УДК 539.12:537.63:537.868

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Копытов Г.Ф., Мартынов А.А., Акинцов Н.С.

ГОУ ВПО «Кубанский государственный университет», Краснодар, e-mail: akintsov777@mail.ru

Проведен анализ задачи о движении заряженной частицы во внешнем заданном поле плоской эллиптически поляризованной электромагнитной волны большой интенсивности. Решение уравнения движения заряженной частицы в поле электромагнитной волны представляет интерес для исследования взаимодействия лазерных импульсов большой интенсивности с твердыми мишенями в связи с практической разработкой многочастотных лазеров и развитием техники модуляции лазерного излучения. Причина этого исследования обусловлена широким практическим применением высокотемпературной плазмы, образующейся на поверхности мишени и поисками новых режимов взаимодействия лазер-плазма. Получены формулы для средней кинетической энергии частицы в релятивистском рассмотрении в явной зависимости от начальных данных, амплитуды электромагнитной волны, интенсивности волны и её параметра поляризации. Приведена зависимость средней кинетической энергии от интенсивности электромагнитной волны.

Ключевые слова: плоская электромагнитная волна, средняя кинетическая энергия частицы, ультракороткий лазерный импульс

A CHARGED PARTICLE MOVES IN THE FIELD OF THE PLANE ELLIPTICALLY POLARIZED ELECTROMAGNETIC WAVE

Kopytov G.F., Martynov A.A., Akintsov N.S.

Kuban State University, Krasnodar, e-mail: akintsov777@mail.ru

We have done the analysis of the problem of the motion of charged particle in an external field of a plane given elliptically polarized electromagnetic waves of high intensity. Of interest is a solution of the equation of motion of a charged particle in the field of electromagnetic waves in order to investigate the interaction of high-intensity laser pulses with solid targets in relation to the practical development of multifrequency lasers and the development of the technology of laser modulation. The reason for this study is due to the wide practical application of high-temperature plasma formed on the surface of the target and the search for new modes of interaction of the laser plasma. The formulas for the average kinetic energy of the particle in the relativistic consideration of the explicit dependence on the initial data, the amplitude of the electromagnetic wave, the wave intensity and polarization parameter. Shows the dependence of the average kinetic energy of the intensity to the electromagnetic wave.

Keywords: plane electromagnetic wave, the average kinetic energy of the particle, ultrashort laser pulse

В настоящее время большой практический и теоретический интерес представляет задача ускорения заряженных частиц ультракороткими лазерными импульсами большой интенсивностью в плазме [5–9]. Мощные лазерные импульсы используются как эффективное средство для получения высокоэнергичных частиц путем воздействия на фронтальную поверхность мишени из тонкой фольги [10, 11, 12].

Для оценки температуры быстрых электронов на фронтальной поверхности мишени в работе [11] было предложено использовать формулу кинетической энергии электрона, осциллирующего в поперечном поле падающей электромагнитной волны,

$$K = m_e c^2 \left[\sqrt{1 + \left(\frac{eE_0}{m_e c \omega} \right)} - 1 \right] = m_e c^2 \left(\sqrt{1 + \frac{I\lambda^2}{1{,}37 \cdot 10^{18}}} - 1 \right), \tag{1}$$

где m_e – масса электрона; c – скорость света; E_0 – амплитуда электромагнитного поля падающей электромагнитной волны; ω – круговая частота; I – интенсивность падающей волны (в Вт/см^2) λ – длина волны; (в мкм).

Решение уравнения движения заряженной частицы в поле плоской монохроматической электромагнитной волны в случаях линейной и круговой поляризации было получено в работе [2], и указано, что формула (1) соответствует нерелятивистскому случаю. В настоящей работе получено аналогичное решение для случая плоской монохроматической, эллиптически поляризованной электромагнитной волны, которое, как частные случаи, включает и указанное выше решение.

Цель настоящей работы – анализ движения частицы в поле эллиптически поляризованной электромагнитной волны и вывод формул для средней кинетической энергии частицы, усредненной по периоду её колебаний.

Постановка задачи

Уравнение движения частицы с массой m и зарядом q имеет вид

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\left(\vec{E} + \frac{1}{c}\left[\vec{\upsilon}\times\vec{H}\right]\right), \tag{2}$$

где $\vec{p}$ импульс частицы и ее скорость $\vec{\upsilon}$ связаны равенством [3]

$$\vec{p} = \frac{m\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}. \tag{3}$$

Изменение энергии частицы

$$\varepsilon = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} \tag{4}$$

определяется уравнением

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = q\vec{E}\vec{\upsilon}. \tag{5}$$

Энергия, импульс и скорость частицы связаны равенствами

$$\vec{p} = \frac{\varepsilon\upsilon}{c^2};\quad \upsilon = \frac{c^2\vec{p}}{\varepsilon}. \tag{6}$$

Будем считать, что волна распространяется вдоль оси z. В этом случае компоненты векторов электрического и магнитного поля волны определяются выражениями

$$\begin{cases} E_x = H_y = b_x\exp(-i\Phi), \\ E_y = -H_x = fb_y\exp(-i\Phi), \\ E_z = H_z = 0, \end{cases} \tag{7}$$

где $\Phi = \omega\xi + \psi + \phi$; $\xi = t - z/c$; ω – частота несущей волны; ψ – параметр поляризации; φ – угол наклона осей эллипса к оси Ox системы координат; оси x и y совпадают с направлением полуосей эллипса поляризации волны b_x и b_y, причем $b_x \geq b_y \geq 0$; $f = \pm 1$ – параметр поляризации: верхний знак для E_y соответствует правой поляризации, а нижний – левой [4].

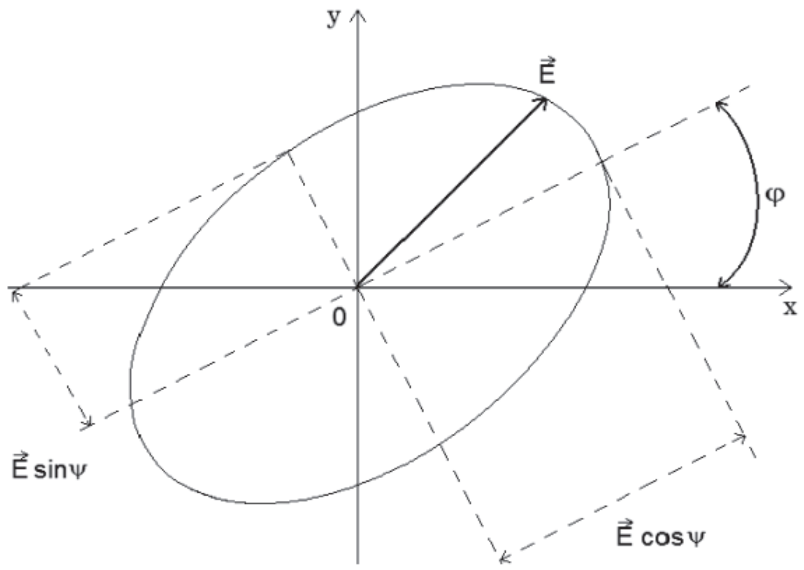

Рис. 1. Эллипс поляризации

Решение уравнения движения заряда

Решение уравнений (2) и (5) с $\vec{E}$ и $\vec{H}$ из (7) в действительной форме имеет вид

$$p_x = \frac{qb_x}{\omega}\sin\Phi + \chi_x;$$

$$p_y = \frac{fqb_y}{\omega}\sin\Phi + \chi_y;$$

$$p_z = \gamma g; \tag{8}$$

$$\varepsilon = \gamma c(1+g),$$

где χ_x, χ_y, γ – постоянные, причем выполняется условие

$$\gamma \geq 0, \quad \text{т.е.} \quad \varepsilon \geq mc^2;$$

$$g = h - \frac{q^2\left(b_x^2 + b_y^2\right)}{4\gamma^2\omega^2}\cos(2\Phi) + \frac{q}{\gamma^2\omega}\left(b_x\chi_x \pm b_y\chi_y\right)\sin\Phi; \tag{9}$$

$$h=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{m^2c^2+\chi_x^2+\chi_y^2}{\gamma^2}-1\right)+\frac{q^2\left(b_x^2+b_y^2\right)}{2\omega^2\gamma^2}\right]. \qquad (10)$$

Из (8) и (6) получаем зависимость скорости частицы от фазы волны Φ:

$$\upsilon_x=\frac{dx}{dt}=\frac{c^2p_x}{\varepsilon}=\frac{c^2}{\varepsilon}\left(\frac{qb_x}{\omega}\sin\Phi+\chi_x\right)=\frac{c}{\gamma(1+g)}\left(\frac{qb_x}{\omega}\sin\Phi+\chi_x\right);$$

$$\upsilon_y=\frac{dy}{dt}=\frac{c^2p_y}{\varepsilon}=\frac{c^2}{\varepsilon}\left(\frac{qb_y}{\omega}\sin\Phi+\chi_y\right)=\frac{c}{\gamma(1+g)}\left(\frac{qb_y}{\omega}\sin\Phi+\chi_y\right); \qquad (11)$$

$$\upsilon_z=\frac{dz}{dt}=\frac{c^2p_z}{\varepsilon}=\frac{cg}{1+g}.$$

Постоянные χ_x и χ_y определяются начальной фазой волны

$$\Phi_0=-kz_0+\varphi+\psi$$

и начальной скоростью υ_0;

$$\chi_x=-\frac{qb_x}{\omega}\sin\Phi+\frac{m\upsilon_{x0}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon_0^2}{c^2}}};$$

$$\chi_y=\mp\frac{qb_y}{\omega}\sin\Phi+\frac{m\upsilon_{x0}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon_0^2}{c^2}}}; \qquad (12)$$

$$\gamma=\frac{mc\left(1-\frac{\upsilon_{z0}}{c}\right)}{\sqrt{1-\frac{\upsilon_0^2}{c^2}}}.$$

Из (11) получаем координаты частицы как функции Φ:

$$x=x_0+\frac{1}{\gamma k}\chi_x\left(\Phi-\Phi_0\right)-\frac{qb_x}{\gamma k\omega}\left(\cos\Phi-\cos\Phi_0\right);$$

$$y=y_0+\frac{1}{\gamma k}\chi_y\left(\Phi-\Phi_0\right)-\frac{fqb_y}{\gamma k\omega}\left(\cos\Phi-\cos\Phi_0\right);$$

$$z=z_0+\frac{h}{k}\left(\Phi-\Phi_0\right)-\frac{q^2\left(b_x^2+b_y^2\right)}{2\gamma^2\omega^2 k}\left(\sin(2\Phi)-\sin(2\Phi_0)\right)-$$
$$-\frac{q}{\gamma^2\omega k}\left(b_x\chi_x\pm b_y\chi_y\right)\left(\cos\Phi-\cos\Phi\right). \qquad (13)$$

Движение частицы, усредненное по периоду колебаний

Здесь приведем результаты усреднения импульса $\vec{p}$ и энергии ε частицы по периоду ее колебаний в поле электромагнитной волны. Усреднение колебания частицы по её периоду проведем аналогично [2] с применением (8).

Для импульса частицы $\vec{p}$ получаем следующие формулы:

$$\overline{p}_x=\chi_x+\frac{q^2b_x}{2\gamma^2\omega^2(1+h)}\left(b_x\chi_x\pm b_y\chi_y\right);$$

$$\overline{p}_y=\chi_y+\frac{q^2b_y}{2\gamma^2\omega^2(1+h)}\left(b_x\chi_x\pm b_y\chi_y\right); \qquad (14)$$

$$\overline{p}_z=\frac{\gamma}{1+h}\left\{h+h^2+\frac{1}{2}\left(\frac{q}{\gamma^2\omega}\right)^2\left(b_x\chi_x\pm b_y\chi_y\right)^2+\frac{q^4\left(b_x^2+b_y^2\right)^2}{32\omega^4\gamma^4}\right\}.$$

Для энергии ε частицы получаем

$$\overline{\varepsilon}=\frac{\gamma c}{1+h}\left(\left(1+h\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{q}{y^2\omega}\right)^2\left(b_x\chi_x\pm b_y\chi_y\right)^2+\frac{q^4\left(b_x^2+b_y^2\right)^2}{32\omega^4\gamma^4}\right). \qquad (15)$$

Из (15) видно, что $\overline{\varepsilon}$ зависит от интенсивности волны, ее поляризации, начальной фазы, а также от начальной скорости частицы.

Случай эллиптической поляризации при отсутствии у частицы начальной скорости

Здесь рассмотрим случай, когда частица в начальный момент времени имеет скорость $\vec{\upsilon}_0=0$. Тогда уравнения (12) принимают вид

$$\chi_x=-\frac{qb_x}{\omega}\sin\Phi_0;$$

$$\chi_y=-\frac{fqb_y}{\omega}\sin\Phi_0; \qquad (16)$$

$$\gamma=mc.$$

Для волны с эллиптической поляризацией [1]

$$b_x^2\pm b_y^2=\rho^2b^2, \qquad (17)$$

где ρ – параметр эллиптичности. При $\rho=\pm1$ – соответствует линейной поляризации, а при $\rho=\pm 1/\sqrt{2}$ – круговой поляризации [1]. В остальных случаях величина ρ соответствует эллиптической поляризации $\left(0\le|\rho|\le1\right)$, при которой

$$\chi_x^2+\chi_y^2=\frac{q^2\left(b_x^2+b_y^2\right)}{\omega^2}\sin^2\left(\Phi_0\right)=\frac{\rho^2q^2b^2}{\omega^2}\sin^2\left(\Phi_0\right); \qquad (18)$$

$$\left(b_x\chi_x\pm b_y\chi_y\right)^2=\frac{q^2\left(b_x^2+b_y^2\right)^2}{\omega^2}\sin^2\left(\Phi_0\right)=\frac{\rho^4q^4b^4}{\omega^2}\sin^2\left(\Phi_0\right). \qquad (19)$$

Из (10) получим значение h в начальный момент времени:

$$h=\frac{\rho^2q^2b^2}{2\omega^2m^2c^2}\left(\sin^2\Phi_0+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{2q^2}{\pi m^2c^5}I\lambda^2\right)\cdot\left(\sin^2\Phi_0+\frac{1}{2}\right)=\frac{\mu}{2}\left(\sin^2\Phi_0+\frac{1}{2}\right), \qquad (20)$$

где $I=c\rho^2b^2/4\pi$ – интенсивность эллиптически поляризованной электромагнитной волны, а $\lambda=2\pi c/\omega$ – длина волны.

Подставляя (18), (19) и (20) в (15), получаем среднюю энергию первоначально покоящейся частицы в волне эллиптической поляризации

$$\overline{\varepsilon}-mc^2=\frac{\mu}{4}mc^2+\frac{\mu}{2}mc^2\sin^2\Phi_0+\frac{\mu^2mc^2\left(\sin^2\Phi_0+\frac{1}{16}\right)}{2+\mu\left(\sin^2\Phi_0+\frac{1}{2}\right)}. \qquad (21)$$

Как видно из (21), средняя энергия частицы зависит от интенсивности волны, параметра поляризации ψ, угла наклона φ осей эллипса к оси Ox системы координат, начальной фазы и скорости волны.

Усредняя по начальной фазе Φ_0, средняя энергия заряженной частицы в поле плоской монохроматической эллиптически поляризованной волны имеет вид

$$\left\langle\overline{\varepsilon}\right\rangle-mc^2=\frac{1}{4}mc^2\mu\left(6-\frac{32+7\mu}{2\sqrt{4+3\mu}\sqrt{4+\mu}}\right). \qquad (22)$$

Для случая линейной поляризации при $\rho=\pm1$ формула (22) принимает вид формулы (52) в [9].

На рис. 2. приведены зависимости средней кинетической энергии электрона от интенсивности плоской монохроматической электромагнитной волны линейной поляризации $\rho=\pm1$, круговой поляризации $\rho=\pm1/\sqrt{2}$, круговой поляризации (формула

(45)) из [2] и эллиптической поляризаций, представляющий наибольший практический интерес $\rho = \pm\sqrt{0,9}$, а также энергии, рассчитанной по формуле (1).

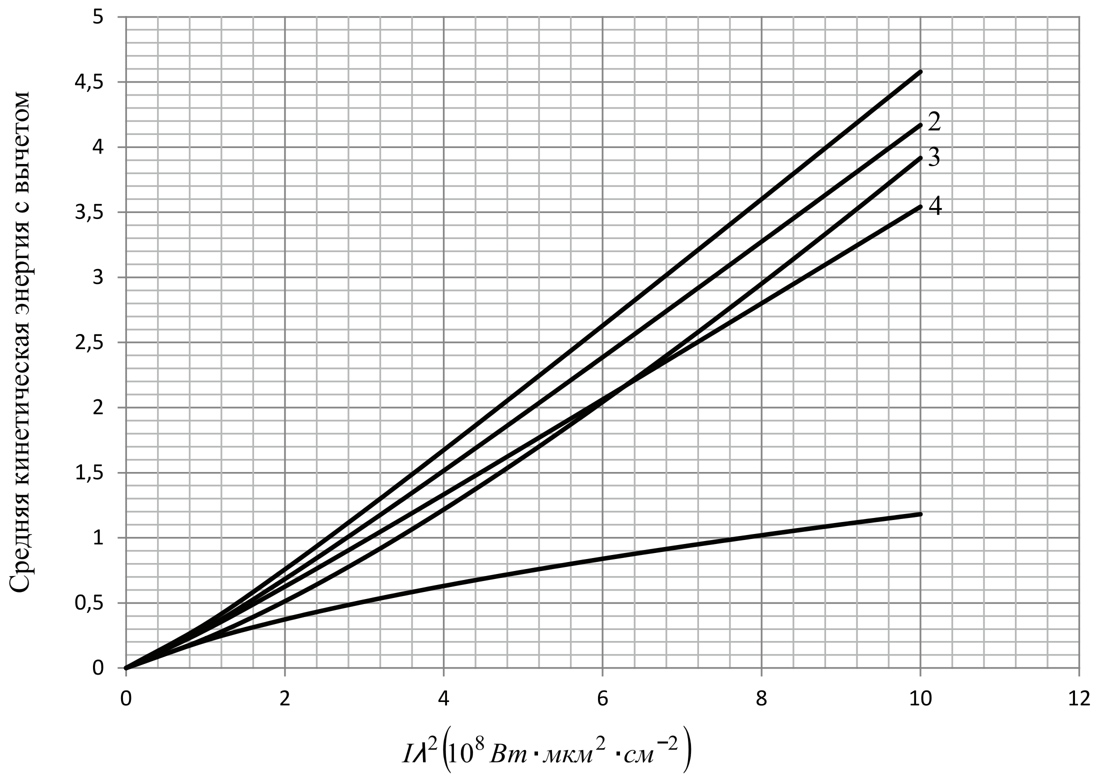

Рис. 2. Зависимости средней кинетической энергии электрона от интенсивности плоской монохроматической электромагнитной волны: 1 – линейной поляризации ($\rho = \pm 1$); 2 – эллиптической поляризации $\left(\rho = \pm\sqrt{0,9}\right)$; 3 – круговой поляризации $\left(\rho = \pm 1/\sqrt{2}\right)$, 4 – круговой поляризации (формула (45) из [2]); K – расчет по формуле (1).

Как было указано в [2], формула (1) дает существенно заниженные значения средней кинетической энергии электрона в электромагнитном поле: при $I\lambda^2 > 4,5\cdot 10^{18}$ Вт·мкм²·см⁻² эти значения более чем в 2,5 раза меньше значений, рассчитанных по формуле для случая линейной поляризации, и более чем в 2,2 раза для круговой поляризации, рассчитанной по формуле (45) в [2]. Как видно из рис. 3, при усреднении значений фазовых характеристик для круговой поляризации значение средней кинетической энергии превосходит её значения на 0,4 МэВ значений, полученных по формуле (45) в [2]. Подставляя значения параметров $\omega\xi_0 = \pi/2,\ 3\pi/2$; $\varphi = \pi/2,\ 3\pi/2$; $\psi = \pi/2,\ 3\pi/2$ и $\rho = \pm 1/\sqrt{2}$ в (21), получаем формулу (45) из [2].

Для случая эллиптической поляризации $\rho = \pm\sqrt{0,9}$, что соответствует поляризации реального лазерного импульса большой интенсивности, значения средней кинетической энергии электрона в электромагнитном поле при $I\lambda^2 > 4,5\cdot 10^{18}$ Вт·мкм^2·см$^{-2}$, на 0,25 МэВ больше этого значения для круговой поляризации и на 0,4 МэВ меньше для линейной поляризации.

Заключение

В работе приведены точные решения уравнений движения заряженной частицы во внешнем поле эллиптически поляризованной электромагнитной волны. Исследованы различные случаи начальных условий движения заряженной частицы и поляризации волны. Вычислены значения импульса и энергии частицы, усредненные по периоду её колебаний. Полученные решения представлены в явной зависимости от начальных данных, амплитуды электромагнитной волны, интенсивности волны и её параметра поляризации, что позволяет применять полученные решения в практических расчетах.

Список литературы

1. Аззам Р. Эллипсометрия и поляризованный свет / Р. Аззам, Н. Башара; пер. с англ. – М.: Мир. 1981. – 583 с.

2. О движении заряженной частицы в плоской монохроматической электромагнитной волне / С.Н. Андреев, В.П. Макаров, А.А. Рухадзе // Квантовая электроника.– 2009. – Т. 39, № 1.– С. 68–72.

3. Ландау Л.Д. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 2004.– 509 с.

4. Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц / Р. Ньютон; пер. с англ. – М.: Мир. 1969. – 607 с.

5. d'Humieres E., Lefebvre E., Gremillet L., Malka V. // Phys. Plasmas. – 2005. – Vol. 12. – P. 9902.

6. Mora P. // Phys. Pev. E. – 2005. – Vol. 72. – P. 056401.

7. Oishi Y. et al. // Phys. Plasmas. – 2005. Vol. 12, p. 073102.

8. Pukhov A. Rep. Prog. Phys. – 2003. – Vol. 66. – P. 47.

9. Sentoku Y., Cowan T. E., Kemp A., Ruhl H. // Phys. Plasmas. – 2003. – Vol. 10. – P. 2009.

10. Umstadter D. // J. Phys. D: Appl. Phys. – 2003. – Vol. 36. – P. 152.

11. Wilks S. C., Kruer W. L., Tabak M., Langdon A.B. Absorption of ultra-intense laser pulses // Phys. Rev. Lett. – 1992. – Vol. 69. – P. 1383–1386.

12. Wilks S. C. et al. // Phys. Plasmas. – 2001. – Vol. 8. – P. 542.

References

1. Azzam R.M., Bashara N.M. Ellipsometriya i polyrizovanny svet [Ellipsometry and Polarized Light]. Moscow, Mir, 1981. 583 p.

2. Andreev S.N., Makarov V.P., Rukhadze A.A., *Quantum Electronics, 2009, no. 39, pp. 68*–72.

3. Landau L.D., Lifshitz E.M. Teoriya polya [The classical Theory of Fields]. Moscow, Nauka, 2004. 509 p.

4. Newton R. Teoriya rasseyaniya voln i chastits [Scattering Theory of Waves and Particles]. Moscow, Mir, 1969. 607 p.

5. d'Humieres E., Lefebvre E., Gremillet L., Malka V. Phys. Plasmas, 2005. Vol. 12, pp. 9902.

6. Mora P. Phys. Pev. E, 2005. Vol. 72, pp. 056401.

7. Oishi Y. et al. Phys. Plasmas, 2005. Vol. 12, pp. 073102.

8. Pukhov A. Rep. Prog. Phys., 2003. Vol. 66, pp. 47.

9. Sentoku Y., Cowan T. E., Kemp A., Ruhl H. Phys. Plasmas, 2003, Vol. 10, pp. 2009.

10. Umstadter D. J. Phys. D: Appl. Phys., 2003. Vol. 36, pp. 152.

11. Wilks S.C., Kruer W.L., Tabak M., Langdon A.B. Absorption of ultra-intense laser pulses // Phys. Rev. Lett., 1992. Vol. 69, pp. 1383–1386.

12. Wilks S. C. et al. Phys. Plasmas, 2001, Vol. 8, pp. 542.

Рецензенты:

Тумаев Е.Н., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой теоретической физики и компьютерных технологий, Кубанский государственный университет, г. Краснодар;

Исаев В.А., д.ф.-м.н., доцент кафедры физики и информационных технологий, Кубанский государственный университет, г. Краснодар.

Работа поступила в редакцию 15.07.2014.