

УДК 661.13

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ ДВУХФАЗНОЙ СИСТЕМЫ ЖИДКОСТЬ – ТВЕРДОЕ В АППАРАТЕ РОТОРНОГО ТИПА

Ширина Н.Ю., Сидоров В.Н., Мурашов А.А.

ГОУ ВПО «Ярославский государственный технический университет»,  
Ярославль, e-mail: s\_sidorov@me.com

Для получения двухфазной системы жидкость – твердое предполагается использование аппарата роторного типа. В процессе диспергирования происходят два совмещенных процесса: перемешивание системы жидкость – твердое и дезагрегация твердых частиц. Для моделирования процесса смешения предлагается использовать диффузионную модель. Расчет производится исходя из предположения, что процесс перемещения твердых частиц в основном, происходит в направлении, перпендикулярном движению жидкости. Поток твердых частиц пропорционален площади циркуляционного контура и градиенту концентрации. В соответствии с принятой моделью получено уравнение диффузии твердых частиц в циркуляционном потоке жидкости. Коэффициент диффузии зависит от размера твердых частиц, числа оборотов ротора и свойств жидкости. Граничные условия для уравнения диффузии строятся из тех предположений, что на стенке аппарата поток концентрации твердых частиц отсутствует. Начальное условие строится из тех предположений, что в начале процесса твердые частицы подаются сверху на движущийся слой жидкости и, следовательно, полностью заполняют все циркуляционные контуры, граничащие со стенкой аппарата. Для решения уравнения диффузии используется разностная схема с последующим использованием сеточного метода. При моделировании процесса дезагрегации используется экспоненциальная зависимость среднего размера твердых частиц от времени. Параметры модели определяются методами статистического анализа на основе экспериментальных данных в программе Statistica 6.0. Качество процесса перемешивания жидкости и твердых частиц оценивается коэффициентом неоднородности распределения твердых частиц по объему жидкости. Модель использована для расчета получения двухфазной системы вода – кальцит с процентным содержанием кальцита 40%. Представлены результаты регрессионного анализа процесса дезагрегации частиц кальцита; сопоставление теоретических и экспериментальных данных по качеству смеси.

**Ключевые слова:** двухфазная система, жидкость, твердые частицы, диспергирование, перемешивание, дезагрегация, аппарат, роторный тип, диффузионная модель, циркуляционный контур, концентрация, средний размер, разностная схема, коэффициент неоднородности

## MODELING OF PROCESS FOR PRODUCING DIPHASIC SYSTEM LIQUID-SOLID IN THE ROTARY TYPE DEVICE

Shirina N.Y., Sidorov V.N., Murashov A.A.

Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, e-mail: s\_sidorov@me.com

The rotary type device is used for liquid-solid diphasic system. There are two combined processes during dispersion one of them is a mixing in the liquid-solid system and another is a disaggregation of solid particles. The diffusion model is used for create a model of mixing. The calculation is based on the assumption that the process of transfer of solid particles occurs mainly, in the direction perpendicular to the motion of the liquid. The stream of solid is proportional to the area of circuit and density gradient. In accordance with the accepted model the equation of solids diffusion in the circulating flow of liquid is obtained. The diffusion coefficient depends on the particulate size, the number of revolutions of the rotor and fluid properties. Boundary conditions for the diffusion equation are constructed from the assumptions that the concentration flow of solid particles on the wall of the device is missing. Initial condition is constructed from the assumptions that the solid particles at the beginning of the process are fed to the top of the moving layer of liquid and therefore they completely fill all circulation circuits which bordering with the wall of the device. The difference scheme is used to solve the diffusion equation and then necessary to use the grid method. In the simulation process used to disaggregate the exponential dependence of the average size of solid particles on the time. The model parameters are determined by statistical analysis based on experimental data in the program Statistica 6.0. The quality of the mixing process of the liquid and solid particles is estimated coefficient inhomogeneity solids volume of liquid. The model was used to calculate the receiving water-calcite diphasic system, calcite percentage of 40%. There are the results of the regression analysis of the process of disaggregation calcite particles in this article and also comparison of theoretical and experimental data on the quality of the mixture.

**Keywords:** diphasic system, liquid, solid, dispersion, mixing, disaggregation, device, rotary type, diffusion model, circuit, density, medium-size, difference scheme, coefficient inhomogeneity

Для получения двухфазных систем жидкость – твердые частицы широко используются аппараты роторного типа [1]. Процесс диспергирования может происходить как с изменением размеров твердых частиц, так и без их изменения. В данной работе рассматривается процесс получения двухфазной системы жидкость – твердые частицы с учетом дезагрегации твердых частиц.

Процесс получения двухфазной системы жидкость – твердые частицы в аппарате роторного типа осуществляется в следующей последовательности. Вначале в рабочую емкость вводят жидкий компонент. Затем при медленном вращении вводят порошкообразный компонент. Затем скорость вращения вала резко увеличивают до образования воронки (эффект Doughnut). Расчетная схема движения представлена на рис. 1.

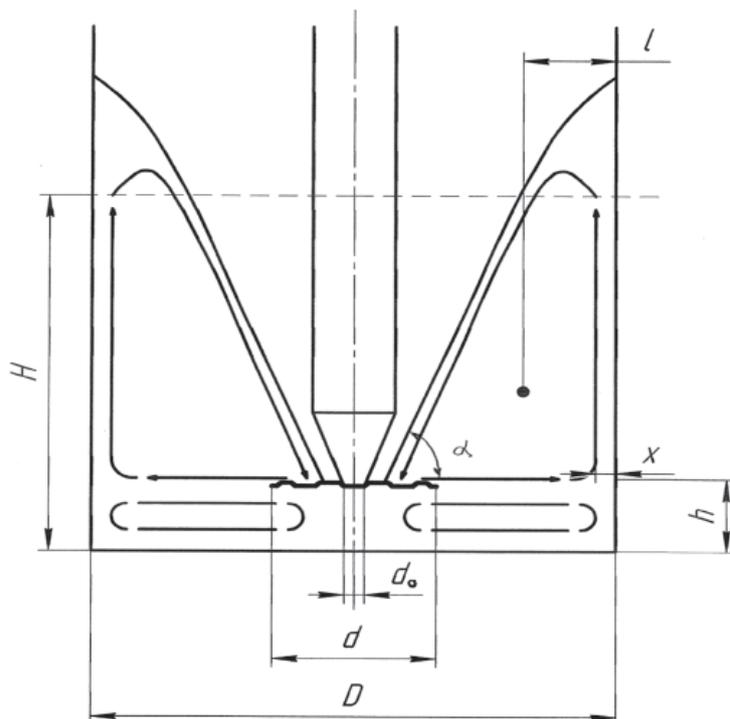


Рис. 1. Расчетная схема движения в аппарате роторного типа

Для удобства описания процесса смешения перейдем в систему координат, вращающуюся вместе с валом. В выбранной системе координат при вращении турбинной мешалки выделяются два циркуляционных контура: верхний и нижний (рис. 1). Верхний циркуляционный контур можно аппроксимировать в виде треугольника. Соответственно, линии тока в данном контуре будут представлять собой также треугольники.

Процесс смешения происходит преимущественно в верхнем и контуре за счет случайного блуждания частиц твердой фазы в направлении, перпендикулярном к направлению потока. В силу геометрии задачи площадь поверхности циркуляционного контура складывается из площадей поверх-

ностей горизонтального диска, вертикальной цилиндрической обечайки и усеченного конуса, величина которых зависит от координаты  $x$ . Для удобства эту координату будем отсчитывать от стенки аппарата.

Поток массы твердых частиц через поверхность циркуляционного контура определяется выражением [2]:

$$w = \langle D \rangle S(x) \frac{\partial c}{\partial x}, \quad (1)$$

где  $c$  – концентрация твердой фазы;  $\langle D \rangle$  – среднестатистический коэффициент макроdiffузии;  $x$  – координата, определяющая положение циркуляционного контура;  $S(x)$  – площадь поверхности циркуляционного контура, которая определяется уравнением

$$S(x) = \pi \left\{ \left[ \left( \frac{D}{2} - x \right)^2 - \left( \frac{D}{2} - l - (l - x) \operatorname{ctg}(\alpha / 2) \right)^2 \right] + 2 \left( \frac{D}{2} - x \right) a(x) \operatorname{tg}(\alpha) \right\} + \frac{a(x)^2}{\cos^2(\alpha)}, \quad (2)$$

$$\text{где } a(x) = \frac{1 + \operatorname{tg}(\alpha / 2)}{\operatorname{tg}(\alpha / 2)} (l - x); \quad l = D \frac{\operatorname{tg}(\alpha / 2)}{1 + \operatorname{tg}(\alpha / 2)}; \quad \alpha = \operatorname{arctg}[3(H - h) / (2D)]; \quad (3)$$

$l$  – максимальное значение координаты  $x$ , которое будет определяться центром циркуляции.

Изменение количества твердой фазы в единицу времени в циркуляционном слое толщиной  $dx$  будет определяться разностью потоков массы:

$$d(c(x, t)S(x)) = \langle D \rangle \left[ \frac{\partial c(x + dx, t)}{\partial x} S(x + dx) - \frac{\partial c(x, t)}{\partial x} S(x) \right] dt. \quad (4)$$

Выполняя предельный переход, получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial t}(c(x,t)S(x)) = \langle D \rangle \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} S(x) \right]. \quad (5)$$

Граничное условие составляется из тех соображений, что на границе циркуляционных контуров у твердой стенки перенос твердой фазы во внешнюю среду отсутствует, и записывается в виде

$$\frac{\partial c(0,t)}{\partial x} = 0. \quad (6)$$

Начальное условие строится из предположения, что в начале процесса твердые частицы подаются сверху на движущийся слой жидкости и, следовательно, полностью заполняют все циркуляционные контуры, граничащие со стенкой аппарата, и записывается в виде

$$c(x, 0) = \begin{cases} 1, & x \leq x_1; \\ 0, & x_1 \leq x \leq l, \end{cases} \quad (7)$$

где значение координаты  $x_1$  определяется из равенства

$$\int_0^{x_1} S(x) dx = M / \rho_T. \quad (8)$$

Нетрудно убедиться, что уравнение (5) полностью соответствует условию сохранения массы

$$\int_0^l c(x,t) S(x) dx = \frac{M}{\rho_T}, \quad (9)$$

где  $M$  – масса твердой фазы;  $\rho_T$  – истинная плотность твердой фазы.

Среднестатистический коэффициент макродиффузии  $\langle D \rangle$  существенно зависит от размера частиц твердой фазы. Чем меньше размеры частиц твердой фазы, тем выше их подвижность в хаотическом движении. В связи с этим величина  $\langle D \rangle$  может быть представлена в виде

$$\langle D \rangle = D_0 (\bar{d} / d_0)^{-k}, \quad (10)$$

где  $D_0$  – коэффициент макродиффузии при размере частиц размером  $d_0$ ;  $\bar{d}$  – средний размер частиц твердой фазы,  $k$  – некоторая константа, определяемая в рамках модели. Экспериментальные исследования показывают, что величина коэффициента макродиффузии  $D_0$  определяется числом оборотов

$$\frac{\partial c(y_i, t_j)}{\partial t} = \frac{c(y_i, t_{j+1}) - c(y_i, t_j)}{h_t} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n; j = 0, 1, 2, \dots, m); \quad (15)$$

$$\frac{\partial c(y_i, t_j)}{\partial y} = \frac{c(y_{i+1}, t_j) - c(y_i, t_j)}{y_{i+1} - y_i} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n; j = 0, 1, 2, \dots, m); \quad (16)$$

ротора и конструктивными особенностями диспергатора.

Предполагаем, что процесс смешения практически не влияет на процесс диспергирования твердой фазы, так как за счет высокой турбулентности распределение частиц по объему жидкой фазы практически равномерно.

В работе [2] показано, что процесс диспергирования твердой фазы может быть описан уравнением

$$\bar{d} = d_0 e^{-k_g t}, \quad (11)$$

где  $k_g$  – коэффициент скорости диспергирования;  $n$  – константа, определяемая природой материала твердой фазы;  $d_0$  – начальный средний размер частиц твердой фазы. Параметры уравнения (10) определяются регрессионными методами на основе обработки экспериментальных данных.

Насосная производительность в верхнем контуре определяется известной формулой [1]:

$$q_B = 0,47 n d^3, \quad (12)$$

где  $n$  – число оборотов ротора;  $d$  – диаметр мешалки. В соответствии с формулой (9) время движения в верхнем циркуляционном контуре будет равно

$$\tau_B = \frac{V_B}{0,47 n d^3} = \frac{\pi D^2 (H - h)}{1,88 n d^3}, \quad (13)$$

где  $V_B$  – объем верхнего циркуляционного контура.

Для решения дифференциального уравнения в частных производных (5) относительно  $c(x, t)$  будем использовать численный анализ для значений  $x \in [0, l]$  и  $t \in [0, T]$  методом сеток, сделав следующие разбиения  $x$  и  $t$  с шагами, которые определяются следующими формулами:

$$h_x = l/m; h_t = \tau_B, \quad (14)$$

где  $m$  – соответственно число точек для переменных  $x$  и  $t$ , которое определяется качеством смеси, о котором будет сказано позднее; определяется формулой (13).

В соответствии с численным анализом используем приближенные выражения для производных:

$$\frac{\partial^2 c(y_i, t_j)}{\partial y^2} = \frac{c(y_{i+1}, t_j) - 2c(y_i, t_j) + c(y_{i-1}, t_j)}{h_y^2} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n; j = 0, 1, 2, \dots, m). \quad (17)$$

Подставляя формулы (15)–(17) в уравнение (5), получим:

$$c(y_i, t_{j+1}) = c(y_i, t_j) + \frac{h_t}{h_y^2} \langle D \rangle (c(y_{i+1}, t_j) - 2c(y_i, t_j) + c(y_{i-1}, t_j)). \quad (18)$$

Решение модели осуществляется численно стандартным сеточным методом. Время перемешивания  $T$  (число  $N$ ) определяется качеством смеси, которое оценивается по величине коэффициента неоднородности:

$$V_c = \sqrt{\frac{1}{c_0^2} \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (c_i - c_0)^2}, \quad (19)$$

где  $k$  – количество проб;  $c_i$  – концентрация твердой фазы в  $i$ -м циркуляционном контуре;  $c_0$  – среднее значение концентрации твердой фазы по объему аппарата.

На рис. 2 представлено сопоставление теоретических и расчетных данных по качеству смеси при различных значениях времени процесса смешения.

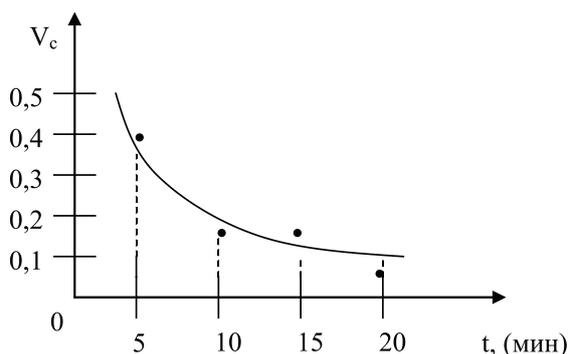


Рис. 2. Зависимость качества смешения от времени процесса перемешивания

Расчет производился для получения двухфазной системы вода – кальцит с процентным содержанием кальцита 40%. В процессе диспергирования отношение  $\bar{d}/d_0$  составило 0,76. Процесс производился при следующих параметрах аппарата:  $D = 1,5$  м,  $H = 2,0$  м,  $d = 0,4$  м,  $h = 0,15$  м. При числе оборотов ротора  $n = 1500$  об/мин коэффициент диффузии составил  $\langle D \rangle = 0,57 \cdot 10^{-3}$ ,  $k = 1,27$ .

Параметры модели дезагрегации твердых частиц определяются методами статистического анализа на основе экспериментальных данных в программе Statistica 6.0. В результате получено уравнение

$$\bar{d} = 34,85e^{0,00047\tau}, \quad (20)$$

где  $\tau$  – время диспергирования (с).

Значение коэффициента неоднородности рассчитывалось по массе твердой фазы. Пробоотборником отбиралось 30 проб из различных точек объема смеси, положение которых определялось расстоянием от стенки аппарата. Все точки находились на одной высоте над мешалкой со значением равным величине 0,3 м. Масса кальцита в пробе определялась путем полного выпаривания воды. Дисперсность кальцита определялась микроскопическим методом. Расхождение теоретических и экспериментальных данных не превышает 12%.

#### Список литературы

1. Кафаров В.В., Меньшиков В.В. Применение рециркуляции для повышения эффективности химико-технологических процессов // ТОХТ. – 1995. – Т.24, № 6. – С. 565–574.
2. Кухтин И.В. Усовершенствование лакокрасочного оборудования для производства ЛКМ // Лакокрасочные материалы и их применение. – 2009. – № 1–20. – С. 70.
3. Соловьев В.П. Современное диспергирующее оборудование для производства лакокрасочных материалов // Лакокрасочные материалы и их применение. – 1996. – № 10. – С. 37–38.
4. Степин С.Н. Организация производства и оборудование для получения пигментированных лакокрасочных материалов: учеб. пособие. – Казань: Казан. гос. технол. ун-т, 2005. – 104 с.
5. Таршис М.Ю. К расчету смесителя сыпучих материалов со сложным движением эластичной рабочей камеры // Изв. ВУЗов, «Химия и химическая технология». – 2008. – т. 51, – Вып. 8. – С. 75–77.

#### References

1. Kafarov V.V., Men'shikov V.V. Teor. osnovy him. tehnologii. 1995. Vol. 24, no. 6. pp. 565–574.
2. Kuhtin I.V. Lakokrasochnye materialy i ih primeneniye, 2009, no. 1–2, p.70.
3. Solov'ev V.P., Lakokrasochnye materialy i ih primeneniye, 1996, no.10, pp. 37–38.
4. Stepin S.N. Organizacija proizvodstva i oborudovanie dlja poluchenija pigmentirovannyh lakokrasochnyh materialov: Ucheb. posobie. Kazan. gos. tehnol. un-t, Kazan', 2005, 104 p.
5. Tarshis M.Ju., Izv. VUZov «Himija i himicheskaja tehnologija». 2008. Vol. 51, no. 8. pp. 75–77.

#### Рецензенты:

Бачурин В.И., д.ф.-м.н., профессор кафедры «Высшая и прикладная математика» Ярославского филиала МИИТ, г. Ярославль;  
Смирнов А.Д., д.ф.-м.н., профессор Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова, г. Ярославль.

Работа поступила в редакцию 28.07.2014.