

УДК 164.3

## ВОПРОСЫ ЭПИСТЕМИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ МОДАЛЬНЫХ ЛОГИК

Арапова Г.В.

*Аккредитованное образовательное частное учреждение высшего профессионального образования  
«Московский финансово-юридический университет МФЮА», Москва, e-mail: gala773@yandex.ru*

В статье рассматривается проблема логического всеведения в системах модальной эпистемической логики. В этой связи исследуются условия и границы использования семантики возможных миров для анализа эпистемических контекстов. Результатом нашего исследования является набор условий, черт, которые должны реализовываться в семантике возможных миров для того, чтобы она была философски приемлемой и не страдала проблемой логического всеведения. Были выделены три варианта проблемы логического всеведения и сформулированы условия их устранения или принятия в эпистемической логике. Была обоснована целесообразность сохранения второго варианта логического всеведения (нормальный рациональный субъект). Первый вариант проблемы логического всеведения (слишком рациональный всеведущий субъект) предлагается полностью устранить из систем, описывающих знание. Самым проблематичным вариантом проблемы логического всеведения признается третий вариант, который требует частичного сохранения в эпистемических системах, так как не может быть ни полностью устранен, ни полностью удален из подобных систем.

**Ключевые слова:** модальная логика, логика знания и мнения, логическое всеведение, эпистемическая логика

## QUESTIONS OF EPISTEMIC INTERPRETATION OF MODAL LOGICS

Arapova G.V.

*Moscow University of Finance and Law, Moscow, e-mail: gala773@yandex.ru*

We consider the problem of logical omniscience in the systems of modal epistemic logic in the article. In relation to this problem we investigated the conditions and forms of the possible world semantics for the analysis of epistemic sentences. The result of our investigation is a set of conditions and rules which have to be applied for the possible worlds semantics to make it philosophically adequate for knowledge of agents. There were offered three types of logical omniscience problem with different ways of their elimination or acceptance in epistemic logic. We defined the reason to leave the second type of logical omniscience (normal rational agent). The first type of the logical omniscience (too rational omniscient agent) can be deleted like in system Ep5. But the most problematic type of logical omniscience is the third type which can't be simply eliminated from epistemic systems. In conclusion we can say that if we want to solve the problem of logical omniscience we will deal with the third type of this problem.

**Keywords:** modal logic, logic of knowledge and belief, logical omniscience problem, epistemic logic

В данной статье мы исследуем вопрос анализа контекстов знания и мнения посредством пропозиционального исчисления модальной логики и семантики возможных миров. Напомним, что к контекстам знания и мнения относятся высказывания вида «N знает, что A», «N думает, что A»: «Сократ знает, что он ничего не знает», «Тьюринг полагал, что машина может мыслить». В современной литературе отмечается, что формализация контекстов знания и мнения стала потребностью во многих областях современной науки: информатике, исследованиях искусственного интеллекта, экономике, лингвистике, эпистемологии. Анализ контекстов знания и мнения является важным и для философии, так как затрагивает трудные проблемы определения знания и мнения, возможности и необходимости, соотношения онтологической и эпистемической возможности.

При использовании системы модально-го исчисления в анализе эпистемических контекстов особенно остро встает проблема логического всеведения. Проблему логиче-

ского всеведения можно охарактеризовать как наделение субъекта познания почти сверхъестественными способностями строить выводы и получать новое знание. Познание, в таком случае детерминировано логической общезначимостью и доказуемостью, что делает его крайне нереалистичным. В соответствии с этим мы можем утверждать, что актуальным и необходимым является требование к современной эпистемической логике, выраженное Джозефом Хелперном [5]: построить модель знания, которая учитывает неполноту знания агентов и способность агентов строить выводы из того, что они знают, т.е. являются рациональными.

Одной из задач нашей статьи является выявление оснований и предпосылок возникновения проблемы всеведения и условий ее устранения. Важно определить критерии адекватности формализации эпистемических контекстов. При этом необходимо четко обозначить возможности и границы применения аппарата алетической модальной логики (модального исчисления) к анализу эпистемических контекстов.

В эпистемически интерпретированной модальной логике оператор необходимости в аксиомах и правилах вывода читается как оператор знания. В пропозициональной модальной логике принимаются следующие положения:

*правило модализации:*  $\vdash A \Rightarrow \vdash \Box A$

*«если доказуемо  $A$ , то доказуемо, что необходимо  $A$ » и аксиома  $K$ :*

$(\Box(A \supset B) \& \Box A) \supset \Box B$

*«если необходимо ( $A \supset B$ ) и необходимо  $A$ , то необходимо  $B$ ».*

В модальном пропозициональном исчислении эти положения не приводят к проблеме всеведения, так как в нем вообще не учитывается знание субъекта. Но когда оператор необходимости трактуется эпистемически, т.е. как оператор знания, мы сталкиваемся с проблемой:

*правило модализации: «если доказуемо  $A$ , то доказуемо, что агент  $N$  знает  $A$ »*, т.е. из доказуемости следует знание субъектом всех доказуемых истин;

аксиома  $K$ : *«если агент  $N$  знает ( $A \supset B$ ) и агент  $N$  знает  $A$ , то агент  $N$  знает  $B$ »*, т.е. из знания одних высказываний следует знание всех их логических следствий.

Следовательно, субъект познания знает все логические законы и все логические следствия из этих законов, а также все логические следствия из имеющихся у него самого знаний. Это последствие применения аппарата модальной логики для анализа контекстов знания и мнения было названо проблемой логического всеведения. Таким образом, в эпистемической модальной логике встает вопрос о возможности применения некоторых правил и аксиом пропозициональной модальной логики.

#### **Источник проблемы логического всеведения**

В разработке семантики возможных миров была использована идея, выраженная Лейбницем. Эта идея состояла в том, что, с точки зрения Бога, бесконечного, всеведущего рационального субъекта, возможные существование бесконечного множества возможных миров. Разные возможные миры отличаются случайными характеристиками. Но законы логики неизменны, их нарушение немисливо даже для Бога, поэтому законы логики будут одинаковы во всех возможных мирах. Возможные миры могут неузнаваемо отличаться от нашего реального (актуального) мира, но законы логики там такие же, как в нашем мире. Для

Бога парадокс не возникает, так как он по определению обладает всеведением. Но человек всеведением не обладает, поэтому использование семантики возможных миров и приводит к проблемам. Это означает, что в эпистемической логике семантика возможных миров должна интерпретироваться иначе, чем в модальной логике.

#### **Использование семантики возможных миров в эпистемической логике**

Знание агента о ситуации  $p$  рассматривается как один из «возможных миров». Незнание агента образует новые возможные миры, альтернативы актуального мира. Если агент не знает, что имеет место  $p$ , то для него оказываются эпистемически (но не онтологически) возможными два варианта  $p$  и  $\neg p$ . Таким образом, если кто-либо не знает об истинном значении  $n$ -го количества атомарных предложений, то он может рассматривать  $2^n$  возможных ситуаций, эпистемических возможностей [8]. Эпистемические альтернативы появляются лишь тогда, когда у нас отсутствует знание, поэтому тот, у кого больше знания, имеет меньше эпистемических альтернатив.

#### **Проблема логического всеведения и последствия ее устранения**

Мы проанализировали большое количество современных эпистемических систем, однако все они страдают, по крайней мере, от одной из двух проблем:

1) субъект познания обладает всеми или некоторыми вариантами логического всеведения;

2) эпистемическая система не отражает способности субъекта строить логические выводы, не учитывает рациональность субъекта; под термином «рациональность субъекта» понимается не разумность субъекта, а его способность строить выводы из имеющегося знания.

Вторая проблема появляется в результате устранения первой проблемы, т.е. при попытке решить проблему логического всеведения в эпистемических системах теряются свойства рациональности субъекта познания. Следует сказать, что это слишком дорогая цена решения вопроса.

Таким образом, сложились две группы систем, в одних сохраняется проблема логического всеведения, например, в стандартной эпистемической модальной логике; в других системах не отражается рациональность субъекта (система невозможных возможных миров Я. Хинтики [4], В. Ранталы [10], странных миров С. Крипке [2]).

**Вариант интерпретации формализмов модальных систем**

Нами был предложен новый вариант эпистемического толкования аксиом и правил вывода модальной логики и выделены группы формализмов на основании их отношения к двум, ранее выделенным проблемам.

**1. Слишком рациональный всеведущий субъект.** Этот вариант проблемы логического всеведения, порождается аксиомами и правилами вывода, в которых не модализирован антецедент и модализирован консеквент, т.е. формулами вида

$$[\vdash \dots] \supset [\vdash \Box \dots].$$

К этому классу относятся, например, следующие формулы:

*правило монотонности*

$$(A \supset B) \models (\Box A \supset \Box B);$$

*правило модализации*

$$\vdash A \models \vdash \Box A.$$

При эпистемической интерпретации этих формул из логической доказуемости формулы следует знание формулы агентом. Но ведь доказуемость имеется в виду объективная, т.е. независимо от агента, а вывод делается о знании агента. Другое дело если бы он знал доказательство, и из этого бы следовало знание. Знание следствия в этих формулах определяется доказуемостью, логической общезначимостью.

Эти аксиомы детерминируют множество миров знания субъекта логическими законами, а значит, приводят к очень сильному допущению, что субъект знает все логические истины и их следствия. Но устранение этих аксиом не делает агента менее рациональным, не лишает его возможности строить логические следствия. Следовательно, мы можем отказаться от этих аксиом.

Существуют удачные эпистемические системы, в которых реализуется устранение этого класса формул. Например, ненормальная и немонотонная эпистемическая система, построенная М.Н. Божанишвили [1]. Название этой системы как раз и говорит о тех правилах вывода, которые перестают действовать относительно субъекта. Соответственно, ненормальными являются логики, в которых отсутствует правило модализации  $\vdash A \models \vdash \Box A$ , а немонотонными, в которых отсутствует соответствующее правило  $\vdash A \supset B \models \vdash \Box A \supset \Box B$  (правило монотонности).

**2. Нормальный рациональный субъект.** Эта группа аксиом выражает идею истинности знания. К этой группе аксиом мы

отнесли аксиомы, в которых модализирован только антецедент, и не модализирован консеквент:

$$[\Box \dots] \supset [\dots].$$

Соответственно, в эпистемической интерпретации это будет означать, что при условии знания высказывания, высказывание всегда будет истинным, иначе мы не можем говорить о знании. Иногда пытаются анализировать знание исторически, т.е. с учетом заблуждений в истории науки. Но мы полагаем, что высказывание «Г.Э. Шталь знал, что железо состоит из флогистона и золы» не является парадоксальным, оно оказалось ложным в силу ложности утверждения «железо состоит из флогистона и золы». Мы принимаем следующие свойства высказываний о знании: если ложно придаточное высказывание, то обязательно ложно и все высказывание о знании; если истинно высказывание о знании, то истинно и придаточное высказывание». К формулам такого вида в модальных системах относится аксиома T:

$$\Box A \supset A \text{ (если агент } N \text{ знает, что } A, \text{ то } A \text{ – истинно),}$$

т.е. эти формулы модальной логики подходят для их эпистемической интерпретации, это связано с идеей возможных миров: если агент знает предложение, то оно является истинным во всех мирах знания, так же, как необходимость означает истинность во всех возможных мирах. Однако необходимо учитывать, что для мнения эти аксиомы не приемлемы, их использование будет являться вариантом парадокса всеведения относительно мнения.

С нашей точки зрения, подобные аксиомы должны сохраняться в эпистемических системах, так как они выражают отличие знания от мнения.

**3. Идеальный рациональный субъект.** Третья группа аксиом – наиболее обсуждаемая и спорная, аксиомы в которых модализированы и антецедент, и консеквент:

$$[\Box \dots] \supset [\Box \dots].$$

Рассмотрев эти аксиомы и системы, где они есть или устраняются, мы пришли к выводу, что эта группа аксиом не может отбрасываться, так как они являются основанием рациональности познающего субъекта. Более того, эти эпистемические интерпретированные модальные аксиомы выражают основные свойства знания и рационального познающего субъекта: способность выводить новое знание из уже имеющегося (аксиома K), непротиворечивость (аксиома D), осознанность, положительная

интроспекция знания (аксиома S4) и негати-  
вная интроспекция (аксиома S5).

аксиома K:  $(\Box(A \supset B) \& \Box A) \supset \Box B$

аксиома D:  $\Box A \supset \Diamond A$  (ее вариант  
 $\Box A \supset \neg \Box \neg A$ )

аксиома системы S4:  $\Box A \supset \Box \Box A$

аксиома системы S5:  $\neg \Box A \supset \Box \neg \Box A$

$\Box(A \& B) \equiv (\Box A \& \Box B)$

И все же эта группа аксиом требует учета определенных аспектов, связанных с характеристиками субъекта познания. Например, аксиома K, с одной стороны, говорит о способности субъекта делать выводы из своего знания (т.е. вообще является критерием рациональности субъекта), а с другой стороны, приводит хоть и не к всеведению, но все же к совершенно нереалистичному свойству субъекта «знать все следствия своего знания». Поэтому многие считают аксиому K неприемлемой, так как некоторые ее следствия оказываются неадекватными. Аксиомы этой группы в логической литературе называют слабым вариантом проблемы логического всеведения [7]. Эти аксиомы вызывают наибольшие проблемы, их нельзя ни оставить как они есть, ни полностью устранить. Эта группа аксиом вынуждает нас обратиться к прагматическому аспекту, т.е. учитывать определенные моменты свойств знания реальных субъектов. Реальные субъекты далеко не всегда будут обладать выделенными нами свойствами знания. Они могут забывать, не осознавать некоторых очевидных следствий или не желать принимать очевидные следствия по разным причинам. Так, в пьесе «Вишневый сад» А.П. Чехова помещица Любовь Андреевна Раневская осознает, что сад придется продать, если не вырубить его и не сдать в аренду дачникам. Но не принимает более выгодного для нее решения.

И это не просто случай из литературы, люди действительно часто не рассуждают в соответствии с нормами логики, даже если они их знают. Реальный человек не совпадает с идеализацией субъекта познания, в обществе даже существует понятие, которое неявно на это указывает – человеческий фактор, т.е. фактор риска, связанный со способностью человека совершать непредвиденные, неразумные поступки. Однако можем ли мы принимать в логике вместо идеализации, вместо модели человека реального человека? Этот вопрос оказывается яблоком раздора между философской логикой и специалистами технических дисциплин (информатики, искусственного

интеллекта и пр.). Логика работает с идеализированным субъектом познания, и она не может отказаться от этой идеализации. Тогда как информатика работает с реальными субъектами познания, поэтому здесь пути информатики и философской логики расходятся. Очевидно, проблема всеведения говорит как раз о пределах выбранной нами модели субъекта познания, может быть, нам нужно выбрать иную модель, но совершенно очевидно, что мы не можем взять реального субъекта, философия не является ни психологией, ни информатикой. Когда мы переходим в область эмпирических субъектов познания, мы уже не строим логику, мы уже за ее воротами.

#### Условия построения дедуктивной системы в эпистемических логиках

Мы предлагаем строить дедуктивные системы таким образом, чтобы в них присутствовали аксиомы, правила вывода или теоремы 2 и 3 группы.

Но формулы третьей группы должны быть релятивизированы относительно ситуации использования или ограничены иным образом, если нам требуется указать на свойства агента в некоторых возможных ситуациях. Полное устранение аксиом третьей группы мы считаем необоснованным.

#### Условия построения семантики возможных миров в эпистемической логике

Нами было выявлено, что при построении семантики возможных миров для эпистемических модальностей должны учитываться особые условия. Знание не выражает регулярности по мирам, т.е. миры знания не совпадают по объему со всеми возможными мирами. Доказуемость и общезначимость не гарантирует знания, поэтому то, что общезначимо в стандартных возможных мирах, может оказаться не истинным в эпистемически возможных мирах. Миры модальной логики детерминируются законами природы и логики, а миры эпистемической логики определяются только принимаемыми постулатами.

Миры знания зависят не от законов природы и логики, а от наличия эпистемического доступа у субъекта познания к этим законам и постулатам. Знание зависит также от незнания (недостатка ресурсов), сложности и объема высказываний. В семантике возможных миров для контекстов знания действуют следующие закономерности: чем меньше субъект знает, тем богаче будет множество его возможных миров знания; чем больше знает субъект, тем меньше будет возможных миров, если же субъект

знает все, то возможные миры стандартной модальной логики будут совпадать с мирами субъекта.

### Заключение

Таким образом, проведено сопоставление двух типов интенциональных контекстов – модальных и эпистемических, базирующихся на семантиках возможных миров. Выявляются их основания и особенности, дается трактовка возможных миров в случае эпистемических контекстов. При этом показаны предпосылки возникновения парадокса всеведения.

Мы полагаем, что семантика возможных миров является тем не менее удачным инструментом для анализа эпистемических контекстов. Средствами семантики возможных миров мы можем выразить не только истинность высказываний, но также и отношение субъекта к этой истинности, его знание или незнание. В модальной и классической логике эти аспекты не учитываются, поэтому в них оказываются истинностно определенными даже открытые проблемы, так как Бог знает все и логика Бога – классическая, двузначная, в ней не может быть неразрешимых предложений. Семантика возможных миров может быть также эффективным инструментом анализа подобных высказываний. Однако классы возможных миров, их выделение и соотношение, отношение достижимости между ними должны отличаться от модальной логики.

Рассмотрены возможности и условия применения аппарата модальных систем к анализу эпистемических контекстов. В связи с вопросом формализации эпистемических контекстов анализируется возможность применения ряда аксиом модального исчисления и их эпистемической интерпретации. Делается вывод о необходимости устранения первой группы аксиом, сохранении второй группы, а также ограничении, но не устранении третьей группы аксиом. Таким образом, мы обосновываем позицию, согласно которой некоторые аксиомы, выделяемые в логической литературе как слабый вариант парадокса всеведения, не являются в полной мере логическим всеведением, но представляют собой условия рациональности субъекта.

### Список литературы

1. Бежанишвили М.Н. Логика модальностей знания и мнения. – М., 2007.
2. Крипке С.А. Семантический анализ модальной логики. II. Ненормальные модальные исчисления высказываний // Фейс Р., Модальная логика. – М., 1974.
3. Смирнова Е.Д. К экспликации семантического понятия истинности // Логические исследования. – Вып. 11. – М., 2004.
4. Хинтикка Я. Логико-эпистемологические исследования. – М., 1980.
5. Halpern J.Y. Epistemic logic. 5 questions. – USA, 2010.
6. Hintikka J. Knowledge and belief. Ithaca. – N.Y., 1962.
7. Ho D.N. Logical omniscience vs. logical ignorance. On a dilemma of epistemic logic, Progress in Artificial Intelligence. Proceedings of EPIA'95, LNAI, vol. 990, Springer Verlag, 1995.
8. Hoek W.V.D., Meyer J.J.C. Epistemic Logic for AI and Computer Science. – Cambridge, 1995.
9. Meyer J.J.C. Epistemic Logic. – Blackwell, 2001.
10. Rantala V. Impossible world semantics and logical omniscience // Acta Philosophica Fennica, 35. – 1982.

### References

1. Bezhanišvili M.N. Logika modal'nostej znaniya i mneniya. M., 2007.
2. Kripke S.A. Semanticheskij analiz modal'noj logiki. II. Nenormal'nye modal'nye ischisleniya vyskazyvanij. Fejs R., Modal'naya logika, M., 1974.
3. Smirnova E.D. K e'ksplikacii semanticheskogo ponyatiya istinnosti. Logicheskie issledovaniya. Vyp. 11. M., 2004.
4. Xintikka Y. Logiko-e'pistemologicheskie issledovaniya. M., 1980.
5. Halpern J.Y. Epistemic logic. 5 questions. USA, 2010.
6. Hintikka J. Knowledge and belief. Ithaca; N.Y., 1962.
7. Ho D. N. Logical omniscience vs. logical ignorance. On a dilemma of epistemic logic, Progress in Artificial Intelligence. Proceedings of EPIA'95, LNAI, vol. 990, Springer Verlag, 1995.
8. Hoek W.V.D., Meyer J.J.C. Epistemic Logic for AI and Computer Science. Cambridge, 1995.
9. Meyer J.J.C. Epistemic Logic. Blackwell, 2001.
10. Rantala V. Impossible world semantics and logical omniscience. Acta Philosophica Fennica, 35, 1982.

### Рецензенты:

Аванесова Г.А., д.ф.н., профессор кафедры истории, философии и культурологии, ФГБОУ ВПО «Московский государственный гуманитарный университет им. М.А. Шолохова», г. Москва;

Ваграменко Я.А., д.т.н., профессор, заместитель директора по информационным образовательным ресурсам, ФГНУ «Институт информатизации образования» Российской академии образования, г. Москва.

Работа поступила в редакцию 10.07.2014.