УДК 621.372.8.001.24

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С АНИЗОТРОПНОЙ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНОЙ, ПОМЕЩЕННОЙ В ВОЛНОВОД

Геворкян Э.А., Стешкин В.И.

Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, Москва, e-mail: gevor_mesi@mail.ru; zefonrahab@yahoo.com

Рассмотрено распространение поперечно-электрических (ТЕ) и поперечно-магнитных (ТМ) электромагнитных волн в волноводе произвольного поперечного сечения, где помещена анизотропная магнитодиэлектрическая пластина конечной длины. Получены волновые уравнения в различных областях волновода из уравнений Максвелла. Они решаются методом, развитым в работе [1]. На основе граничных условий с учетом решений волновых уравнений получены обобщенные формулы Френеля, которые позволяют вычислить коэффициенты отражения и прохождения по мощности для пластины. Приведены графики зависимости коэффициентов отражения от толщины пластины при различных значениях параметров, характеризующих взаимодействие ТЕ и ТМ волн с анизотропной магнитодиэлектрической пластиной в волноводе. Они показывают колебательный характер указанных зависимостей. Огибающие максимумов зависимости от толщины пластины являются убывающими функциями. В работе рассматривается также случай «тонкой» пластины. Полученные в этом случае аналитические выражения для коэффициентов отражения по мощности ТЕ и ТМ волн показывают, что они пропорциональны толщине пластины в квадрате.

Ключевые слова: электромагнитные волны, волновод, анизотропная магнитодиэлектрическая пластина, коэффициенты отражения и прохождения

PARAMETRIC INTERACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES WITH ANISOTROPIC MAGNETO DIELECTRIC PLATE, PLACED IN A WAVEGUIDE

Gevorkyan E.A., Steshkin V.I.

Moscow State University of Economics, Statistics and Informatics, Moscow, e-mail: gevor_mesi@mail.ru; zefonrahab@yahoo.com

The propagation of the transverse-electric (TE) and transverse-magnetic (TM) electromagnetic waves in a waveguide with arbitrary cross-section, which contains the anisotropic magneto dielectric plate of a finite length, is considered. The wave equations in different regions of the waveguide are obtained from Maxwell equations. These wave equations are solved by the method developed in [1]. From boundary conditions taking into account the solutions of the wave equations the generalized Fresnel formulas are obtained, that enable to calculate the power reflection and transmission coefficients for the plate. The diagrams of dependence of the reflection coefficients on the thickness of the plate at different values of the parameters characterizing the interaction between TE and TM waves with anisotropic magneto dielectric plate in the waveguide are resulted. They show oscillatory nature of indicated dependencies. Envelopes of maxima of dependencies on thickness of the plate are decreasing functions. In the article the case of «thin» plate is considered too. Analytical expressions for the power reflection coefficients of TE and TM waves, obtained in this case, show that they are proportional to the thickness of the plate in the square.

Keywords: electromagnetic waves, waveguide, anisotropic magneto dielectric plate, reflection and transmission coefficients

Теоретические и экспериментальные исследования в области электродинамики анизотропных магнитодиэлектрических сред представляют большой интерес и с точки зрения развития теории, и с точки зрения возможностей широкого практического применения подобных сред в микроволновой электронике, в тонкопленочной и интегральной оптике, акустооптике и т.д. [5, 8]. В частности, представляет определенный интерес изучение отражения поперечно-электрических (ТЕ) и поперечно-магнитных (ТМ) электромагнитных волн от левой границы и прохождения от правой границы анизотропной магнитодиэлектрической пластины, помещенной в волновод.

Постановка задачи и волновые уравнения

Пусть в регулярный волновод произвольного поперечного сечения, ось которого совпадает с осью oz некоторой декартовой системы координат, помещена анизотропная магнитодиэлектрическая пластина толщины $2d$ ($-d \geq z \geq d$). Рассмотрим распространение ТЕ и ТМ сигнальных волн с единичной амплитудой и частотой ω_0 в подобном волноводе, предполагая, что они падают на пластину со стороны $z \leq -d$ (рис. 1).

Пусть диэлектрическая и магнитная проницаемости пластины имеют вид

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \end{pmatrix}; \quad \hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_2 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где ε_1, ε_2, μ_1, μ_2 – постоянные. ТЕ и ТМ поля в волноводе, как и в работах [1–4] и [9], будем описывать с помощью продольных Фурье-компонент магнитного и электрического векторов $H_{\omega_{0z}}$ и $E_{\omega_{0z}}$ соответственно. Волновые уравнения для $H_{\omega_{0z}}$ и $E_{\omega_{0z}}$ получаются из уравнений Максвелла и в различных областях волновода представляются в следующем виде:

Для ТЕ поля:

в областях I и III ($z \le -d$ и $z \ge d$):

$$\Delta_\perp H_{\omega_0 z} + \frac{\partial^2 H_{\omega_0 z}}{\partial z^2} + \varepsilon_0^2 \mu_0^2 \omega_0^2 H_{\omega_0 z} = 0; \quad (2)$$

в области II ($-d \ge z \ge d$):

$$\Delta_\perp H_{\omega_0 z} + \frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot \frac{\partial^2 H_{\omega_0 z}}{\partial z^2} + \varepsilon_0^2 \mu_0^2 \varepsilon_1 \mu_2 \omega_0^2 H_{\omega_0 z} = 0, \quad (3)$$

где $\varepsilon_0 = \left(4\pi \cdot 9 \cdot 10^3\right)^{-1}$ (Ф/м);

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ (Гн/м)};$$

$\Delta_\perp = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ – двумерный оператор Лапласа.

Для ТМ поля:

в областях I и III ($z \le -d$ и $z \ge d$):

$$\Delta_\perp E_{\omega_0 z} + \frac{\partial^2 E_{\omega_0 z}}{\partial z^2} + \varepsilon_0^2 \mu_0^2 \omega_0^2 E_{\omega_0 z} = 0; \quad (4)$$

в области II (($-d \ge z \ge d$):

$$\Delta_\perp E_{\omega_0 z} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cdot \frac{\partial^2 E_{\omega_0 z}}{\partial z^2} + \varepsilon_0^2 \mu_0^2 \varepsilon_2 \mu_1 \omega_0^2 E_{\omega_0 z} = 0. \quad (5)$$

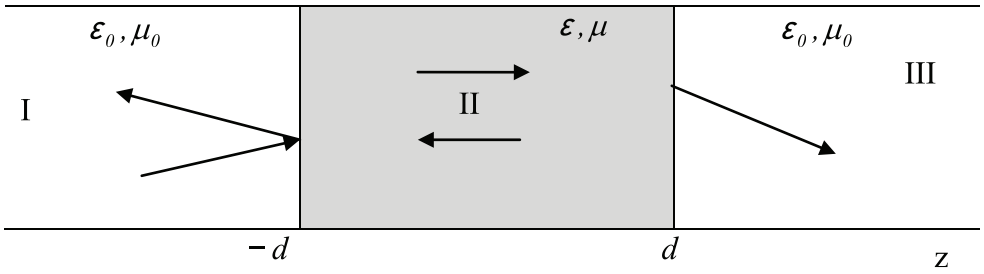

Рис. 1. Геометрия поперечного сечения волновода

Решения волновых уравнений (2)–(5) будем искать в виде равномерно и абсолютно сходящихся рядов [7] (приложение к главе 7):

$$H_{\omega_0 z} = \sum_{n=0}^{\infty} H_{nz}(z) \hat{\Psi}_n(x, y);$$

$$E_{\omega_0 z} = \sum_{n=0}^{\infty} E_{nz}(z) \psi_n(x, y). \quad (6)$$

В (6) $\hat{\Psi}_n(x, y)$ и $\Psi_n(x, y)$ представляют собственные функции второй и первой краевых задач для поперечного сечения волновода и соответствуют собственным значениям $\hat{\lambda}_n$ и λ_n. Эти функции удовлетворяют следующим уравнениям Гельмгольца с соответствующими граничными условиями:

$$\Delta_\perp \hat{\Psi}_n(x, y) + \hat{\lambda}_n^2 \hat{\Psi}_n(x, y) = 0; \quad \left.\frac{\partial \hat{\Psi}_n(x, y)}{\partial \vec{n}}\right|_\Sigma = 0; \quad (7)$$

$$\Delta_\perp \Psi_n(x, y) + \lambda_n^2 \Psi_n(x, y) = 0; \quad \Psi_n(x, y)\big|_\Sigma = 0; \quad (8)$$

где Σ – контур поперечного сечения волновода, $\vec{n}$ – нормаль к Σ.

Поперечные составляющие $\vec{H}_{\omega_0 \tau}$ и $\vec{E}_{\omega_0 \tau}$ ТЕ и ТМ полей, как следует из уравнений Максвелла в случае отсутствия зарядов и токов в среде [6], будут выражаться формулами:

Для ТЕ поля:

в I и III областях ($z \le -d$ и $z \ge d$):

$$\vec{H}_{\omega_0 \tau} = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{\lambda}_n^{-2} \frac{\partial H_{nz}(z)}{\partial z} \nabla \hat{\Psi}_n(x, y); \quad (9)$$

$$\vec{E}_{\omega_0 \tau} = -i\mu_0^2 \omega_0 \sum_{n=0}^{\infty} \hat{\lambda}_n^{-2} H_{nz}(z) \left[\vec{z}_0, \nabla \hat{\Psi}_n(x, y)\right]; \quad (10)$$

в области II ((–$d \ge z \ge d$):

$$\vec{H}_{\omega_0\tau} = \frac{\mu_2}{\mu_1}\sum_{n=0}^{\infty}\hat{\lambda}_n^{-2}\frac{\partial H_{nz}(z)}{\partial z}\nabla\hat{\Psi}_n(x,y); \quad (11)$$

$$\vec{E}_{\omega_0\tau} = -i\mu_0\mu_2\omega_0\sum_{n=0}^{\infty}\hat{\lambda}_n^{-2}H_{nz}(z)\left[\vec{z}_0,\nabla\hat{\Psi}_n(x,y)\right], \quad (12)$$

где индекс τ означает поперечные составляющие, $\vec{z}_0$ – орт оси *oz*, ∇ – оператор Набла.

Для ТМ поля:

в I и III областях ($z \le -d$ и $z \ge d$):

$$\vec{H}_{\omega_0\tau} = -i\varepsilon_0^2\omega_0\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n^{-2}E_{nz}(z)\left[\vec{z}_0,\nabla\Psi_n(x,y)\right]; \quad (13)$$

$$\vec{E}_{\omega_0\tau} = \sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n^{-2}\frac{\partial E_{nz}(z)}{\partial z}\nabla\Psi_n(x,y); \quad (14)$$

в области II ((–$d \ge z \ge d$):

$$\vec{H}_{\omega_0\tau} = -i\varepsilon_0\varepsilon_2\omega_0\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n^{-2}E_{nz}(z)\left[\vec{z}_0,\nabla\Psi_n(x,y)\right]; \quad (15)$$

$$\vec{E}_{\omega_0\tau} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n^{-2}\frac{\partial E_{nz}(z)}{\partial z}\nabla\Psi_n(x,y). \quad (16)$$

Коэффициенты отражения и прохождения по мощности.

Подставляя (6) в уравнения (2)–(5) и учитывая (7) и (8), для определения $H_n(z)$ и $E_n(z)$ в различных областях волновода, получим следующие обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка:

Для ТЕ поля:

в I и III областях ($z \le -d$ и $z \ge d$):

$$\frac{d^2H_{nz}(z)}{dz^2} + \hat{\gamma}_n^2H_n(z) = 0, \quad (17)$$

где $\hat{\gamma}_n^2 = \varepsilon_0^2\mu_0^2\omega_0^2 - \hat{\lambda}_n^2 > 0$;

в области II ((–$d \ge z \ge d$):

$$\frac{d^2H_{nz}(z)}{dz^2} + \hat{\Gamma}_n^2H_n(z) = 0, \quad (18)$$

где $\hat{\Gamma}_n^2 = \frac{\mu_1}{\mu_2}\left(\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_1\mu_2\omega_0^2 - \hat{\lambda}_n^2\right) > 0$.

Для ТМ поля:

в I и III областях ($z \le -d$ и $z \ge d$):

$$\frac{d^2E_{nz}(z)}{dz^2} + \gamma_n^2E_n(z) = 0, \quad (19)$$

где $\gamma_n^2 = \varepsilon_0^2\mu_0^2\omega_0^2 - \lambda_n^2 > 0$;

в области II ((–$d \ge z \ge d$):

$$\frac{d^2E_{nz}(z)}{dz^2} + \Gamma_n^2E_n(z) = 0, \quad (20)$$

где $\Gamma_n^2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\left(\varepsilon_0\mu_0\varepsilon_2\mu_1\omega_0^2 - \lambda_n^2\right) > 0$.

Решения уравнений (17)–(20) имеют вид:

Для ТЕ поля:

в I области ($z \le -d$):

$$H_{nz1} = \left(\hat{b}_n\right)^{\text{отр}}\cdot\exp\left(i\hat{\gamma}_nz\right) + \exp\left(-i\hat{\gamma}_nz\right), \quad (21)$$

в III области ($z \ge d$):

$$H_{nz3} = \left(\hat{b}_n\right)^{\text{прох}}\cdot\exp\left(-i\hat{\gamma}_nz\right), \quad (22)$$

в области II ((–$d \ge z \ge d$):

$$H_{nz2} = \hat{a}_n\cdot\exp\left(i\hat{\Gamma}_nz\right) + \overline{\hat{a}}_n\cdot\exp\left(-i\hat{\Gamma}_nz\right), \quad (23)$$

где $\left(\hat{b}_n\right)^{\text{отр}}$, $\left(\hat{b}_n\right)^{\text{прох}}$, $\hat{a}_n$ и $\overline{\hat{a}}_n$ пока неизвестные коэффициенты.

Для ТМ поля:

в I области ($z \le -d$):

$$E_{nz1} = \left(b_n\right)^{\text{отр}}\cdot\exp\left(i\gamma_nz\right) + \exp\left(-i\gamma_nz\right), \quad (24)$$

в III области ($z \ge d$):

$$E_{nz3} = \left(b_n\right)^{\text{прох}}\cdot\exp\left(-i\gamma_nz\right), \quad (25)$$

в области II ((–$d \ge z \ge d$):

$$E_{nz2} = a_n\exp\left(i\Gamma_nz\right) + \overline{a}_n\exp\left(-i\Gamma_nz\right), \quad (26)$$

где $\left(b_n\right)^{\text{отр}}$, $\left(b_n\right)^{\text{прох}}$, a_n и $\overline{a}_n$ пока неизвестные коэффициенты.

Все неизвестные коэффициенты можно найти с помощью следующих граничных условий при $z = \pm d$:

Для ТЕ поля:

$$z=-d;\quad \mu_0 H_{nz1}(z)=\mu_2 H_{nz2}(z);\quad \frac{dH_{nz1}(z)}{dz}=\frac{\mu_2}{\mu_1}\cdot\frac{dH_{nz2}}{dz}; \tag{27}$$

$$z=d;\quad \mu_2 H_{nz2}(z)=\mu_0 H_{nz3}(z);\quad \frac{\mu_2}{\mu_1}\cdot\frac{dH_{nz2}}{dz}=\frac{dH_{nz3}(z)}{dz}. \tag{28}$$

Для ТМ поля:

$$z=-d;\quad \varepsilon_0 E_{nz1}(z)=\varepsilon_2 E_{nz2}(z);\quad \frac{dE_{nz1}(z)}{dz}=\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\cdot\frac{dE_{nz2}}{dz}; \tag{29}$$

$$z=d;\quad \varepsilon_2 E_{nz2}(z)=\varepsilon_0 E_{nz3}(z);\quad \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\cdot\frac{dE_{nz2}}{dz}=\frac{dE_{nz3}(z)}{dz}. \tag{30}$$

Подставляя (21)–(26) в граничные условия (27)–(30) и решая полученную систему уравнений, получим обобщенные формулы Френеля для анизотропной магнитодиэлектрической пластины в виде:

Для ТЕ поля:

$$\left(\hat{b}_n\right)^{\text{отр}}=\frac{2i\hat{\beta}_n^-\hat{\beta}_n^+\sin\left(2\hat{\Gamma}_n d\right)\exp\left(2i\hat{\gamma}_n d\right)}{\hat{\delta}_n};\quad \left(\hat{b}_n\right)^{\text{прох}}=\frac{4\mu_2^2\mu_0\hat{\gamma}_n\hat{\Gamma}_n\exp\left(2i\hat{\gamma}_n d\right)}{\mu_1\hat{\delta}_n}; \tag{31}$$

$$\hat{a}_n=\frac{-2\mu_0\hat{\beta}_n^-\hat{\gamma}_n\exp\left(i\left(\hat{\gamma}_n-\hat{\Gamma}_n\right)d\right)}{\hat{\delta}_n};\quad \overline{\hat{a}}_n=\frac{2\mu_0\hat{\beta}_n^+\hat{\gamma}_n\exp\left(i\left(\hat{\gamma}_n+\hat{\Gamma}_n\right)d\right)}{\hat{\delta}_n}, \tag{32}$$

где

$$\hat{\beta}_n^{\pm}=\mu_2\hat{\gamma}_n\pm\frac{\mu_0\mu_2}{\mu_1}\hat{\Gamma}_n;\quad \hat{\delta}_n=\left(\hat{\beta}_n^+\right)^2\exp\left(2i\hat{\Gamma}_n d\right)-\left(\hat{\beta}_n^-\right)^2\exp\left(-2i\hat{\Gamma}_n d\right). \tag{33}$$

Для ТМ поля:

$$\left(b_n\right)^{\text{отр}}=\frac{2i\beta_n^-\beta_n^+\sin\left(2\Gamma_n d\right)\exp\left(2i\gamma_n d\right)}{\delta_n};\quad \left(b_n\right)^{\text{прох}}=\frac{4\varepsilon_2^2\varepsilon_0\gamma_n\Gamma_n\exp\left(2i\gamma_n d\right)}{\varepsilon_1\delta_n}, \tag{34}$$

$$a_n=\frac{-2\varepsilon_0\beta_n^+\gamma_n\exp\left(i\left(\gamma_n-\Gamma_n\right)d\right)}{\delta_n};\quad \overline{a}_n=\frac{2\varepsilon_0\beta_n^+\gamma_n\exp\left(i\left(\gamma_n+\Gamma_n\right)d\right)}{\delta_n}, \tag{35}$$

где

$$\beta_n^{\pm}=\varepsilon_2\gamma_n\pm\frac{\varepsilon_0\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\Gamma_n;\quad \delta_n=\left(\beta_n^+\right)^2\exp\left(2i\Gamma_n d\right)-\left(\beta_n^-\right)^2\exp\left(-2i\Gamma_n d\right). \tag{36}$$

Теперь с помощью (31) и (34) можно найти коэффициенты отражения и прохождения по мощности для ТЕ и ТМ полей. Вычисления приводят к следующим выражениям:

Для ТЕ поля:

$$\hat{R}_n=\frac{4\left(\hat{\beta}_n^-\right)^2\left(\hat{\beta}_n^+\right)^2\sin^2\left(2\hat{\Gamma}_n d\right)}{\left(\hat{\Delta}_{n1}\right)^2+\left(\hat{\Delta}_{n2}\right)^2};\quad \hat{T}_n=\frac{16\mu_0^2\mu_2^4\hat{\gamma}_n^2\hat{\Gamma}_n^2}{\left(\left(\hat{\Delta}_{n1}\right)^2+\left(\hat{\Delta}_{n2}\right)^2\right)\cdot\mu_1^2}, \tag{37}$$

где

$$\hat{\Delta}_{n1}=\left(\hat{\beta}_n^+\right)^2\cos\left(2\left(\hat{\Gamma}_n-\hat{\gamma}_n\right)d\right)-\left(\hat{\beta}_n^-\right)^2\cos\left(2\left(\hat{\Gamma}_n+\hat{\gamma}_n\right)d\right); \tag{38}$$

$$\hat{\Delta}_{n2}=\left(\hat{\beta}_n^+\right)^2\sin\left(2\left(\hat{\Gamma}_n-\hat{\gamma}_n\right)d\right)+\left(\hat{\beta}_n^-\right)^2\sin\left(2\left(\hat{\Gamma}_n+\hat{\gamma}_n\right)d\right). \tag{39}$$

Для ТМ поля:

$$R_n = \frac{4\left(\beta_n^-\right)^2\left(\beta_n^+\right)^2 \sin^2\left(2\Gamma_n d\right)}{\left(\Delta_{n1}\right)^2 + \left(\Delta_{n2}\right)^2}; \quad T_n = \frac{16\varepsilon_0^2\,\varepsilon_2^4\,\gamma_n^2\,\Gamma_n^2}{\left(\left(\Delta_{n1}\right)^2 + \left(\Delta_{n2}\right)^2\right)\cdot\varepsilon_1^2}, \tag{40}$$

где

$$\Delta_{n1} = \left(\beta_n^+\right)^2 \cos\left(2\left(\Gamma_n - \gamma_n\right)d\right) - \left(\beta_n^-\right)^2 \cos\left(2\left(\Gamma_n + \gamma_n\right)d\right); \tag{41}$$

$$\Delta_{n2} = \left(\beta_n^+\right)^2 \sin\left(2\left(\Gamma_n - \gamma_n\right)d\right) + \left(\beta_n^-\right)^2 \sin\left(2\left(\Gamma_n + \gamma_n\right)d\right). \tag{42}$$

Зависимости коэффициентов отражения по мощности $\widehat{R}_n$ и R_n от d приведены на рис. 2–5. Графики построены согласно формулам (37)–(42) с помощью программы Mathcad при различных значениях параметров, характеризующих взаимодействие ТЕ и ТМ волн с анизотропной магнитодиэлектрической пластиной в волноводе. Как видно из рисунков, коэффициенты отражения по мощности имеют колебательный характер в зависимости от d. При увеличении ε_1 в случае ТЕ волны и μ_1 в случае ТМ волны максимумы коэффициентов отражения перемещаются в сторону меньших d. Огибающие максимумов в зависимости от d являются убывающими функциями. Характер зависимости коэффициентов прохождения по мощности одинаков для ТЕ и ТМ волн. При увеличении d они стремятся к нулю.

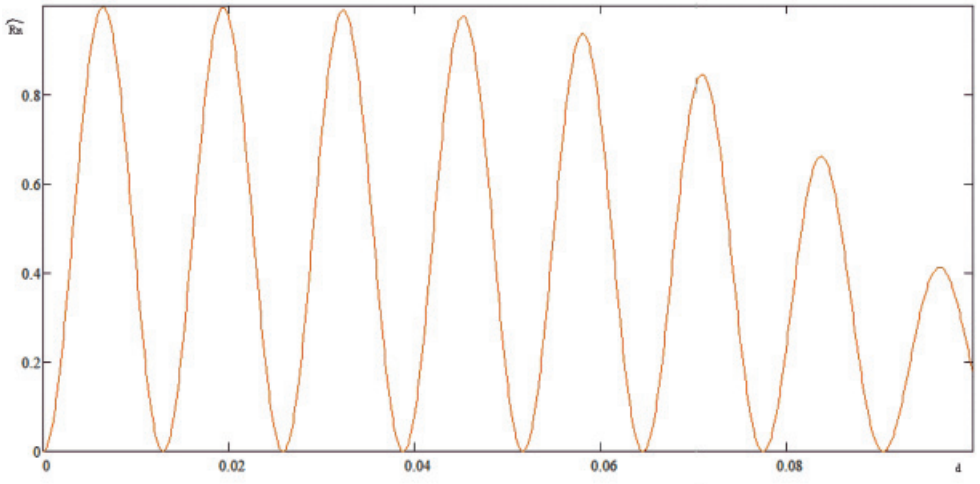

Рис. 2. Зависимость $\widehat{R}_n$ от d при $\varepsilon_1 = 2{,}5$; $\mu_1 = 350$; $\mu_2 = 14$; $\widehat{\lambda}_n = 20$; $\omega_o = 1{,}2\cdot10^6$

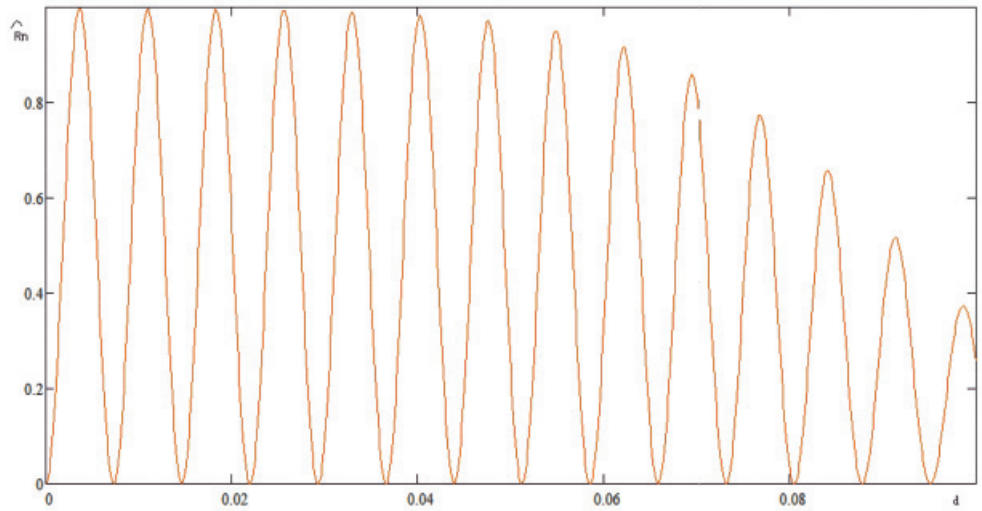

Рис. 3. Зависимость $\widehat{R}_n$ от d при $\varepsilon_1 = 5$; $\mu_1 = 350$; $\mu_2 = 40$; $\widehat{\lambda}_n = 20$; $\omega_o = 1{,}2\cdot10^6$

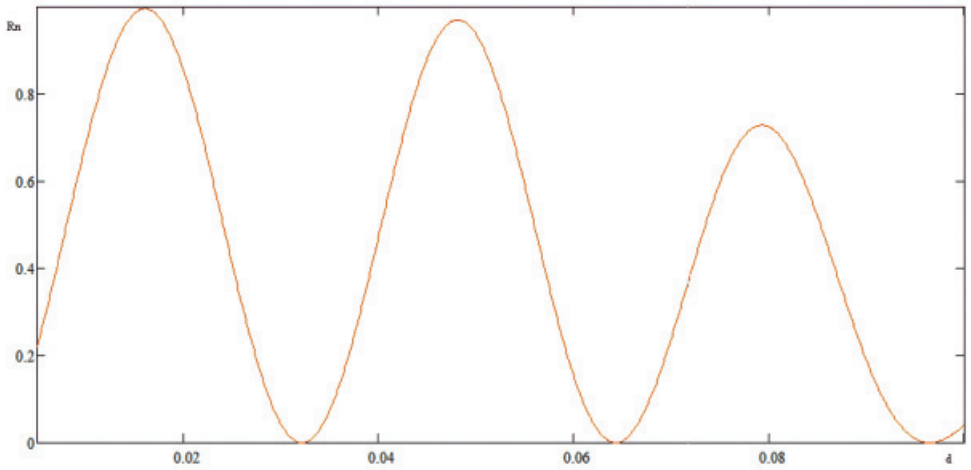

Рис. 4. Зависимость R_n от d при $\varepsilon_1 = 2{,}5$; $\varepsilon_2 = 3$; $\mu_1 = 60$; $\hat{\lambda}_n = 20$; $\omega_o = 1{,}2 \cdot 10^6$

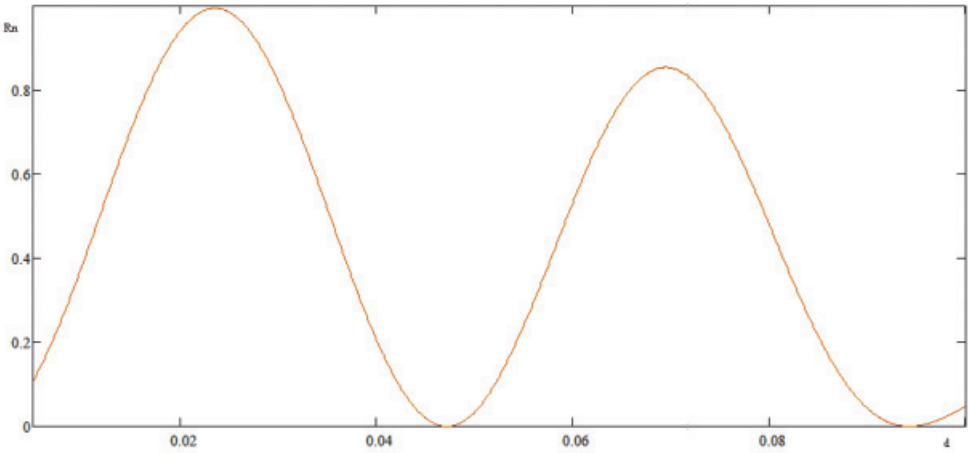

Рис. 5. Зависимость R_n от d при $\varepsilon_1 = 2{,}5$; $\varepsilon_2 = 2$; $\mu_1 = 30$; $\hat{\lambda}_n = 20$; $\omega_o = 1{,}2 \cdot 10^6$

Теперь рассмотрим частный случай, когда длина волны в пластине много больше толщины пластины (случай «тонкой» пластины), то есть

$$2\hat{\gamma}_n d << 1; \quad 2\gamma_n d << 1. \qquad (43)$$

Считая, что одновременно с (43) выполняются и условия

$$2\hat{\Gamma}_n d << 1; \quad 2\Gamma_n d << 1;$$

$$2\left(\hat{\Gamma}_n \pm \hat{\gamma}_n\right) d << 1; 2\left(\Gamma_n \pm \gamma_n\right) d << 1, \qquad (44)$$

и разлагая выражения (37)–(40) в ряд Тейлора по степеням d, ограничиваясь членами, содержащими d^2, получим

$$\hat{R}_n = \frac{\left(\hat{\gamma}_n^2 - \mu_0^2 \mu_1^{-2} \hat{\Gamma}_n^2\right)^2}{\mu_0^2 \mu_1^{-2} \hat{\gamma}_n^2} \cdot d^2; R_n = \frac{\left(\gamma_n^2 - \varepsilon_0^2 \varepsilon_1^{-2} \Gamma_n^2\right)^2}{\varepsilon_0^2 \varepsilon_1^{-2} \gamma_n^2} \cdot d^2; \qquad (45)$$

$$\hat{T}_n = 1 - \left(4\left(1 - \mu_0^{-1}\mu_1\right)\left(\hat{\gamma}_n^2 - \mu_0 \mu_1^{-1} \hat{\Gamma}_n^2\right) + \frac{\left(\left(1 - 2\mu_0\mu_1^{-1}\right)\hat{\gamma}_n^2 + \mu_0^2 \mu_1^{-2} \hat{\Gamma}_n^2\right)^2}{\mu_0^2 \mu_1^{-2} \hat{\gamma}_n^2} \right) \cdot d^2; \qquad (46)$$

$$T_n = 1 - \left(4\left(1 - \varepsilon_0^{-1}\varepsilon_1\right)\left(\gamma_n^2 - \varepsilon_0 \varepsilon_1^{-1} \Gamma_n^2\right) + \frac{\left(\left(1 - 2\varepsilon_0\varepsilon_1^{-1}\right)\gamma_n^2 + \varepsilon_0^2 \varepsilon_1^{-2} \Gamma_n^2\right)^2}{\varepsilon_0^2 \varepsilon_1^{-2} \gamma_n^2} \right) \cdot d^2. \qquad (47)$$

При $d = 0$ из (45)–(47) получим: $\widehat{R}_n = 0$; $R_n = 0$; $\widehat{T}_n = 1$, $T_n = 1$.

Заключение

В заключение отметим, что полученные в настоящей работе результаты дают возможность решить задачу излучения заряженной частицы, движущейся равномерно вдоль или перпендикулярно оси волновода, где помещена анизотропная магнитодиэлектрическая пластина толщины $2d$. Отметим, что с математической точки зрения задача сводится к решению неоднородных дифференциальных уравнений.

Подобная постановка задачи представляет интерес и в плане развития теории, и в плане возможности практического применения излучения в различных областях электроники СВЧ.

Список литературы

1. Геворкян Э.А. К электродинамике периодически нестационарных и неоднородных сред в волноводах произвольного поперечного сечения // Успехи современной радиоэлектроники. – 2006. – № 1. – С. 3–29.

2. Геворкян Э.А. Взаимодействие электромагнитных волн с периодически модулированным анизотропным магнито-диэлектрияческим заполнением волновода // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2009. – № 10. – С. 65–72.

3. Геворкян Э.А. Распространение электромагнитных волн в волноводе с анизотропным модулированным заполнением // Журнал технической физики. – 2006. – Т. 76, № 5. – С. 134–137.

4. Геворкян Э.А. К теории распространения электромагнитных волн в волноводе с магнитоактивным анизотропным модулированным заполнением // Радиотехника и электроника. – Т. 59, № 5. – С. 565–569.

5. Делицын А.Л., Трошина И.К. Комплексные волны в волноводе с анизотропным заполнением // Радиотехника и электроника. – 2005. – Т. 50, № 7. – С. 815-820.

6. Левич В.Г. Курс теоретической физики. – 2012. – Т. 1. – 911 с., YOYO Media, www.my-shop.ru/_files/product/pdf/127/1263257.pdf.

7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: МГУ, 2004. – 798с.

8. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах: пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 616 с.

9. Gevorkyan E.A. On the electrodynamics of space-time periodic mediums in a waveguide of arbitrary cross section. Wave propagation, chapter 13. Croatia: INTECH Open Access Publisher, 2011. – P. 267–284, available at: www.intechopen.com/books/wave-propagation,DOI: 10.5772/584.

References

1. Gevorkyan E.A. On the Electrodynamics of space-Time Periodic Mediums in the Waveguides of Arbitrary Cross Section. Uspekhi Sovremennoy Radioelektroniki [Progress of Modern Radioelectronics], 2006, no 1, pp. 3–29.

2. Gevorkyan E.A. Interaction of electromagnetic waves with periodically modulated anisotropic magneto dielectric filling in a waveguide. Elektromagnitnye Volny i Elektronnye Sistemy [Electromagnetic Waves and Electronic Systems], 2009, no 10, pp. 65–72.

3. Gevorkyan E.A. Propagation of electromagnetic waves in a waveguide with a anisotropic modulated anisotropic insert. Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki, 2006, vol. 76, no 5, pp. 134–137 [Technical Physics, 2006, vol. 51, no. 5, pp. 666–669].

4. Gevorkyan E.A. The theory of propagation of electromagnetic waves in a waveguide with a magnetoactive anisotropic modulated filling, Radiotekhnika i Elektronika, 2008, Vol. 53, no 5, pp. 565–569 [Journal of Communications Technology and Electronics, 2008, Vol. 53, no. 5, pp. 535–539].

5. Delicyn A.L., Troshina I.K. Complex waves in a waveguide with anisotropic insert. Radiotekhnika i Elektronika [Journal of Communications Technology and Electronics], 2005, Vol. 50, no 7, pp. 815-820.

6. Levich V.G. Kurs teoreticheskoy fiziki, 2012, Vol. 1, 911 p., YOYO Media, www.my-shop.ru/_files/product/pdf/127/1263257.pdf.

7. Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. Uravneniya matematicheskoy fiziki [Equations of mathematical physics], Moscow, MGU, 2004, 798 p.

8. Yariv A., Yeh P. Opticheskie volny v kristallakh [Optical waves in crystals]. Translation from English, Moscow, Mir, 1987, 616 p.

9. Gevorkyan E.A. On the electrodynamics of space-time periodic mediums in a waveguide of arbitrary cross section. Wave propagation, chapter 13. Croatia: INTECH Open Access Publisher, 2011, pp. 267–284, available at: www.intechopen.com/books/wave-propagation,DOI: 10.5772/584.

Рецензенты:

Кюркчан А.Г., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой теории вероятностей и прикладной математики Московского технического университета связи и информатики (МТУСИ), г. Москва;

Мазуров М.Е., д.ф.-м.н., доцент, профессор кафедры высшей математики Московского государственного университета экономики, статистики и информатики (МЭСИ), г. Москва.

Работа поступила в редакцию 04.06.2014.