УДК 378

ПРОЕКТИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КАЧЕСТВА ОСВОЕНИЯ ДИДАКТИЧЕСКИХ ЕДИНИЦ

Куликова О.В., Чуев Н.П.

ФБГОУ ВПО «Уральский государственный университет путей сообщения», Екатеринбург, e-mail: kulikova1000@rambler.ru

Представлено применение логистического уравнения для построения математической модели качества освоения дидактических единиц (учебных тем или разделов). Параметры исследуемой функциональной зависимости определены на основе однозначного сопоставления качественных и количественных показателей результатов обучения. Значения коэффициентов математической модели устанавливаются на основе обобщения результатов поэлементного анализа содержания и структуры учебного материала. Построены графические модели частных решений логистического уравнения для трех градаций полноты освоения учебных элементов. Выделенные градации характеризуют достижения студентов в овладении тематическим материалом на оценки отлично, хорошо и удовлетворительно. Проиллюстрировано применение рассматриваемой математической модели при проектировании продолжительности этапов учебной деятельности студентов на конкретной дидактической единице. Предложен вариант планирования поэтапного формирования учебной деятельности студентов в процессе изучения теории вероятностей. Составлена модель динамики освоения дидактических единиц в единичный интервал времени, адекватно отображающая результаты педагогических наблюдений учебного процесса.

Ключевые слова: дидактическая единица, учебный элемент, математическая модель, логистическое уравнение, учебный процесс.

LEARNING PROCESS PLANNING WITH THE HELP OF MATHEMATICAL MODELING THE QUALITY STUDY

Kulikova O.V., Chuev N.P.

Ural State University of Railway Transport, Ekaterinburg, e-mail: kulikova1000@rambler.ru

In this paper we present mathematical model the quality of studying the elements of the learning program (didactic units) which built with help of logistic equation. Parameters of functional dependence are qualitative and quantitative indicators of learning results. Coefficients values of the mathematical model are setting on base of summarize the results of piecemeal analysis of the content and structure of the educational material. We compiled graphical model for three gradations degree the success of training. These gradations characterize achievements of students in mastering thematic material excellent, good and satisfactory estimates. We illustrated presented mathematical model application in planning duration of students learning activities stages of didactic unit. We offered variant of planning the study probability theory. The model of studying didactic units dynamics in a unit time interval adequately reflects the results of the pedagogical observations of the educational process.

Keywords: didactic unit, an educational element, mathematical model, logistic equation, learning process.

Успешная подготовка в вузе бакалавров, специалистов и магистров во многом определяется эффективной организацией учебного процесса по дисциплинам основной образовательной программы. Обобщение результатов профессиональной деятельности позволяет преподавателю ориентировочно проектировать свое взаимодействие со студентами для достижения требуемого результата обучения. Включение математического моделирования в инструментарий педагогических исследований предоставляет возможность рассчитывать количественные показатели учебного процесса, что значительно повышает эффективность его планирования. Применение математических моделей для отображения существенных взаимосвязей дидактических процессов и систем стало возможным в связи с развитием методологии общей теории систем. Установление аналогий между исследуемыми и уже изученными объектами из других областей знаний создает условия для изучения общесистемных закономерностей, которые присущи сложным структурным образованиям различной природы [8].

Результаты и обсуждение

Моделирование дидактических систем, изменяющихся во времени, может осуществляться с помощью дифференциальных уравнений. В работе [9] для моделирования качества образования в вузе представлен пример использования логистического уравнения. Авторы выявили тенденции дальнейшего совершенствования образовательной деятельности на основе анализа результатов исследования данной математической модели. Полнота овладения содержанием дидактических единиц (ДЕ) или учебных тем в заданный временной интервал выступает показателем полноты освоения дисциплины [4] и является одной из составляющих качества образования, поэтому представляется целесообразным для исследования динамики формирования понятийной системы также применить логистическое уравнение.

Дифференциальное уравнение (ДУ), получившее название логистического, было предложено в 1848 году бельгийским математиком П.Ф. Ферхюльстом (1804–1849) [7]. Оно впервые учитывало системный фактор при моделировании ограничения роста численности популяции. В представленной модели популяция рассматривалась как открытая развивающаяся система. Изменение ее численности устремлялось к определенному пределу, который был призван характеризовать емкость ресурсов обитаемой экологической ниши. В данном исследовании аналогом ограничения роста численности популяции может выступать освоение фиксированного количества учебных элементов (УЭ) [2] в рамках какой-либо ДЕ. Совокупность УЭ – это система теоретических знаний и практических умений, формируемая в процессе обучения. Математическая модель в этом случае имеет вид

$$\frac{dn(t)}{dt} = kn(t)\left(1 - \frac{n(t)}{N}\right), \qquad (1)$$

где $dn(t)/dt$ – скорость освоения УЭ; k – коэффициент пропорциональности, отображающий полноту овладения содержанием ДЕ; $n(t)$ – количество УЭ, которые освоены студентами в момент времени t; $(1 - n(t)/N)$ – относительная величина завершенности освоения УЭ в момент времени t; N – количество УЭ, которые необходимо освоить в рамках ДЕ.

Уравнение (1) представляет собой ДУ с разделяющимися переменными [3] и его частное решение с учетом начального условия $n(0) = n_0$ имеет следующее выражение

$$n(t) = \frac{Nn_0e^{kt}}{N - n_0 + n_0e^{kt}}, \qquad (2)$$

где n_0 – количество УЭ, которые необходимо освоить на предшествующем этапе обучения, для понимания содержания ДЕ.

Полноту освоения $q(t)$ ДЕ в момент времени t можно рассматривать как относительную величину, определяемую по формуле

$$q(t) = \frac{n(t) - n_0}{N - n_0}. \qquad (3)$$

Качеством освоения ДЕ за фиксированный промежуток времени $[t_0; t_n]$, характеризующим полноту изучения содержания ДЕ за отмеченный период, в этом случае будет выступать величина Q, принимающая значение $Q = q(t_n)$. Проведение вычислений становится возможным при задании значений параметров математической модели k, n_0, N. Коэффициенту k можно присвоить, например, значение единицы, если студент своевременно выполняет в полном объеме все предусмотренные тематическим планом контрольно-обучающие мероприятия, входящие в состав ДЕ. Если объем правильного выполнения запланированных заданий составляет только некоторую часть от целого, то коэффициенту k следует придать значение, равное этой части. Традиционное выделение трех градаций успешности обучения (*первая* – отлично, *вторая* – хорошо и *третья* – удовлетворительно) позволяет рассматривать следующие значения k: $k_1 = 1$; $k_2 = 0{,}8$; $k_3 = 0{,}6$. Значение 0,8 соответствует доли оценки «4» относительно пяти, а значение 0,6 – доли оценки «3» относительно пяти. Значения параметров n_0 и N устанавливаются на основе обобщения результатов анализа содержания ДЕ.

Например, ДЕ «Теория вероятностей» (ТВ), изучаемая студентами технических специальностей и направлений подготовки в рамках дисциплины «Математика», может включать двенадцать УЭ [1]. Содержание УЭ: 1) вероятность элементарного события; 2) действия над событиями; 3) вероятность суммы несовместных и совместных событий; 4) вероятность произведения независимых и зависимых событий; 5) правила комбинаторики, сочетания, размещения и перестановки; 6) независимые повторные испытания; 7) формула полной вероятности и формула Байеса; 8) теорема Пуассона, локальная и интегральная теорема Муавра-Лапласа; 9) закон распределения дискретной случайной величины и ее характеристики; 10) биномиальный закон распределения и закон Пуассона; 11) плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее характеристики; 12) нормальный, равномерный и показательный законы распределения непрерывной случайной величины.

Успешность изучения студентами темы ТВ опирается на систему ранее освоенных УЭ на предшествующих этапах обучения: 1) графики основных элементарных функций; 2) нахождение производной функции; 3) вычисление определенного интеграла; 4) нахождение несобственного интеграла. Представленная совокупность УЭ определяет значение параметра n_0 ($n_0 = 4$) в уравнениях (2) и (3). Учитывая долю правильного выполнения учебных заданий на предшествующих этапах обучения, для трех градаций успешности обучения n_0 будет равно соответственно $n_{01} = 4$; $n_{02} = 3{,}2$; $n_{03} = 2{,}4$. Значение параметра N в уравнениях (2) и (3) в этом случае можно принять равным 16 ($N = 12 + 4 = 16$).

Математические модели динамики полноты освоения ДЕ по теории вероятностей для трех градаций успешности обучения примут следующий вид

$$q_1(t) = \frac{1}{12}\left(\frac{16e^t}{3+e^t} - 4\right),$$

$$q_2(t) = \frac{1}{12}\left(\frac{51{,}2e^{0{,}8t}}{12{,}8 + 3{,}2e^{0{,}8t}} - 4\right),$$

$$q_3(t) = \frac{1}{12}\left(\frac{38{,}4e^{0{,}6t}}{13{,}6 + 2{,}4e^{0{,}6t}} - 4\right).$$

Графические модели функциональных зависимостей (4) – (6) представлены на рис. 1.

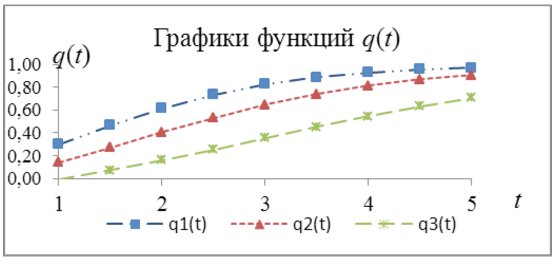

Рис. 1. Динамика полноты освоения ДЕ

Анализ функциональных зависимостей (4) – (6) показывает, что если $t \to \infty$, то $q(\infty) = 1$. Эта тенденция выполняется для всех трех функций и иллюстрирует тот факт, что познавательный процесс может продолжаться за временными рамками изучения ДЕ. Представленные графические модели (рис. 1) создают возможность наглядно увидеть расхождения кривых, характеризующих различную степень успешности освоения УЭ. Приближение к единице значения функции $q_1(5)$ позволяет ограничить интервал времени, отведенный на изучение ТВ, пяти условными единицами (у.е.).

Освоение студентами ДЕ может распределяться по двум, трем или четырем этапам учебной деятельности (УД) [4]. *Первый этап* УД – формирование системы знаний о вероятностных закономерностях. *Второй этап* УД – формирование умений применять вероятностные закономерности для решения стандартных математических задач и выполнения лабораторно-практических заданий. *Третий этап* УД – развитие интеллектуальных умений применять вероятностные закономерности при выполнении учебно-исследовательских заданий. *Четвертый этап* УД – развитие культуры мышления и творческих способностей при решении нестандартных математических задач [5] на установление вероятностных закономерностей. Переход на следующий этап УД может осуществляться достижением определенного значения такой величины как относительный объем $q(t)$ освоения ДЕ. Представляется целесообразным рассматривать завершение первого этапа, если $q(t)$ принимает значение более 0,4. Показателем окончания второго этапа может служить значение $q(t)$ более 0,7. Если значение $q(t)$ становится более 0,9, то это сигнализирует о том, что студент готов к движению на четвертом этапе.

Продолжительность отмеченных этапов УД определяется по функциональным зависимостям (4) – (6) с учетом уровня математической подготовки студентов. Например, если на изучение ТВ отводится 72 часа, то возможный вариант прохождения этапов УД для трех выделенных градаций обучающихся представлен в таблице.

Продолжительность этапов УД

Группа студентов	Всего		Этап УД							
			I		II		III		IV	
	у.е.	ч.	у.е.	ч.	у.е.	ч.	у.е.	ч.	у.е.	ч.
$k_1 = 1$	5	72	1,5	22	1	14	1,5	22	1	14
$k_2 = 0{,}8$	5	72	2	30	1	14	2	28	–	–
$k_3 = 0{,}6$	5	72	3	44	2	28	–	–	–	–

Динамика освоения ДЭ при изучении ТВ в каждом из пяти выделенных временных интервалов (рис. 1) для трех выделенных градаций успешности обучения производится по формуле

$$\Delta q_{ij}(t_j) = q_i(t_j) - q_i(t_{j-1}), \qquad (7)$$

где $\Delta q_{ij}(t_j)$ – динамика полноты освоения ДЕ у студентов, проявляющих i-ю градацию успешности в обучении $(i = 1; 2; 3)$ в j-й единичный интервал времени Δt_j $(\Delta t_j = t_j - t_{j-1})$; t_j – j-й момент времени t. В нашем случае j принимает значения от 1 до 5 (пять единичных временных интервалов обеспечивают приближение $q_1(t)$ к единице), t_0 – начальный момент времени. Графики функций $\Delta q_{1j}(t_j)$, $\Delta q_{2j}(t_j)$ и $\Delta q_{3j}(t_j)$ представлены на рис. 2.

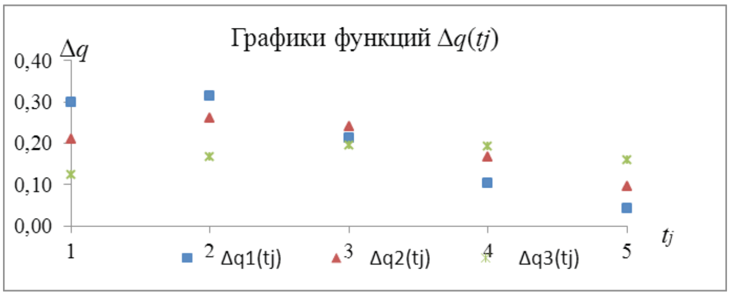

Рис. 2. Динамика полноты освоения ДЕ в единичные интервалы времени

Составленная математическая модель (7) адекватно отражает наблюдаемый в педагогической практике процесс овладения содержанием ДЕ студентами, имеющими различные учебные достижения.

Студенты, стремящиеся учиться на «отлично», достаточно быстро включаются в изучение новой темы. Хорошо сформированный понятийный аппарат и навыки логического мышления на предшествующих этапах обучения позволяют им находить различные взаимосвязи между уже известными и вновь вводимыми терминами. Это приводит к успешному освоению ДЕ и систематизации теоретических знаний и умений. Они самостоятельно и очень продуктивно решают учебные задачи различной сложности.

Студенты, которые учатся на оценку «хорошо», постепенно входят в изучение нового материала. Они имеют сформированную систему определений ранее изученных понятий, но им требуется время на повторение отдельных фрагментов учебных тем для понимания взаимосвязей УЭ, входящих в состав ДЕ. Они самостоятельно обращаются к справочному и учебно-методическому сопровождению образовательного процесса и находят ответы на интересующие их вопросы.

Студенты, чьи учебные достижения оцениваются удовлетворительно, на начальном этапе изучения нового учебного материала испытывают значительные трудности, так как имею пробелы в своей теоретической системе знаний и умений. Установление взаимосвязей ранее изученных понятий с новыми терминами происходит медленно. Студенты нуждаются в педагогическом сопровождении организации их учебной деятельности.

Заключение

Применение логистического уравнения при моделировании этапов освоения ДЕ позволяет преподавателю более рационально проектировать учебную деятельность студентов с учетом их успешности в обучении. Это создает условия для дальнейшего совершенствования программно-методического сопровождения учебного процесса. Эффективность включения математического моделирования в исследования дидактических закономерностей неразрывно связана с обобщением результатов педагогических наблюдений и использованием методов математической статистики для обработки эмпирических данных, полученных в ходе проведения педагогической диагностики [6] учебных достижений обучающихся.

Список литературы

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов. – 9-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2003. – 479 с. ISBN 5-06-004211-6.

2. Глоссарий. Федеральный портал «Российское образование». URL: //www.edu.ru/index.php?page_id=50 (дата обращения 28.02.2014).

3. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Симметрия и принципы инвариантности / пер. с англ. И.С. Емельяновой. – Н.Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2007. – 421 с. ISBN 978-5-91326-027-7.

4. Куликова О.В. Диагностика качества освоения учебной дисциплины с позиции системного подхода: монография. – Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2012. – 112 с. ISBN 978-5-94614-253-3.

5. Куликова О.В., Чуев Н.П. Развитие творческих способностей и культуры мышления студентов вуза при изучении математики // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. – 2012. – №3(15). – С.120-128. ISSN 2073–0392.

6. Куликова О.В., Поповский Э.Е., Филиппова Е.Г. Выявление динамики математической подготовки студентов вуза по статистическим данным педагогических измерений // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 1; URL: www.science-education.ru/107-8568 (дата обращения: 01.03.2014).

7. Ризниченко Г.Ю. Математические модели в биофизике и экологии. – Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – 184 с. ISBN 5-93972-245-8.

8. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – 2-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с. 5-9221-0120-X.

9. Солодова Е.А., Антонов Ю.П. Математическое моделирование педагогических систем // «Математика. Компьютер. Образование». Сб. трудов XII международной конференции / под. ред. Г.Ю. Ризниченко. Ижевск: Научно-издательский центр «регулярная и хаотическая динамика», 2005. Т. 1. С. 113–121.

References

1. Gmurman V.E. Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika (Probability theory and mathematical statistics). Moscow, Vysshaya shkola, 2003. 479 p.

2. Glossariy. Federalnyy portal rossiyskoe obrazovanie (Glossary. Federal portal Russian education) Available at: http://www.edu.ru/index.php?page_id=50 (accessed 28 February 2014)

3. Ibragimov N.Kh. Prakticheskiy kurs differentsialnykh uravneniy i matematicheskogo modelirovaniya. Klassicheskie i novye metody. Simmetriya i printsipy invariantnosti (Practical course on differential equations and mathematical modelling. Classical and new methods. Symmetry and invariance principles). N.Novgorod, Nizhegorodskii Gos. Univ., 2007. 421 p.

4. Kulikova O.V. Diagnostika kachestva osvoeniya uchebnoy distsipliny s pozitsii sistemnogo podkhoda (Diagnostics of the quality of mastering educational discipline from a position of system approach). Ekaterinburg, Ural Gos. Univ. Putey soobscheniya, 2012. 112 p.

5. Kulikova O.V., Chuev N.P. Vestnik uralskogo gosudarstvennogo universiteta putey soobscheniya – Vestnik Ural state University of Railway Transport, 2012, no.3(15), pp. 120-128.

6. Kulikova O.V., Popovskiy E.E., Filippova E.G. Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya – Modern problems of science and education, 2013, no.1. Available at: www.science-education.ru/107-8568 (accessed 1 March 2014).

7. Riznichenko G.Yu. Matematicheskie modeli v biofizike i ekologii (Mathematical models in Biophysics and ecology). Moskva-Izhevsk, Institut kompyuternykh issledovaniy, 2003. 184 p.

8. Samarskiy A.A., Mikhaylov A.P. Matematicheskoe modelirovanie: Idei. Metody. Primery (Mathematical modeling: Ideas. Methods. The examples). Moscow, Fizmatlit, 2001. 320 p.

9. Solodova E.A., Antonov Yu.P. Trudy 12 Mezhdunarodnoy konferentsii “Matematika. Kompyuter. Obrazovanie” (Proc. 12 th International Conference “Mathematics. Computer. Education”). Izhevsk, 2007, Vol. 1, pp. 113-121.

Рецензенты:

Баутин С.П., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры «Высшая и прикладная математика» Уральского государственного университета путей сообщения, г. Екатеринбург;

Титов С.С., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика и техническая графика» Уральской государственной архитектурно-художественной академии, г. Екатеринбург.

Работа поступила в редакцию 29.07.2014.