УДК 550.830

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ ПРИ ПРОГНОЗЕ ФИЗИКО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПО ГЕОФИЗИЧЕСКИМ ДАННЫМ

Кобрунов А.И.

ФГБОУ ВПО «Ухтинский государственный технический университет», Ухта, e-mail: aikobrunov@gmail.com

Изложены результаты исследований, приведшие к созданию инструмента прогноза параметров неоднородных сред на основе полей и операторов рассеяния. Впервые задача прогноза параметров для существенно неоднородных геолого-геофизических моделей сформулирована как задача теории рассеяния. Это позволило не только учесть неоднородность и многокомпонентность данных при прогнозе параметров моделей геологических сред, но и, повысив его объективность, создать основу для изучения структуры неоднородностей по найденному полю рассеяния для прогнозного параметра. На основе фундаментальных решений уравнений диффузии и алгоритмов нечеткого вывода Мамдани построены операторы рассеяния и развиты методы расчета поля рассеяния для прогнозных параметров. Результат прогнозирования опирается на реально регистрируемые данные и исключает искусственно введенные представления об аналитическом виде уравнений рассеяния. Повышается объективность прогноза за счет автоматического учета различной плотности данных в разных участках фазового пространства параметров.

Ключевые слова: прогнозирование, физико-геологические модели, неоднородность, поле рассеяния, оператор рассеяния, моделирование, прямая задача рассеяния, обратная задача рассеяния, оценка запасов

DIRECT AND INVERSE SCATTERING PROBLEM AT PROGNOSIS PHYSICAL GEOLOGICAL PARAMETERS FROM GEOPHYSICAL DATA

Kobrunov A.I.

FGBOU VPO «Ukhta State Technical University», Ukhta, e-mail: aikobrunov@gmail.com

The results of research that led to the creation of forecasting tool parameters inhomogeneous media based on the fields and scattering operators. First task of the forecast parameters for essentially inhomogeneous geological and geophysical models formulated as the problem of scattering theory. This allowed not only take into account the heterogeneity and multicomponent data with the forecast model parameters geological media, but also by increasing its objective to provide a basis for studying the structure inhomogeneities found field scattering for predictive parameter. On the basis of the fundamental solutions of diffusion equations and algorithms built Mamdani fuzzy inference operators and scattering methods have been developed for the calculation of the scattering field of forecast. Result prediction based on actual recorded data and eliminates the artificially introduced concepts of analytical form of scattering equations. Increases the objectivity of the forecast due to the automatic accounting data of varying density in different parts of the phase space parameters.

Keywords: forecasting, physical and geological model, heterogeneity, the scattering field, the scattering operator, modeling, direct scattering problem, inverse scattering problem, estimation of reserves

Постановка задачи. Рассматривается задача прогнозирования геолого-геофизических параметров для неоднородных сред на основе рассеянных экспериментальных данных как задача нечеткого логического вывода. Такая задача возникает, например, при прогнозирование подсчетных параметров и оценке запасов месторождений углеводородного сырья по промыслово-геофизическим данным. Отличительной чертой рассмотрений служит моделирование функций принадлежности нечетких величин и нечетких отношений решениями уравнения диффузии и интерпретация рассеяния данных как проявления неоднородности изучаемого объекта.

Измеряемые в скважинах для изучаемого продуктивного пласта данные $\mathbf{s} = \{s_i,\ i = 1...I\}$ в силу его неоднородности характеризуются облаком своих значений для каждого s_i. Для каждого месторождения и типа коллектора имеются полученные лабораторно-аналитическим путем данные о связи между параметрами s_i и характеристиками коллекторов, таких как пористость, в некоторых случаях проницаемость, глинистость, характеристики флюидонасыщения и так далее. Эту группу параметров обозначим $\mathbf{q} = \{q_j,\ q = 1...J\}$, а данные $(\mathbf{s}, \mathbf{q})$, представляющие собой совокупность измерений $(\mathbf{s}, \mathbf{q}) = \left\{s_i^{m(i,j)} q_j^{m(i,j)}\right\}$, $i = 1...I$, $j = 1...J$, $m(i,\ j) = 1...M(i,\ j)$, где $M(i,\ j)$ это число образцов, на которых проводились измерения для параметров $(\mathbf{s}_i, \mathbf{q}_j)$. Совокупность $(\mathbf{s}_i, \mathbf{q}_j)$ представляет собой облако точек в соответствующем фазовом пространстве параметров, разброс которых имеет причиной неоднородность изучаемых образцов и традиционные ошибки различного генезиса. Параметры q_j – связаны с искомыми подсчетными – промысловыми параметрами $\mathbf{f} = (f_l,\ l = 1...L)$, что отражено в полученных в результате экспериментов полем рассеяния точек

$$(\mathbf{q},\mathbf{f}) = \left\{q_j^{n(j,l)}, f_l^{n(j,l)}\right\},\ n(j,\ l) = 1...N(j,\ l),$$

где $N(j,\ l)$ – число измерений для параметров (q_j, f_l). Например, в качестве параметра $\mathbf{f}$ выступает коэффициент пористости по керну, коэффициента нефте- (газо-) насыщения, проницаемости и так далее. Эти – подсчетные параметры и служат для расчета запасов углеводородного сырья, наряду с пространственно-геометрическими характеристиками залежи. Задача нахождения подсчетных параметров $\mathbf{f}$ и последующей оценки запасов углеводородов состоит в расчете для залежи и каждого продуктивного пласта параметров значения $\mathbf{f}$ по заданным измеренным $\mathbf{s}$ и данным рассеяния $(\mathbf{s},\ \mathbf{q})$:$(\mathbf{q},\ \mathbf{f})$;:

$$\mathbf{s} \Rightarrow (\mathbf{s},\ \mathbf{q}) \to \mathbf{q} \Rightarrow (\mathbf{q},\mathbf{f}) \to \mathbf{f}. \qquad (1)$$

Цепочка прогноза (1) в реальных условиях может быть более широкой за счет большего числа промежуточных параметров, $(\mathbf{q},\ \mathbf{f}^1)$, $(\mathbf{f}^1,\ \mathbf{f}^2)$, ..., $(\mathbf{f}^K,\ \mathbf{f})$ и выглядит следующим образом:

$$\mathbf{s} \Rightarrow (\mathbf{s},\mathbf{f}^1) \to \mathbf{f}^1 \Rightarrow (\mathbf{f}^1,\mathbf{f}^2) \to \mathbf{f}^2,...,\mathbf{f}^K \Rightarrow (\mathbf{f}^K,\mathbf{f}) \to \mathbf{f}. \qquad (2)$$

Кроме того, таких цепочек может быть несколько, опирающихся на различные параметры, но приводящие к различному по значениям прогнозу одного и того же параметра:

$$\boldsymbol{\omega} \Rightarrow (\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\sigma}^1) \to \boldsymbol{\sigma}^1 \Rightarrow (\boldsymbol{\sigma}^1,\boldsymbol{\sigma}^2) \to \boldsymbol{\sigma}^2 ..... \to \boldsymbol{\sigma}^{K_\omega} \Rightarrow (\boldsymbol{\sigma}^{K_\omega},\mathbf{f}) \to \mathbf{f}. \qquad (3)$$

Итогом прогноза по каждой из цепочек служат, вообще говоря, несовпадающие поля рассеяния, характеризующиеся функциями принадлежности для прогнозируемого параметра $\mathbf{f}$, которые должны быть согласованы. В том случае, когда принимается модель данных, в которой рассеяние, присутствующее во всех компонентах цепочки (1) связано лишь с погрешностями, задача прогноза значений параметра $\mathbf{f}$ решается методами математической статистики, обеспечивающих исключение или существенное ослабление погрешностей в заданных предположениях о их характере. Данные заменяются их статистическими оценками, связи находятся методами регрессионного анализа [1, 2], переходы в цепочке (1) реализуются обычной подстановкой одних уравнений регрессии в другие.

Совершенно иная модель данных возникает в предположении, что рассеяние есть следствие неоднородности среды и не сводимо к влиянию ошибок измерений. В таком понимании рассеяние данных есть объективная информация о свойствах неоднородности среды, и прогнозирование параметра по цепочке (1) своим итогом имеет поле рассеяния для прогнозного параметра. Инструментом для прогноза функций рассеяния служат принципы нечеткой математики, развитой Лотфи Заде [3], и правила нечеткого вывода [4]. В основе этих методов лежит представление о функциях принадлежности, характеризующих рассеяние данных, роль которых играют фундаментальные решения уравнения диффузии. Это позволяет обеспечить изучение моделей неоднородностей среды как наблюдаемых эффектов диффузии первоначально распределенных концентраций и обеспечить конструктивный прогноз полей рассеяния параметров по цепочке (1) на основе правил нечеткого вывода.

Модельные представления поля рассеяния. Следует выделить два типа полей рассеяния.

1. Поле рассеяния данных – это их функции принадлежности для исходных, регистрируемых, промежуточных и прогнозных параметров, рассматриваемых как нечеткие величины. Для них введем обозначение: $|S\rangle = \mu(\mathbf{s})$, $|Q\rangle = \mu(\mathbf{q})$ и $|F\rangle = \mu(\mathbf{f})$ соответственно.

2. Поле рассеяния экспериментально установленных связей $(\mathbf{s},\ \mathbf{q})$ и $(\mathbf{q},\ \mathbf{f})$ – это функции принадлежности для отношений между функциями принадлежности измеряемых – промежуточных и прогнозных параметров. Они обозначаются $\mu(\xi) = \mu(\mathbf{s},\ \mathbf{q})$, $\xi = (\mathbf{s},\ \mathbf{q})$; $\mu(\zeta) = \mu(\mathbf{q},\ \mathbf{f})$, $\zeta = (\mathbf{q},\ \mathbf{f})$. Диапазон значений (область определения $\mu(\mathbf{s},\ \mathbf{q})$, $\mu(\mathbf{q},\ \mathbf{f})$) параметров в этих связях определен реальными экспериментальными данными $\mathfrak{A}(\xi)$ и $\mathfrak{A}(\zeta)$ для значений параметров $\xi = (\xi_{i,j})$:

$$\left\{\boldsymbol{\xi}^{m(i,j)}\right\} = \left\{\xi_{i,j}^{m(i,j)}\right\} = (\mathbf{s},\mathbf{q}) = (s_i, q_j) = \left\{\mathbf{s}^{m(i,j)},\mathbf{q}^{m(i,j)}\right\} = \left\{s_i^{m(i,j)} q_j^{m(i,j)}\right\}$$

и :$\zeta = (\zeta_{j,l})$:

$$\left\{\boldsymbol{\zeta}^{n(j,l)}\right\} = \left\{\zeta_{j,l}^{n(j,l)}\right\} = (\mathbf{q},\mathbf{f}) = (q_j, f_l) = \left\{\mathbf{q}^{n(j,l)},\mathbf{f}^{n(j,l)}\right\} = \left\{q_j^{n(j,l)}, f_l^{n(j,l)}\right\}.$$

Он включает в себя области определений функций $\mu(\mathbf{s})$ и $\mu(\mathbf{q})$. Индексы i, j, нумеруют компоненты многомерного параметра, а индексы $m(i, j)$ и $n(j, l)$ количество измерений, которое, вообще говоря, свое для каждой комбинации (i, j) и (j, l).

В фазовом пространстве Ξ, образованном параметрами $\xi = (\xi_{i,j})$, каждое измеренное значение $\xi_{i,j}^{m(i,j)}$ из $\mathfrak{A}(\xi)$ порождает функцию принадлежности $\mu_{m(i,j)}(\xi)$ во всем Ξ, как меру возможности значения параметра ξ после выполненного одиночного измерения.

Очевидно, что: $0 \le \mu_{m(i,j)}(\xi) \le 1$- – условие нормировки и $\mu_{m(i,j)}(\xi)$ имеет максимум в $\xi_{i,j}^{m(i,j)}$ и монотонно убывает с удалением от $\xi_{i,j}^{m(i,j)}$.

Функция принадлежности для $\xi = (\xi_{i,j})$, возникающая после выполнения всей совокупности измерений, определена правилом

$$\mu_{\mathfrak{A}(\xi)}(\xi) = S(\mu) \sum_{m(i,j)=1 \dots M(i,j)} \mu_{m(i,j)}(\xi). \quad (4)$$

Здесь $S(\mu)$ – нормировочный множитель.

Примем модель, согласно которой $\mu_{m(i,\ j)}(\xi)$ аппроксимируется фундаментальным решением уравнения диффузии на плоскости значения $\mu\left(\xi_{i,j}^{m(i,j)}\right)$ на расстояние $r = \left|\xi - \xi_{i,j}^{m(i,j)}\right|$, продолжавшаяся время τ. Для уравнения диффузии:

$$\Delta\mu(r,\tau) = a^2 \frac{\partial\mu(r,\tau)}{\partial\tau}, \quad (5)$$

где a – коэффициент диффузии, его фундаментальное решение на плоскости есть

$$\mu(\xi,\tau,a) = \frac{a^2}{4\pi\tau} \exp\left(-\frac{a^2 |\xi|^2}{4\tau}\right). \quad (6)$$

Тогда

$$\mu_{m(i,j)}(\xi,\beta) = \mu_{m(i,j)}\left(\xi_{i,j}^{m(i,j)}\right) \frac{1}{4\pi\beta^2} \exp\left(-\frac{\left|\xi - \xi_{I,j}^{m(i,j)}\right|^2}{4\beta^2}\right),$$

где $\beta = 2a\sqrt{\tau}$ – эффективный параметр глубины диффузии.

Учитывая (4) $\mathfrak{A}(\xi)$, получим

$$\mu_{\mathfrak{A}(\xi)}(\xi,\beta) = S(\mu) \sum_{m(i,j)=1 \dots M(i,j)} \mu_{m(i,j)} \frac{1}{4\pi\beta^2} \exp\left(-\frac{\left|\xi - \xi_{i,j}^{m(i,j)}\right|^2}{4\beta^2}\right). \quad (7)$$

Здесь $\mu_{m(i,j)} = \mu_{m(i,j)}\left(\xi_{i,j}^{m(i,j)}\right)$.

В частности, $\mu_{m(i,j)}\left(\xi_{i,j}^{m(i,j)}\right) = 1$ для всех $m(i, j)$.

Аналогичным образом строится функция принадлежности $\mu_{\mathfrak{A}(\zeta)}(\zeta, \beta)$ для эксперимента $\mathfrak{A}(\zeta)$:

$$\mu_{\mathfrak{A}(\zeta)}(\zeta,\beta) = S(\mu) \sum_{n(j,l)=1 \dots N(j,l)} \mu_{n(j,l)} \frac{1}{4\pi\beta^2} \exp\left(-\frac{\left|\zeta - \zeta_{j,l}^{n(j,l)}\right|^2}{4\beta^2}\right); \quad (8)$$

$$\mu_{n(j,l)} = \mu_{n(j,l)}\left(\zeta_{j,l}^{n(j,l)}\right).$$

Функция принадлежности $|S\rangle = \mu(\mathbf{s})$, рассматриваемая как поле рассеяния исходных данных, по которым реализуется прогноз, конструируется по результатам измерения $\mathbf{s}^k$, $k = 1...K$ аналогично тому, как это выполнено для (7) и (8):

$$\mu(\mathbf{s},\beta) = S(\mu) \sum_{k=1 \dots K} \mu_k \frac{1}{4\pi\beta^2} \exp\left(-\frac{\left|\mathbf{s} - s^k\right|^2}{4\beta^2}\right); \quad \mu = \mu\left(s^k\right). \quad (9)$$

Правила прогнозирования. Для реализации цепочки прогнозирования (1) воспользуемся правилом логического вывода, основанного на композиции Мамдани [4]: $\mu(\mathbf{q},\beta) = \mu(\mathbf{s},\beta) \times \mu_{(\xi)}(\mathbf{s},\mathbf{q},\beta)$. С учетом введенных аппроксимаций для функций принадлежности, выраженных через фундаментальные решения уравнения диффузии с эффективным параметром глубина диффузии β, получим правило расчета функций рассеяния.

$$\mu(\mathbf{q},\beta)=\mu(\mathbf{s},\beta)\times\mu_{\mathfrak{A}(\xi)}(\xi,\beta)=\max_{\mathbf{s}}\left[\min\left\{\mu_{\mathfrak{A}(\xi)}(\mathbf{s},\mathbf{q},\beta),\mu(\mathbf{s},\beta)\right\}\right]=|Q\rangle. \quad (10)$$

Аналогично

$$\mu(\mathbf{f},\beta)=\mu(\mathbf{q},\beta)\times\mu_{\mathfrak{A}(\zeta)}(\zeta,\beta)=\max_{\mathbf{s}}\left[\min\left\{\mu_{\mathfrak{A}(\zeta)}(\mathbf{q},\mathbf{f},\beta),\mu(\mathbf{s},\beta)\right\}\right]=|F\rangle. \quad (11)$$

Объединяя (10) и (11), получим

$$\mu(\mathbf{f},\beta)=\mu(\mathbf{s},\beta)\times\mu_{\mathfrak{A}(\xi),\mathfrak{A}(\zeta)}(\mathbf{s},\mathbf{f},\beta)=\max_{\mathbf{s}}\left[\min\left\{\mu_{\mathfrak{A}(\xi),\mathfrak{A}(\zeta)}(\mathbf{s},\mathbf{f},\beta),\mu(\mathbf{s},\beta)\right\}\right]=|F\rangle. \quad (12)$$

Здесь

$$\mu_{(\xi),\ (\zeta)}(\mathbf{s},\mathbf{f},\beta)=\max_{\mathbf{q}}\left[\min\left\{\mu_{(\xi)}(\mathbf{s},\mathbf{q},\beta),\mu_{(\zeta)}(\mathbf{q},\mathbf{f},\beta)\right\}\right]. \quad (13)$$

Подставляя сюда выражения для функции рассеяния, получаем: решение задачи (12), реализуемое на основе (13) с использованием (8) и (9) называется прямой задачей рассеяния для прогноза параметров.

Повышение разрешенности прогнозного распределения параметров.

В расчетах, описанных выше, параметр β должен подбираться на этапе формирования функции рассеяния μ(**s**, β) по правилу (9) по неформализованным принципам адекватного представления неопределенности данных в разных точках области определения параметров. Однако получаемое в итоге прогнозное значение функции рассеяния μ(**f**, β) для параметра **f** может оказаться чрезмерно размытым. Для повышения контрастности заметим, что решения уравнения (5), которое обозначим в виде оператора $A(\tau)$, действующего на начальные условия $\mu(r, 0)$, образуют полугруппу относительно параметра τ и:

$$A(\tau)\mu(r,0)=\mu(r,\tau);$$

$$A(t)\mu(r,\tau)=\mu(r,\tau+t).$$

С другой стороны, в силу, определения фундаментальных решений

$$\frac{1}{4\pi\beta}\int_{\Xi}\mu(\xi)\exp\left(-\frac{|\mathbf{f}-\xi|^2}{\beta^2}\right)d\xi=\mu\ \ (\mathbf{f},\beta). \quad (14)$$

Здесь Ξ – область определения параметра **f**.

Уравнение (14) следует рассматривать как обратную задачу относительно μ(ξ), которая называется обратной задачей рассеяния. Для нахождения μ(ξ) по найденному в результате решения прямой задачи рассеяния $\mu_{\mathfrak{A}}(\mathbf{f}, \beta)$ следует воспользоваться хорошо развитыми для этого случая методами решения некорректных задач [5]. С этой целью необходимо выделить последовательность возрастающих разрешенных функций рассеяния параметра, соответствующих возрастающей последовательности эффективного параметра глубины диффузии β.

Выводы

Задача прогнозирования геолого-геофизических параметров рассматривается как задача рассеяния поля данных измерений геофизических параметров на поле рассеяния, характеризующего экспериментальные данные о связях между параметрами в соответствующем фазовом пространстве параметров.

Поля рассеяния аппроксимируются решениями уравнения диффузии и служат аппроксимацией для функции принадлежности, характеризующей нечеткие измеряемые данные и нечеткие отношения между измеряемыми и прогнозными параметрами.

Прямая задача рассеяния состоит в синтезе представлений о поле рассеяния для прогнозных параметров как следствия неоднородности среды и принципов логического вывода Мамдани, примененного к диффузионным представлениям для функций принадлежности нечетких величин и нечетких отношений.

Решение обратной задачи рассеяния направлено на получение большей локализации в получаемой функции рассеяния и состоит в подборе оптимального параметра глубины диффузии.

Разработанный метод прогнозирования поля рассеяния параметров обладает очевидными преимуществами в сравнении с традиционной техникой регрессионного анализа. Они состоят в следующем:

Открывается научно обоснованная возможность изучения свойств неоднородности распределения прогнозных параметров на основе эффекта рассеяния результатов прогноза , который ранее относился к ошибкам и отбрасывался без должного анализа;

Результат прогнозирования опирается на реально регистрируемые данные и исключает искусственно введенные представления об аналитическом виде уравнений рассеяния.

Повышается объективность прогноза за счет автоматического учета различной плотности данных в разных участках фазового пространства параметров

Список литературы

1. Вендельштейн Б.Ю., Резванов Р.А. Геофизические методы определения параметров нефтегазовых коллекторов: При подсчете запасов и проектировании разработки месторождений. – Недра, 1978.

2. Дахнов В.Н. Геофизические методы определения коллекторских свойств и нефтегазонасыщения горных пород. – Недра, 1975.

3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – Наука, 1974.

4. Mamdani E.H. Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant plant // Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of. – 1974. – Т. 121. – № . 12. – С. 1585–1588.

5. Zadeh L.A. Calculus of fuzzy restrictions restrictions // In ««Fuzzy sets and its application to cognitive and decision processes»» ed. by Zadeh L.A. – Academic Press, 1975. – P. 1–39.

References

1. Vendelshteyn B.Y., Rezvanov R.A. Geophysical methods of determining the parameters of oil and gas reservoirs: When calculating reserves and reservoir engineering. Nedra, 1978.

2. Dakhnov V.N. Geophysical methods for determining reservoir properties and oil and gas saturation of rocks. – Nedra, 1975.

3. Tikhonov A.N., Arsenin V.Y. Methods for solving ill-posed problems. – Science, 1974.

4. Mamdani E.H. Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant plant // Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of. 1974. T. 121. no. 12 pp. 1585–1588.

5. Zadeh L.A. Calculus of fuzzy restrictions restrictions // In ««Fuzzy sets and its application to cognitive and decision processes» ed. by Zadeh Zadeh L.A. Academic Press, 1975. pp. 1–39.

Рецензенты:

Бурмистрова О.Н., д.т.н., профессор, ФГБОУ ВПО «Ухтинский государственный технический университет», г. Ухта;

Павлов А.И., д.т.н., профессор, ФГБОУ ВПО «Ухтинский государственный технический университет», г. Ухта.

Работа поступила в редакцию 23.07.2014.