

УДК 004.4

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО АДМИНИСТРИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ДОСТУПА В ИНТЕРНЕТ

Нурiev Н.К., Печеный Е.А., Ахметшин Д.А.

ФГБОУ ВПО «Казанский национальный исследовательский технологический университет»,  
Казань, e-mail: office@kstu.ru

Рассматриваются существующие тенденции передачи данных в глобальных сетях и беспроводных сетях, предлагается способ организации информационного пространства через промежуточный блок администрирования передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет по технологии Wi-Fi, целью которого является предоставление доступа к сети Интернет. Характерной особенностью систем подобного типа является эффективное нахождение режима управления администрированием системы. В результате проведенного численного эксперимента на действующей системе было установлено предельное число подключений к Интернету и были сделаны соответствующие выводы. Если среднее время ожидания подключения к Интернету составляет приблизительно от 2 до 10 мин, то при увеличении интенсивности заявок в час процент потерянных заявок будет расти при условии постоянной интенсивности обслуживания. Следовательно, администратор системы может вмешаться в работу, если решит уменьшить процент потерянных заявок путем установки ограничений в пребывании пользователей в системе.

**Ключевые слова:** беспроводные сети, Интернет, информация, бизнес, образование, компьютеры, передача данных, общество, теория массового обслуживания, численный эксперимент, режимы администрирования

## MATHEMATICAL MODELING OF EFFECTIVE ADMINISTRATION SYSTEM FOR INTERNET ACCESS

Nuriev N.K., Pecheny E.A., Akhmetshin D.A.

Kazan National Research Technological University, Kazan, e-mail: office@kstu.ru

Discusses the current trends in global data networks and wireless networks, a method for organizing information space through the intermediate block data management in the organization of public access to the Internet technology Wi-Fi, which aims to provide access to the Internet. A characteristic feature of systems of this type is to find an effective management control system mode. As a result of numerical experiment on the current system was set limit on the number of connections to the Internet and have made the appropriate conclusions. If the average waiting time of connecting to the Internet is from about 2 to 10 minutes, the intensity is increased the percentage of requests per hour lost applications will grow at a constant service rate. Hence the system administrator can intervene, if it decides to reduce the percentage of lost applications by setting restrictions on the user stays in the system.

**Keywords:** wireless networks, the Internet, information, business, education, computers, data transmission, society, queuing theory, numerical experiment, modes of administration

На сегодняшний день наблюдается активный рост пользования Интернетом посредством беспроводных технологий. Это обусловлено ростом мобильных устройств и современными требованиями, т.е. рабочая и учебная деятельность стремительно преобразуется в электронный формат.

Основываясь на данных, которые представлены выше, наблюдаем проблему получения значимой для пользователя информации посредством Интернет-соединения. Одной из главных проблем является частая невозможность получения доступа к сети Интернет при высокой мобильности пользователя. Решением данных проблем явилось создание, развитие и внедрение систем беспроводной передачи данных по технологии Wi-Fi.

Но со временем востребованность данной технологии настолько возросла, что наблюдаются проблемы во время пользования сетью Интернет через беспроводное соединение, а именно неполное получение

информация из-за нехватки ресурсов системы или памяти. Для решения данной проблемы предлагается перед получением доступа в Интернет предоставлять на промежуточный блок администрирования, где в дальнейшем доступ в Интернет можно будет активировать.

Рассмотрим систему как совокупность взаимосвязанных компонентов: пользователь беспроводной сети (П), беспроводной Wi-Fi коммутатор (К) и сервер с предустановленным компонентом обработки данных (С). Порядок ее функционирования полностью описывается приведенной ниже последовательностью этапов.

1. Клиент приходит в место публичного доступа к Интернет с любой технической аппаратурой, поддерживающей технологию Wi-Fi (мобильные телефоны, ноутбуки, коммуникаторы, игровые приставки, мультимедийные проигрыватели (например, Apple iPhone, Apple iPod Touch)).

2. Включая адаптер беспроводного модуля Wi-Fi, он приступает к поиску доступных беспроводных сетей.

3. При поиске беспроводных систем он обнаруживает точку доступа с незащищенным подключением.

4. Подключившись к этой точке, он изначально ограничен в доступе к Интернету. При введении любого адреса в браузер его автоматически перенаправляют на web-страницу, размещенную на посреднической странице, где генерируется содержимое страницы в зависимости от географического расположения устройства.

5. Страница содержит информацию, которую необходимо донести до конечного пользователя; право составления и изменения предоставляемой информации имеет только владелец беспроводного устройства.

6. На странице размещена кнопка, которая осуществляет разрешение доступа клиента в Интернет.

7. Пользователь беспроводного подключения может получить доступ в Интернет только при нажатии кнопки активации

8. Доступ в Интернет может быть доступен в течение определенного времени, а также с ограничением скорости доступа. Во время посещения всех страниц у пользователя автоматически генерируется в нижней части экрана информационный блок с 15% заполнением от высоты рабочего окна программы веб-браузера. В отображаемом блоке владелец беспроводного устройства может изменять и добавлять информацию через удаленный сервис путем авторизации учетных данных с привязкой конкретного устройства.

**Математическое моделирование, численный эксперимент**

Рассмотрим предложенную систему в терминах теории массового обслуживания. На вход системы поступает пуассоновский поток требований (заявок) с интенсивностью. Поток обслуживания также предлагается пуассоновским с интенсивностью

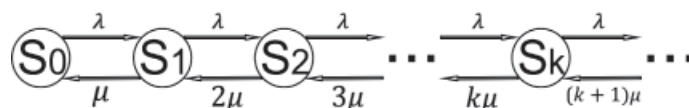


Рис. 1. Граф системы с бесконечным числом каналов, где  $\mu$  вычисляется по формуле (1), если число действующих каналов больше  $n_0$ , и  $\mu = \mu_0$ , если число каналов не превосходит  $n_0$

Финальные вероятности такой системы  $P_k^*$  вычисляются по формулам Эрланга

$$P_k^* = \frac{\gamma^k}{k!} P_0^*, \tag{2}$$

где  $\gamma = \frac{\lambda}{\mu}$ , а

$$\mu = \frac{1}{t_{cp}},$$

где  $t_{cp}$  – среднее время пребывания заявки в системе. Общий объем памяти, предоставляемый для обслуживания клиентов, есть величина постоянная и равная  $Q$ . Отсюда следует, что существует некоторое критическое число заявок

$$n_0 = \frac{Q}{q_0},$$

где  $q_0$  – минимальный объем памяти, обеспечивающий надлежащий уровень комфорта клиенту.

На действующей системе аппаратно-программного комплекса промежуточного блока администрирование передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет путем экспериментальных исследований было установлено, что имеющийся объем памяти  $Q$  распределяется между клиентами приблизительно равномерно. Это позволяет получить соотношение, устанавливающее зависимость между числом клиентов  $n$ , находящихся в системе (при условии, что  $n > n_0$ ) и интенсивность обслуживания  $\mu$

$$\mu = \mu_0 n_0 \frac{1}{n}. \tag{1}$$

Следовательно, если число пользователей, подключенных к Интернету посредством системы, превышает  $n_0$ , то интенсивность обслуживания есть убывающая функция дискретного переменного. С учетом различных стратегий действий администратора рассматриваются четыре модели системы как объекта массового обслуживания.

1. Администратор никак не ограничивает количество заявок, и любой клиент имеет возможность беспрепятственного доступа в систему и подключения к сети Интернет. Это система массового обслуживания с бесконечным числом каналов. Граф ее представлен на рис. 1.

$$P_0^* = \left[ \sum_{k=0}^n \frac{\gamma^k}{k!} \right]^{-1}.$$

Очевидно, что при  $n > n_0$   $\gamma = \frac{\lambda n}{\mu_0 n_0^2}$  и является возрастающей функцией дискретно-

го аргумента, а при  $n \rightarrow \infty P_0^* = e^{-\gamma}$ . Совершенно ясно, что как только при некотором  $n = n^*$  наступит момент, когда  $\gamma > 1$ , то есть когда интенсивность потока обслуживания отдельного канала станет меньше интенсивности входного потока заявок, функционирование системы прекратится.

В результате численного эксперимента было установлено, что при увеличении интенсивности  $\lambda$  заявок/час входного потока и увеличения интенсивности обслуживания система в скором времени прекратит функционировать, это наглядно представлено на рис. 3. То есть состояние системы, характеризуемое таким количеством заявок, для данной модели будет поглощающим. Иными словами, достигнув этого состояния, система не вернется в работоспособное положение, если администратором не будут приняты соответствующие меры. Главный недостаток данной модели в том, что администратор постоянно должен контроли-

ровать ход работы системы, при значительном увеличении интенсивности  $\lambda$  заявок/час администратор системы должен принять меры и вмешаться в работу системы, иначе программный комплекс при перенасыщенности пользователями перестанет функционировать.

2. Администратор допускает к соединению с Интернетом не более  $n_0$  пользователей одновременно, когда все сформированные каналы обслуживания функционируют с не снижаемой интенсивностью  $\mu_0$ . Клиенты, пожелавшие воспользоваться услугой системы аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет, в которой уже находится  $n_0$  заявок, помещаются в очередь и подключаются к обслуживанию по мере освобождения каналов. Число мест в очереди не лимитируется. Это типичная многоканальная система массового обслуживания с бесконечным ожиданием, граф которой представлен на рис. 2.

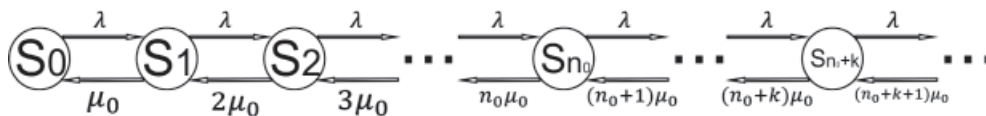


Рис. 2. Граф системы с бесконечным ожиданием

Все расчетные соотношения для определения функциональных характеристик систем подобного типа известны, и мы приведем здесь только те из них, которые были использованы в ходе численного эксперимента, не касаясь технических потребностей их получения. Финальная вероятность состояния  $S_0$ , когда система свободна, вычисляется по формуле

$$P_0^* = \left[ \sum_{k=0}^{n_0} \frac{\gamma^k}{k!} + \frac{\gamma^{n_0+1}}{n_0!(n_0 - \gamma)} \right]^{-1},$$

где  $\gamma = \frac{\lambda}{\mu_0}$ , а вероятность всех прочих состояний

$$P_k^* = \begin{cases} \frac{\gamma^k}{k!} P_0^*, & \text{если } 1 \leq k \leq n_0, \\ \frac{\gamma^k}{n_0^{(k-n_0)} n_0!} P_0^*, & \text{если } k > n_0. \end{cases} \quad (3)$$

Средняя длина очереди (клиентов, ожидающих подключения к Интернету) для этой системы

$$L_r = P_0^* \frac{\gamma^{n_0+1}}{n_0 n_0! \left(1 - \frac{\gamma}{n_0}\right)^2}, \quad (4)$$

а среднее время пребывания в очереди

$$t_r = \frac{L_r}{\mu_0}.$$

Из формулы (4) видно, что и для этого варианта конфигурирования системы возможна, хотя и маловероятна, блокировка ее вследствие перегрузки. Это происходит,

когда  $\frac{\gamma}{n_0} \rightarrow 1$ , т.е. при высокой интенсивности входного потока требований или в случае

низкой скорости работы каналов. При этом  $L_r \rightarrow \infty$ , т.е. число заявок в очереди стремительно растет, а время ожидания обслуживания становится неприемлемо большим.

В ходе численного эксперимента показано, что при росте интенсивности входного потока заявок/час и при уменьшении интенсивности обслуживания  $\mu_0$ , величина  $\frac{\gamma}{n_0} \rightarrow 1$  и длина очереди  $L_r$  при этом неограни-

ченно возрастает и стремится к  $\infty$ . Это приводит к прекращению функционирования системы вследствие ее переполнения. Следовательно, администратор системы должен контролировать работоспособность системы и в случае достижения очереди необходимо в принудительном порядке перезапустить систему.

3. Количество формируемых каналов обслуживания не превышает  $n_0$ , что обеспечивает комфортные условия работы, однако, клиенты, попавшие в очередь, ведут себя не столь пассивно, как в варианте 2. Потеряв какое-то время в очереди, часть клиентов уходит из системы, не дождавшись предоставления канала подключения к Интернет. Это так называемая модель с «нетерпеливыми» заявками.

Для анализа работы систем с «нетерпеливыми» заявками, как правило, принимается

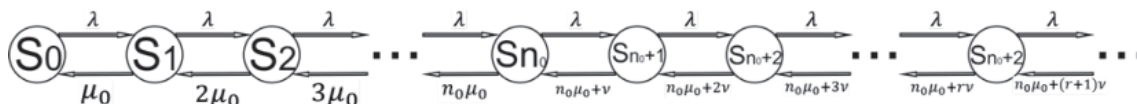


Рис. 3. Граф системы с «нетерпеливыми» заявками

Математические модели подобных систем также известны и доведены до удобных расчетных соотношений. Так, финальная вероятность пребывания системы в состоянии  $S_k$  при  $k \leq n_0$  определится по формуле

$$P_k^* = \frac{\gamma^k}{k!} P_0^*,$$

где  $\gamma = \frac{\lambda}{\mu_0}$ .

$$P_0^* = \left[ \sum_{k=0}^{n_0} \left( \frac{\gamma^k}{k!} + \frac{\gamma^{n_0}}{n_0!} \left( \frac{\gamma}{n_0 + \varphi} + \frac{\gamma^2}{(n_0 + \varphi)(n_0 + 2\varphi)} + \dots + \frac{\gamma^r}{(n_0 + \varphi)(n_0 + 2\varphi) \dots (n_0 + r\varphi)} \right) \right) \right]^{-1}. \quad (5)$$

Ряд в квадратных скобках сходится при любом  $\gamma$ , что исключает возможность неограниченного возрастания числа заявок в очереди и нарушения функционирования системы аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет по этой причине.

Однако, в отличие от модели 2, часть заявок будет потеряна по причине ухода «нетерпеливых» клиентов из очереди.

В ходе численного эксперимента было установлено, что если среднее время ожидания подключения к Интернету составляет приблизительно от 2 до 10 мин, то при увеличении  $\lambda$  интенсивность заявок в час процент потерянных заявок будет расти при условии постоянной интенсивности обслуживания. Следовательно, администратор системы может вмешаться в работу, если решит уменьшить процент потерянных заявок путем установки ограничений в пребывании пользователей в системе.

$$\ln \tilde{P} = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left[ 1 - \sum_{j=0}^{ks-1} \frac{(k\lambda)^j}{j!} \right] e^{-k\lambda} = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sum_{j=ks}^{\infty} \frac{(k\lambda)^j}{j!} e^{-k\lambda},$$

гипотеза о том, что время ожидания клиента в очереди есть случайная величина, подчиняющаяся экспоненциальному закону распределения с параметром  $\nu$ . Иначе говоря, среднее время пребывания заявки в очереди

$$\bar{t}_{ож} = \frac{1}{\nu}.$$

Таким образом,  $\nu$  – имеет смысл интенсивности потока заявок, покидающих систему, но обслуживания не получивших. На рис. 3 представлен граф такой системы

Если же все каналы сформированы и имеет место накопление очереди, то

$$P_{n_0+k}^* = \frac{\gamma^{n_0+k}}{n_0!(n_0 + \varphi)(n_0 + 2\varphi) \dots (n_0 + k\varphi)} P_0^*,$$

где  $\varphi = \frac{\nu}{\mu_0}$ , а

4. В некоторых случаях, когда администратор коммерческой сети стремится привлечь как можно большее число клиентов и сократить время ожидания, а администратор сети, обслуживающей производство, хочет ограничить использование Интернет для личной переписки и посещения новостных форумов, может быть установлено фиксированное время  $\theta$ , по истечению которого пользователь отключается от сети. Это переводит систему как объект массового обслуживания в качественно новое состояние, поскольку поток обслуживания перестает быть случайным и оценивается не величиной математического ожидания, а фиксированным значением  $\Delta = 1/\theta$  одинаковым для всех подключений. Подобные потоки носят название вырожденных и при анализе без всякой потери общности можно положить  $\Delta = 1$ .

В этой модели представляет интерес оценка вероятности подключения клиента к сети Интернет непосредственно в момент обращения. Ниже приведено расчетное соотношение для вычисления этой величины:

где  $s$  – допустимое число одновременных подключений к сети Интернет, т.е. число каналов.

Финальная вероятность  $\tilde{P}^*$ , характеризующая стационарное состояние, которое достигается при  $t \rightarrow \infty$ , имеет смысл доли клиентов, получивших подключение к Интернет сразу же после прохождения процедуры регистрации. Величина  $\tilde{q}^* = 1 - \tilde{P}^*$  имеет смысл доли клиентов вынужденных до получения доступа к Интернет провести какое-то время в очереди.

Полученная формула для вычисления  $\tilde{P}$  весьма громоздка и в практическом применении мало пригодна. Поэтому для больших  $s$  в качестве расчётного соотношения рекомендуется использовать приближённую формулу

$$\tilde{q}^* = \frac{1}{1 - \gamma} \frac{\gamma^s e^{(1-\gamma)s}}{\gamma} \sqrt{2\pi s},$$

где  $\gamma = \frac{\lambda}{s} < 1$ .

Посредством численного эксперимента, реализованного с помощью имитационной модели, установлено, что при увеличении интенсивности входного потока  $\lambda$  заявок/час при конкретных заданных параметрах (лимитированное время подключения пользователя к сети Интернет  $\theta$  и допустимое количество одновременных подключений  $n_0$ ) администратор системы может повлиять на работоспособность системы путем увеличения технических ресурсов системы, а в случае невозможности указать меньшее значение времени подключения к сети Интернет  $\theta$ .

### Выводы

Тестирование производилось в открытом режиме, т.е. любые пользователи, находящиеся в радиусе покрытия беспроводного устройства, могли подключиться к беспроводной сети, в роутере использовались утилиты для получения данных iptraf, ifstat. Благодаря данным утилитам в режиме реального времени удалось получить текущую информацию о загруженности канала в беспроводной сети передачи данных с предустановленным прототипом программного комплекса, работающего через промежуточную сеть передачи данных. При загруженности 50 пользователями беспроводной роутер продолжал функционировать без нареканий. Из всей существующей оперативной памяти (128 МВ) роутера на работоспособность информационной системы было задействовано почти 80 МВ. Результат положительный, так как оставшаяся память в дальнейшем была использована для обработки маршрутизации

Интернет-трафика между пользователями и для запуска служебных скриптов информационной системы.

В результате проделанной работы и составления критических показателей во время численного эксперимента были выявлены эффективные управления режима администрирования системы для дальнейшего внедрения в аппаратно-программный комплекс. Администратор данной системы сможет самостоятельно контролировать работоспособность аппаратно-программного комплекса промежуточного блока администрирования передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет в различных схемах работы системы.

### Список литературы

1. Ахметшин Д.А., Курмангалиев, Д.Р. Концепция использования промежуточных сетей передачи данных при организации публичного доступа в сеть Интернет // Вестник КГТУ. – 2011. № 24. – С. 56–59.
2. Ахметшин Д.А., Печеный Е.А., Нуриев Н.К. Математическое моделирование системы аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных // Вестник КГТУ. – 2014. – № 4. – С. 283–285.
3. Ахметшин Д.А. Эскизный проект аппаратно-программного комплекса промежуточной сети передачи данных // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 2.
4. Ахметшин Д.А. Использование промежуточных беспроводных сетей передачи данных с учетом географического положения пользователя // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 6 (часть 6).
5. Ахметшин Д.А., Печеный Е.А., Нуриев Н.К. Математическое и имитационное моделирование работы системы беспроводной передачи данных с вырожденным потоком обслуживания // Вестник КГТУ. – 2014. – № 10. – С. 216–221.

### References

1. Ahmetshin D.A., Kurmangaliev, D.R. Konceptcija ispol'zovanija promezhutochnyh setej peredachi dannyh pri organizacii publicnogo dostupa v set' Internet // Vestnik KGTU. 2011. no. 24. pp. 56–59.
2. Ahmetshin D.A., Pechenyj E.A., Nuriev N.K. Matematicheskoe modelirovanie sistemy apparatno-programmnogo kompleksa promezhutochnoj setej peredachi dannyh // Vestnik KGTU. 2014. no. 4. pp. 283–285.
3. Ahmetshin D.A. Jeskiznyj proekt apparatno-programmnogo kompleksa promezhutochnoj setej peredachi dannyh // Sovremennye problemy nauki i obrazovanija. 2014. no. 2.
4. Ahmetshin D.A. Ispol'zovanie promezhutochnyh besprovodnyh setej peredachi dannyh s uchetom geograficheskogo polozhenija pol'zovatelja // Fundamental'nye issledovaniya. 2014. no. 6 (chast' 6).
5. Ahmetshin D.A., Pechenyj E.A., Nuriev N.K. Matematicheskoe i imitacionnoe modelirovanie raboty sistemy besprovodnoj peredachi dannyh s vyrozhdennym potokom obsluzhivaniya // Vestnik KGTU. 2014. no. 10. pp. 216–221.

### Рецензенты:

Плохотников С.П., д.т.н., профессор кафедры информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВПО «Казанский национальный исследовательский технологический университет», г. Казань;

Мухутдинов Э.А., д.х.н., профессор кафедры процессов и аппаратов химической технологии, ФГБОУ ВПО «Казанский национальный исследовательский технологический университет», г. Казань.

Работа поступила в редакцию 23.09.2014.