; \; \left|\varphi_2(t) - \varphi_2^{(0)}\right| \le b; \ldots; \left|\varphi_n(t) - \varphi_n^{(0)}\right| \le b, \text{ при } |t - t_0| \le h. \quad (13)$$

Замечание. Условие Липшица представляет собою оценку роста правых частей системы (6) по аргументам $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$, причем из (8) следует, что эта оценка равномерна относительно $t$ в интервале $|t - t_0| \le a$.

Условие Липшица будет, в частности, выполнено, если все функции $\Phi_k$ ($k = 1, 2, \ldots, n$) имеют ограниченные в области $R$ частные производные по переменным $\varphi_1$, $\varphi_2, \ldots, \varphi_n$, то есть

$$\left|\frac{\partial \Phi_k\left(t, \varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n\right)}{\partial \varphi_l}\right| \le K, \; (k,l = 1,2, \ldots, n), \quad (14)$$

где $K$ – некоторое постоянное положительное число, $(t, \varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n)$ – любая точка области $R$.

Если имеется дифференциальное уравнение $n$-го порядка, разрешенное относительно старшей производной,

$$\varphi^{(n)} = \Phi(t, \varphi, \varphi', \ldots, \varphi^{(n-1)}), \quad (15)$$

с начальными условиями при $t = t_0$

$$\varphi = \varphi_0; \; \varphi' = \varphi'_0 \; \ldots, \varphi^{(n-1)} = \varphi_0^{(n-1)}, \quad (16)$$

то в теореме Пикара условие Липшица заменяется более сильным требованием ограниченности частных производных

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}, \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi'}, \ldots, \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi^{(n-1)}}, \qquad (17)$$

где $n$ – порядок дифференциального уравнения.

Так как теорема Пикара выше формулировалась для системы первого порядка, то уравнение $n$-го порядка приводится к нормальной системе уравнений первого порядка путем введения неизвестных функций.

$$\varphi_1 = \varphi,\ \varphi_2 = \varphi',\ \ldots,\ \varphi_n = \varphi^{(n-1)}. \qquad (18)$$

Тогда уравнение (15) принимает вид

$$\begin{cases} \dfrac{d\varphi_1}{dt} = \varphi_2, \\ \ldots \\ \dfrac{d\varphi_{n-1}}{dt} = \varphi_n, \\ \dfrac{d\varphi_n}{dt} = \Phi\left(t, \varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n\right). \end{cases} \qquad (19)$$

Для того, чтобы воспользоваться данной теоремой, разрешим уравнения движения однозвенного механизма (2) и (3) относительно старших производных:

$$\ddot{\varphi}_1 = \left(M_1 - g l_1 m_1 n_1 \cos\varphi_1 - 2 l_1 m n_1^2 \dot{l}_1 \dot{\varphi}_1\right) \Big/ \left(I_1 + l_1^2 m_1 n_1^2\right); \qquad (20)$$

$$\ddot{l}_1 = \left(l_1 m_1 n_1^2 \dot{\varphi}_1^2 - g m_1 n_1 \sin\varphi_1 + \left(l_{1_0}/l_1 - 1\right) E_1 l_{1_0}^2\right) \Big/ \left(m_1 n_1^2\right). \qquad (21)$$

Найдем частные производные первого порядка для правых сторон уравнений (20) и (21) по $\varphi_1, l_1, \dot{l}_1, \dot{\varphi}_1$.

$$\frac{\partial \ddot{\varphi}_1}{\partial \varphi_1} = (g l_1 m_1 n_1 \sin\varphi_1) \Big/ \left(I_1 + l_1^2 m_1 n_1^2\right);$$

$$\frac{\partial \ddot{\varphi}_1}{\partial l_1} = -\left(g m_1 n_1 \cos\varphi_1 + 2 m_1 n_1^2 \dot{l}_1 \dot{\varphi}_1\right) \Big/ \left(I_1 + l_1^2 m_1 n_1^2\right) +$$

$$+ 2 l_1^2 m_1^2 n_1^3 \left(g \cos\varphi_1 + 2 n_1 \dot{l}_1 \dot{\varphi}_1\right) \Big/ \left(I_1 + l_1^2 m_1 n_1^2\right)^2;$$

$$\frac{\partial \ddot{\varphi}_1}{\partial \dot{\varphi}_1} = -\ 2 l_1 m_1 n_1^2 \dot{l}_1 \Big/ \left(I_1 + l_1^2 m_1 n_1^2\right);$$

$$\frac{\partial \ddot{\varphi}_1}{\partial \dot{l}_1} = -2 l_1 m_1 n_1^2 \dot{\varphi}_1 \Big/ \left(I_1 + l_1^2 m_1 n_1^2\right);$$

$$\frac{\partial \ddot{l}_1}{\partial \varphi_1} = -g \cos\varphi_1 / n_1; \quad \frac{\partial \ddot{l}_1}{\partial l_1} = \dot{\varphi}_1^2 - E_1 l_{1_0}^3 \Big/ \left(l_1^2 m_1 n_1^2\right); \quad \frac{\partial \ddot{l}_1}{\partial \dot{\varphi}_1} = 2 l_1 \dot{\varphi}_1; \quad \frac{\partial \ddot{l}_1}{\partial \dot{l}_1} = 0. \qquad (22)$$

Очевидно, что все полученные частные производные непрерывны в некоторой области $D$, зависящей от параметров системы. Тогда при начальных условиях (4) и (5) данная система дифференциальных уравнений, в соответствии с теоремой Пикара, имеет единственное решение задачи Коши.

Решение существует и единственно на промежутке, который можно оценить. Проведем численную оценку области существования и единственности решения, используя реальные данные из биомеханики, измерений и эксперимента, проведенных нами [1]. При этом будем использовать максимальные значения величин. Здесь не будем рассматривать правые части исходных уравнений, а ограничимся только левой частью, то есть рассмотрим однородную систему уравнений, соответствующую уравнениям (2) и (3). Это связано с тем, что управление системой, как и учет деформаций, могут быть осуществлены различными способами. Это видно и из полученных частных производных, в которых управляющие моменты, которые задаются как функции времени, отсутствуют. Соответственно, при этом допущении

$$\frac{\partial \ddot{l}_1}{\partial l_1} = \dot{\varphi}_1^2.$$

Числовые значения констант взяты из эксперимента и соответствуют данным для конкретного человека [1]. В качестве первого звена рассматривается стопа опорной ноги. Они имеют значения: масса

$m_1 = 1{,}13$ кг, момент инерции $I_1 = 0{,}01$ кг·м$^2$, множитель, задающий положение центра масс $n_1 = 0{,}5585$, ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с$^2$. Угол $\varphi_1$ и длина звена $l_1$ являются переменными (функции времени), определялись экспериментально и задавались в виде интерполяционных многочленов для одной фазы движения, на промежутке времени $0 \le t \le 0{,}36$ с. В результате расчетов максимальные абсолютные значения частных производных равны: $\frac{\partial \ddot{\varphi}_1}{\partial \varphi_1} = 21{,}38$; $\frac{\partial \ddot{\varphi}_1}{\partial l_1} = 73{,}35$; $\frac{\partial \ddot{\varphi}_1}{\partial \dot{\varphi}_1} = 0{,}09$;

$$\frac{\partial \ddot{\varphi}_1}{\partial \dot{l}_1} = 26{,}57; \quad \frac{\partial \ddot{l}_1}{\partial \varphi_1} = 17{,}57; \quad \frac{\partial \ddot{l}_1}{\partial l_1} = 23{,}69;$$

$$\frac{\partial \ddot{l}_1}{\partial \dot{\varphi}_1} = 0{,}62; \frac{\partial \ddot{l}_1}{\partial \dot{l}_1} = 0.$$

В итоге получили ограниченные в области $R$ частные производные по переменным $\varphi_1$, $l_1$, $\dot{\varphi}_1$, $\dot{l}_1$ на промежутке $0 \le t \le 0{,}36$ с. Это доказывает существование и единственность решения задачи Коши для исходной системы дифференциальных уравнений (2) и (3).

Проверяя полученный результат для двухзвенной механической системы, также получаем непрерывность и ограниченность всех частных производных. Здесь он не приводится ввиду громоздкости получаемых выражений. Ранее получены обобщения уравнений для $n$-звенного механизма [2, 3] и установлено, что их структура не отличается от уравнений, рассмотренных выше. Поэтому, проделывая всё по аналогии с уже рассмотренным случаем, приходим к заключению, что решение задачи Коши существует и единственно для $n$-звенного экзоскелета.

Таким образом, доказано существование и единственность решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений движения экзоскелета с деформируемыми звеньями.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-01-97512 р_центр_а).*

**Список литературы**

1. Борисов А.В. Динамика эндо- и экзоскелета: монография. – Смоленск: Смоленская городская типография, 2012. – 296 с.

2. Борисов А.В. Разработка модели экзоскелета с пониженным расходом энергии на основе использования деформируемых звеньев: рекуррентный метод построения уравнений динамики // Естественные и технические науки. – 2013. – № 6. – С. 33–36.

3. Борисов А.В., Лётов Л.А., Завиша А.С., Кириллова Т.А. Обобщения уравнений динамики плоских моделей экзоскелета с деформируемыми звеньями // Энергетика, информатика, инновации – 2013. – ЭИИ-2013. В 2 томах. Т. 1. Секции 1, 2, 3, 4. – Смоленск: Универсум, 2013. – 490 с., С. 185–190.

4. Лавровский Э.К., Письменная Е.В. Алгоритмы управления экзоскелетоном нижних конечностей в режиме одноопорной ходьбы по ровной и ступенчатой поверхностям // Мехатроника, Автоматизация, Управление. – 2014. – № 1. – С. 44–51.

5. Иванов А.В. Исследование математической модели экзоскелетона нижних конечностей // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. 16–25 апреля 2012, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова. – М.: Изд-во Московского университета, 2012. – С. 84.

6. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Высш. шк., 1967. – 564 с.

7. Письменная Е.В., Аведиков Г.Е., Кузнецов А.С. Система силомоментного управления экзоскелетоном // Ломоносовские чтения: тезисы докладов научной конференции. Секция механики. 16–25 апреля 2012, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова. – М.: Изд-во Московского университета, 2012. – С. 137–138.

8. Формальский А.М. Об одном способе управления экзоскелетоном // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. 16–25 апреля 2012, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова. – М.: Изд-во Московского университета, 2012. – С. 151–152.

9. Briskin E.S., Chernyshev V.V., Maloletov A.V., Zhoga V.V. The Investigation of Walking Machines with Movers on the Basis Cycle Mechanisms of Walking // 2009 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, ICMA 2009, Changchun University of Science and Technology, Kagawa University. – Changchun, 2009. – P. 3631–3636.

10. Martynenko Y., Komarov P. Algorithms of video navigation system for wheeled mobile robot positioning // Proceedings of the 2nd Joint Symposium of Taiwan-Russia Research Cooperation on Advanced Problems of Robotics, Mechatronics and Mechanical Engineering. – Taiwan, Taipei: NTU Publishing, 2011. – P. 18–23.

**References**

1. Borisov A.V. Dinamika jendo- i jekzoskeleta: monografija. Smolensk: Smolenskaja gorodskaja tipografija, 2012. 296 s.

2. Borisov A.V. Razrabotka modeli jekzoskeleta s ponizhennym rashodom jenergii na osnove ispol'zovanija deformiruemyh zven'ev: rekurrentnyj metod postroenija uravnenij dinamiki // Estestvennye i tehnicheskie nauki, no. 6, 2013. pp. 33–36.

3. Borisov A.V., Ljotov L.A., Zavisha A.S., Kirillova T.A. Obobshhenija uravnenij dinamiki ploskih modelej jekzoskeleta s deformiruemymi zven'jami // Jenergetika, informatika, innovacii 2013. JeII-2013. Vol. 2 tomah. Tom 1. Sekcii 1,2,3,4. Smolensk: Universum, 2013. 490 p. pp. 185–190.

4. Lavrovskij Je.K., Pis'mennaja E.V. Algoritmy upravlenija jekzoskeletonom nizhnih konechnostej v rezhime odnoopornoj hod'by po rovnoj i stupenchatoj poverhnostjam // Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie. no. 1, 2014. pp. 44–51.

5. Ivanov A.V. Issledovanie matematicheskoj modeli jekzoskeletona nizhnih konechnostej // Lomonosovskie chtenija. Tezisy dokladov nauchnoj konferencii. Sekcija mehaniki. 16–25 aprelja 2012, Moskva, MGU imeni M.V.Lomonosova. M.: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta, 2012. pp. 84.

6. Matveev N.M. Metody integrirovanija obyknovennyh differencial'nyh uravnenij. M.: Vyssh. shk., 1967. 564 p.

7. Pis'mennaja E.V., Avedikov G.E., Kuznecov A.S. Sistema silomomentnogo upravlenija jekzoskeletonom // Lomonosovskie chtenija. Tezisy dokladov nauchnoj konferencii. Sekcija mehaniki. 16 25 aprelja 2012, Moskva, MGU imeni M.V.Lomonosova. M.: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta, 2012. pp. 137–138.

8. Formal'skij A.M. Ob odnom sposobe upravlenija jekzoskeletonom // Lomonosovskie chtenija. Tezisy dokladov nauchnoj konferencii. Sekcija mehaniki. 16–25 aprelja 2012, Moskva, MGU imeni M.V.Lomonosova. M.: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta, 2012. pp. 151–152.

9. Briskin E.S., Chernyshev V.V., Maloletov A.V., Zhoga V.V. The Investigation of Walking Machines with Movers on the Basis Cycle Mechanisms of Walking // 2009 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, ICMA 2009, Changchun University of Science and Technology, Kagawa University. Changchun, 2009. pp. 363–3636.

10. Martynenko Y., Komarov P. Algorithms of video navigation system for wheeled mobile robot positioning // Proceedings of the 2nd Joint Symposium of Taiwan-Russia Research Cooperation on Advanced Problems of Robotics, Mechatronics and Mechanical Engineering. Taiwan, Taipei: NTU Publishing, 2011. pp. 18–23.

**Рецензенты:**

Денисов В.Н., д.т.н., заведующий кафедрой высшей математики, филиал ФГБОУ ВПО НИУ «МЭИ», г. Смоленск;

Мазалов М.Я., д.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики, филиал ФГБОУ ВПО НИУ «МЭИ», г. Смоленск.

Работа поступила в редакцию 05.08.2014.