

УДК 629.12

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ВИБРОИЗОЛИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ С НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ ПЕРЕСТРОЙКИ

Гурова Е.Г., Гуров М.Г., Макаров С.В.,
Барина Е.А., Бибаев В.И.

ФГБОУ ВПО «Новосибирский государственный технический университет»,
Новосибирск, e-mail: a282006@yandex.ru

В статье рассмотрена виброизолирующая подвеска двигателя с плавающим участком нулевой жесткости. В настоящее время для снижения уровней вибрации применяются виброизоляторы с «плавающим» участком нулевой жесткости. Установлено, что при ограничении габаритов виброизоляторов в подвесках с установленными упругими элементами, обладающими большими коэффициентами жесткости, электромагнитные компенсаторы должны иметь нелинейную силовую характеристику. В работе доказано существование нелинейности в системах виброизолирующих подвесок с линейным и нелинейным регуляторами. В статье установлено, что систему перестройки электромагнитного компенсатора жесткости на изменяющуюся нагрузку следует выполнять в виде регулятора напряжения катушек электромагнитов. Разработана математическая модель автоматической виброизолирующей системы. Проведена проверка наличия режима автоколебаний в системе виброизолирующей подвески с электромагнитным компенсатором жесткости с нелинейной системой перестройки.

Ключевые слова: виброизолирующая подвеска, компенсатор жесткости, система перестройки

MATHEMATICAL DESCRIPTION OF AUTOMATIC ANTIVIBRATION SYSTEM WITH NONLINEAR TUNING SYSTEM

Gurova E.G., Gurov M.G., Makarov S.V., Barinova E.A., Bibaev V.I.

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, e-mail: a282006@yandex.ru

The article considers the antivibration engine mounting floating portion zero stiffness. Currently, in order to reduce vibration levels apply isolators with «floating» portion zero stiffness. Found that by limiting the size of vibration isolators in suspensions with established elastic elements having large stiffness coefficients, electromagnetic joints should have a nonlinear power characteristic. In this paper we prove the existence of non-linearity in antivibration suspension systems with linear and nonlinear regulators. The paper found that the electromagnetic system adjustment compensator stiffness varying load should be carried out in the form of voltage regulator solenoid valves. A mathematical model of automatic vibration isolation system. Checked availability mode oscillations in a system with an electromagnetic vibration-isolating suspension stiffness with nonlinear compensator system restructuring.

Keywords: antivibration suspension, stiffness compensator, system restructuring

В [1] представлена виброизолирующая подвеска двигателя с плавающим участком нулевой жесткости, содержащая в качестве компенсатора жесткости два встречно включенных электромагнита. Там же показано, что при межполюсном расстоянии электромагнитов, превышающем размах колебаний на порядок, силовая характеристика компенсатора может быть принята линейной. Однако линейный компенсатор целесообразно применять в подвесках, где установлены упругие элементы с небольшими коэффициентами жесткости и нет жестких ограничений габаритов подвески. В подвесках, где установлены упругие элементы с большими коэффициентами жесткости и где габариты виброизоляторов ограничены, электромагнитные компенсаторы должны иметь малые габариты при достаточно большом коэффициенте жесткости. Это возможно только при значительном сокращении межполюсного расстояния

компенсатора. При этом силовая характеристика компенсатора жесткости получается нелинейной, что необходимо учитывать при определении свойств виброизолирующей подвески. Математическая модель нелинейного электромагнитного компенсатора жесткости выведена в [2].

Результаты исследования и их обсуждение

Как показано в [1], систему перестройки электромагнитного компенсатора жесткости на изменяющуюся нагрузку целесообразно выполнять в виде регулятора напряжения катушек электромагнитов. При этом регулятор может быть как линейным, так и нелинейным звеном. В [1, 2] рассмотрена модель виброизолирующей подвески с электромагнитным компенсатором жесткости, содержащей линейный регулятор подстройки на изменяющуюся внешнюю нагрузку.

Из дифференциального уравнения (1), полученного в [1], видно, что в системах виброизолирующих подвесок с линейным и нелинейным регуляторами присутствует нелинейность.

$$\begin{aligned}
 & T^2 \cdot m \cdot \frac{d^4 x}{dt^4} + 2T \cdot m \cdot \frac{d^3 x}{dt^3} + (T^2 \cdot c + m) \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} - T^2 \cdot K_3 \cdot \frac{d^2 (a \cdot x^3 + c \cdot x)}{dt^2} + \\
 & + 2T \cdot c \cdot \frac{dx}{dt} - 2T \cdot K_3 \cdot \frac{d(a \cdot x^3 + c \cdot x)}{dt} - K_3 \cdot (a \cdot x^3 + c \cdot x) + \\
 & + (c + K_3 \cdot K_n \cdot K_y \cdot (a \cdot x^3 + c \cdot x) \cdot (m \cdot x^3 + l \cdot x)) \cdot x = T^2 \cdot \frac{d^2 F(t)}{dt^2} + 2T \cdot \frac{dF(t)}{dt} + F(t).
 \end{aligned} \quad (1)$$

Для нелинейных систем характерно наличие режима автоколебаний. Выполним проверку наличия автоколебаний в обоих случаях. В автоматике существуют методы определения режима автоколебаний. Воспользуемся одним из этих методов, алгебраическим методом, показанным в [3].

На основании дифференциального уравнения виброизолятора с линейной системой

перестройки (1) составим структурную схему, показанную на рис. 1.

Для того чтобы проверить наличие автоколебаний в системе виброизолирующей подвески линейной системы перестройки, необходимо структурную схему, показанную на рис. 1, преобразовать в одно звено.

Приведем структурную схему, показанную на рис. 1, к одноконтурной схеме.

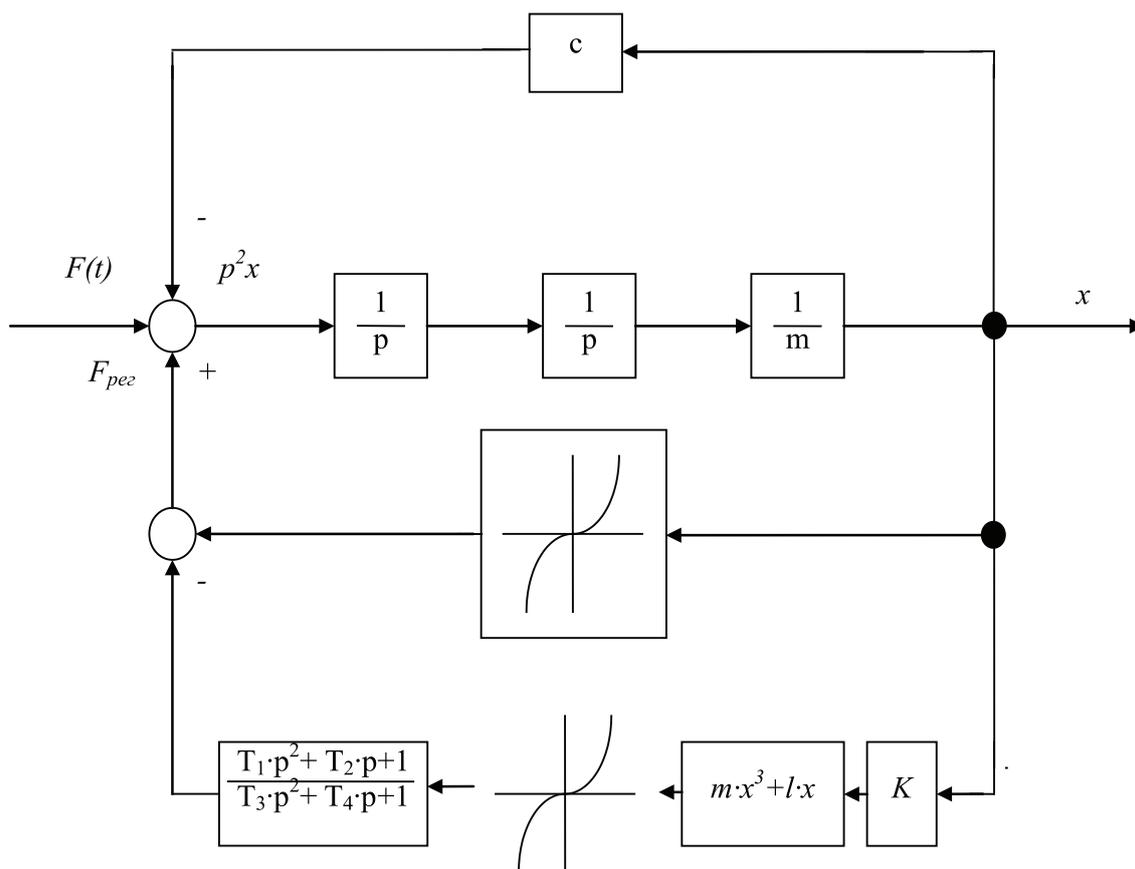


Рис. 1. Структурная схема виброизолирующей подвески с нелинейным инерционным регулятором и с корректирующим звеном

Вид одноконтурной структурной схемы виброизолирующей подвески с нелиней-

ным инерционным регулятором показан на рис. 2.

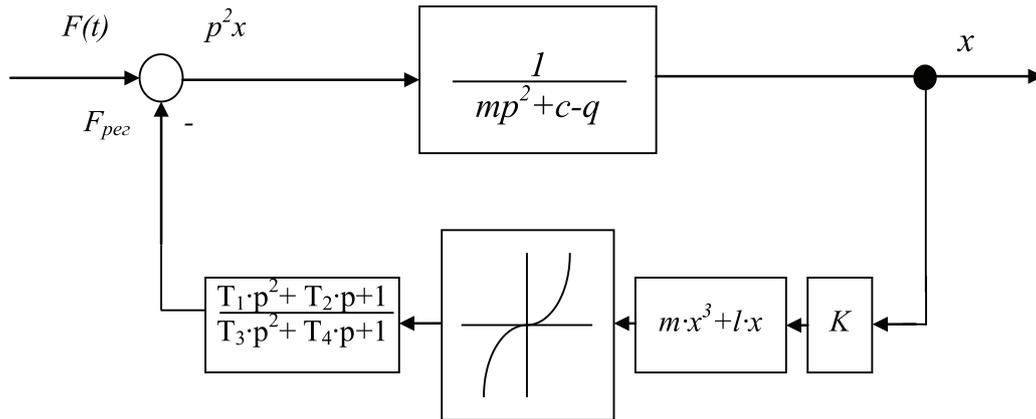


Рис. 2. Одноконтурная структурная схема виброизолирующей подвески с нелинейным инерционным регулятором

На основании структурной схемы вибро- тором, показанной на рис. 2, получим пере- изолирующей подвески с линейным регуля- даточную функцию замкнутой системы:

$$W_{зс2к}(p) = \frac{T_3 \cdot p^2 + T_4 \cdot p + 1}{(m \cdot p^2 + c - q) \cdot (T_3 \cdot p^2 + T_4 \cdot p + 1) + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2 \cdot (T_1 \cdot p^2 + T_2 \cdot p + 1)} \cdot (2)$$

Характеристическое уравнение:

$$m \cdot T_3 \cdot p^4 + m \cdot T_4 \cdot p^3 + (m + c \cdot T_3 - q \cdot T_3 + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2 \cdot T_1) \cdot p^2 + (c \cdot T_4 - q \cdot T_4 + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2 \cdot T_2) \cdot p + (c - q + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2) = 0. \quad (3)$$

Подставим $p = j\omega$:

$$m \cdot T_3 \cdot p^4 - j \cdot m \cdot T_4 \cdot \omega^3 - (m + c \cdot T_3 - q \cdot T_3 + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2 \cdot T_1) \cdot \omega^2 + j(c \cdot T_4 - q \cdot T_4 + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2 \cdot T_2) \cdot \omega + (c - q + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2) = 0. \quad (4)$$

Выделим действительную и мнимую части:

$$\begin{cases} U = m \cdot T_3 \cdot \omega^4 - (m + c \cdot T_3 - q \cdot T_3 + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2 \cdot T_1) \cdot \omega^2 + (c - q + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2) = 0, \\ V = -m \cdot T_4 \cdot \omega^3 + (c \cdot T_4 - q \cdot T_4 + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2 \cdot T_2) \cdot \omega = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Из второго уравнения системы (5)

$$-m \cdot T_4 \cdot \omega^3 + (c \cdot T_4 - q \cdot T_4 + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2 \cdot T_2) \cdot \omega = 0. \quad (6)$$

Выполнив преобразования уравнения (6), получим

$$-m \cdot T_4 \cdot \omega^2 + (c \cdot T_4 - q \cdot T_4 + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2 \cdot T_2) = 0. \quad (7)$$

Из (7) выразим

$$\omega^2 = \frac{c \cdot T_4 - q \cdot T_4 + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2 \cdot T_2}{m \cdot T_4}. \quad (8)$$

Из уравнения (8) определим круговую частоту автоколебаний:

$$\omega = \pm \sqrt{\frac{c \cdot T_4 - q \cdot T_4 + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2 \cdot T_2}{m \cdot T_4}}. \quad (9)$$

Подставив (8) в первое уравнение системы (5), получим

$$\begin{aligned} & \left(\frac{K_n^2 \cdot K_y^2 \cdot K_3^2 \cdot T_2^2 \cdot T_3}{m \cdot T_4^2} - \frac{K_n^2 \cdot K_y^2 \cdot K_3^2 \cdot T_1 \cdot T_2}{m \cdot T_4} \right) \cdot q^4 + \\ & + \left(\frac{K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot T_1}{m} - \frac{K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot T_2 \cdot T_3}{m \cdot T_4} \right) \cdot q^3 + \\ & + \left(\frac{c \cdot K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot T_2 \cdot T_3}{m \cdot T_4} - \frac{K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot T_2}{T_4} - \frac{c \cdot K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot T_1}{m} + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \right) \cdot q^2 = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

В результате из первого уравнения системы (5) получим

$$\begin{aligned} q_{1,2} = & \frac{- \left(\frac{K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot T_1}{m} - \frac{K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot T_2 \cdot T_3}{m \cdot T_4} \right)}{2 \cdot \left(\frac{K_n^2 \cdot K_y^2 \cdot K_3^2 \cdot T_2^2 \cdot T_3}{m \cdot T_4^2} - \frac{K_n^2 \cdot K_y^2 \cdot K_3^2 \cdot T_1 \cdot T_2}{m \cdot T_4} \right)} \pm \\ & \sqrt{ \left(\frac{K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot T_1}{m} - \frac{K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot T_2 \cdot T_3}{m \cdot T_4} \right)^2 - } \\ & - 4 \cdot \left(\frac{K_n^2 \cdot K_y^2 \cdot K_3^2 \cdot T_2^2 \cdot T_3}{m \cdot T_4^2} - \frac{K_n^2 \cdot K_y^2 \cdot K_3^2 \cdot T_1 \cdot T_2}{m \cdot T_4} \right) \times \\ & \pm \left(\frac{c \cdot K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot T_2 \cdot T_3}{m \cdot T_4} - \frac{K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot T_2}{T_4} - \frac{c \cdot K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot T_1}{m} + K_n \cdot K_y \cdot K_3 \right) \cdot \\ & \left(\frac{K_n^2 \cdot K_y^2 \cdot K_3^2 \cdot T_2^2 \cdot T_3}{m \cdot T_4^2} - \frac{K_n^2 \cdot K_y^2 \cdot K_3^2 \cdot T_1 \cdot T_2}{m \cdot T_4} \right)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Используя готовый график $q(a)$, полученный в [4], находим амплитуду периодического решения a .

Устойчивость периодического решения проверяется следующим образом:

$$\frac{\partial U}{\partial a} \cdot \frac{\partial V}{\partial \omega} - \frac{\partial V}{\partial a} \cdot \frac{\partial U}{\partial \omega} > 0. \quad (12)$$

Для определения устойчивости периодического решения, согласно критерию (13), необходимо определить производные первого уравнения системы (5) по амплитуде и частоте периодического решения и второго уравнения системы (5) по амплитуде и частоте периодического решения.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{192 \cdot k \cdot a}{(b^2 - 4 \cdot a^2)^{5/2}} \cdot (T_3 \cdot \omega^2 - 1) - \frac{6144 \cdot k^2 \cdot a \cdot K_n \cdot K_y \cdot K_3}{(b^2 - 4 \cdot a^2)^4} \cdot (T_1 \cdot \omega^2 + 1) \right) \times \\ & \times \left(-3 \cdot m \cdot T_4 \cdot \omega^2 + c \cdot T_4 - q \cdot T_{4n} + K_y \cdot K_3 \cdot K \cdot q^2 \cdot T_2 \right) - \\ & - \left(K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot T_2 \cdot \omega \cdot \frac{\partial q^2}{\partial a} - T_4 \cdot \omega \cdot \frac{\partial q}{\partial a} \right) \times \\ & \times \left(4 \cdot m \cdot T_3 \cdot \omega^3 - 2 \cdot m \cdot \omega - 2 \cdot c \cdot T_3 \cdot \omega + 2 \cdot q \cdot T_3 \cdot \omega - 2 \cdot K_n \cdot K_y \cdot K_3 \cdot q^2 \cdot T_1 \cdot \omega \right) > 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Заключение

Если условие (13) выполняется, то периодическое решение устойчиво, то есть автоколебания есть. Разработанная методика будет использована в проверке эффективности работы виброизоляторов с электромагнитным компенсатором жесткости и нелинейной системой перестройки. Практическое применение таких виброизоляторов может стать эффективным средством снижения уровней вибрации на транспорте, в промышленности, на производстве.

Список литературы

1. Гурова Е.Г. Виброизолирующая подвеска судовой энергетической установки с нелинейным электромагнитным компенсатором жесткости: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Новосибирск, 2008. – 22 с.
2. Гурова Е.Г. К представлению электромагнитного компенсатора жесткости в структурных схемах / В.Ю. Гросс, Е.Г. Гурова // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока – 2006. – № 1. – С. 199–203
3. Гурова, Е.Г. Моделирование виброизолирующей подвески с нелинейным электромагнитным компенсатором жесткости // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока – 2006. – № 2. – С. 266–273.
4. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления: учеб. пособие; под общ. ред. Р.Т. Янушевского, Д.С. Фурманова. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 256 с.

5. Гурова Е.Г. Виброизолирующие подвески транспортных энергетических установок с нелинейными электромагнитными компенсаторами жесткости. – Новосибирск: Издательство НГТУ, 2012. – 156 с.

References

1. Gurova E.G. Antivibration suspension ship power plant with nonlinear electromagnetic compensator stiffness: abstract dis. Candidate. tehn. Science. Novosibirsk, 2008. 22 p.
2. Gurova E.G. By submission of electromagnetic compensator stiffness structural schemes /V.Y. Gross, E.G. Gurova // Scientific transport problems of Siberia and the Far East 2006. no. 1. pp. 199–203.
3. Gurova E.G. Modeling of nonlinear vibration isolation suspension electromagnetic compensator stiffness // Scientific transport problems of Siberia and the Far East 2006. no. 2. pp. 266–273.
4. Popov E.P. theory of nonlinear systems of automatic regulation and control: Textbook. Benefit / E.P. Popov; under Society. Ed. R.T. Yanushevski, D.S. Furmanova. Moscow: Nauka. Chap. Ed. Sci. lit., 1988. 256 p.
5. Gurova E.G. Resilient suspension transport power plants with nonlinear stiffness electromagnetic compensators 2012. NSTU Publisher: Novosibirsk, 2012. 156 p.

Рецензенты:

- Расторгуев Г.И., д.т.н., профессор, первый проректор НГТУ, г. Новосибирск;
 Щуров Н.И., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой электротехнических комплексов (ЭТК), НГТУ, г. Новосибирск.
 Работа поступила в редакцию 05.08.2014.