

УДК 624.044

**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СИСТЕМЫ  
«ДЕФОРМИРУЕМАЯ ПЛИТА – ПРЕДНАПРЯЖЕННОЕ ОСНОВАНИЕ»****Иноземцев В.К., Фролов М.О., Зыбенская Т.М.***Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,  
Саратов, e-mail: frolov-mo@yandex.ru*

В статье приведены результаты численного анализа системы «деформируемая плита – преднапряженное основание». Расчетная модель принята в виде фундаментной плиты, расположенной на слое линейно-деформируемого основания, ограниченного плоскими армирующими элементами. Предварительное напряжение основания моделируется кинематическим нагружением со стороны армирующих элементов. Разрешающие уравнения математической модели построены с использованием фундаментальных соотношений механики. На основе численного решения задачи проведен анализ основных параметров напряженно-деформированного состояния рассматриваемой системы. Рассмотрены факторы постановки задачи, влияющие на эффективность предварительного напряжения, такие как положение армирующего элемента и граничные условия контакта грунта с армирующим элементом. При напряжениях, соответствующих упругой стадии работы основания, предварительное напряжение в ряде случаев способствует снижению конечных осадков плиты под нагрузкой.

**Ключевые слова:** грунт, математическая модель, преднапряженное основание, напряженно-деформируемое состояние

**STRESS AND STRAIN STATE OF «DEFORMABLE  
PLATE – PRESTRESSED BASE» SYSTEM****Inozemtsev V.K., Frolov M.O., Zybenskaya T.M.***Yury Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, e-mail: frolov-mo@yandex.ru*

The results of numerical analysis of the system «deformable plate – prestressed basis» are presented in the article. Calculation model adopted as a base plate, located on a layer of linearly deformable ground, which limited by flat reinforcing elements. Kinematic loading from reinforcing elements provokes preliminary tension of the foundation. Determinative equations of mathematical models constructed applying the fundamental relations of mechanics. The main parameters of the stress and strain state of the system are analyzed on the basis of numerical solution. The posing problems' factors affecting the efficiency of pre-stress, such as the position of the reinforcing element and boundary conditions of contact with soil reinforcing element are considered. If the voltages correspond to the elastic stage of the base, prestress reduces the final precipitate under load plate in some cases.

**Keywords:** soil, mathematical model, prestressed base, stress and deformed state

Идеи повышения эксплуатационной надежности оснований современных зданий и сооружений начали находить возможности своего приложения в практику проектирования достаточно давно. Одно из направлений – увеличение несущей способности грунтового основания за счет армирования грунта. Сама идея об использовании различных разновидностей вертикального и горизонтального армирования слабого грунтового основания в принципе была известна. Так, имели определенное распространение методы глубокой стабилизации слабых грунтов цементными и цементно-песчаными растворами [1, 5, 6]. Увеличение несущей способности горизонтальным армированием основания предложено французскими учеными J. Binguet, K. Lee [7]. Авторами [7] показано, что горизонтальное армирование основания при трех слоях армирования синтетическими материалами в 1,6 раза увеличило несущую способность основания. Исследования горизонтально армированных оснований проводились также в университете штата Сан-Диего. Авторами было доказано, что несущая спо-

собность горизонтально армированного песчаного основания в зависимости от его плотности увеличивается от 1,2 до 1,6 раз. Перечисленные выше сведения об армировании грунтового основания можно отнести к «пассивным» системам повышения несущей способности оснований. В работах [2, 3] ставится вопрос об «активных» методах управления эксплуатационной надежностью и напряженно-деформированным состоянием основания. Идея активности методов управления эксплуатационной надежностью строительных конструкций вообще и оснований зданий и сооружений в частности неразрывно связана с теорией автоматического управления, методология которого применительно к регулированию напряженно-деформированного состояния (НДС) строительных конструкций существует только в виде отдельных положений.

В работах Землянского А.А. принцип активности методов управления предлагается осуществлять за счет активного горизонтального армирования грунта с помощью шпунтовой стенки или полых рабочих свай с обеспечением возможности переме-

щений их боковых поверхностей (рис. 1). Активное армирование основания за счет давления преднапряжения в армирующей

системе позволяет, как это экспериментально подтверждено в [2–4], повысить прочность и устойчивость слабых грунтов.

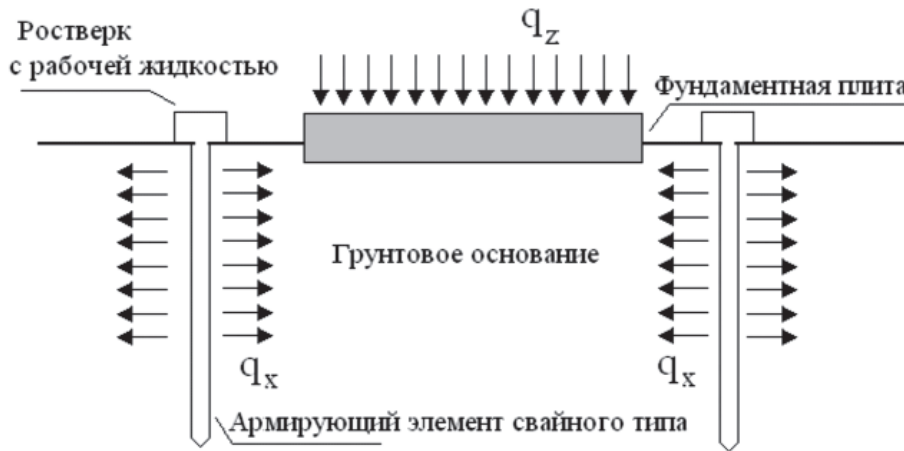


Рис. 1. Схема активного армирования основания

Непосредственной причиной повышения несущей способности грунтового основания, армированного активной горизонтальной системой, является предварительное напряжение грунтовой массы основания под фундаментной плитой. Теоретически учет такого преднапряжения связан с проявлением распределительных свойств грунта. Для этого необходима математическая модель основания, учитывающая полный вектор перемещений (вертикальные и горизонтальные перемещения).

Для выявления особенностей НДС преднапряженного основания использована модель, представленная на рис. 2, а. Данная модель представляет собой грунтовой массив, ограниченный с двух сторон достаточно протяженными по длине армирующими элементами, создающими кинематическое нагружение. Эти условия позволяют перейти от решения трехмерной задачи к решению плоской симметричной задачи и сократить тем самым количество вычислений.

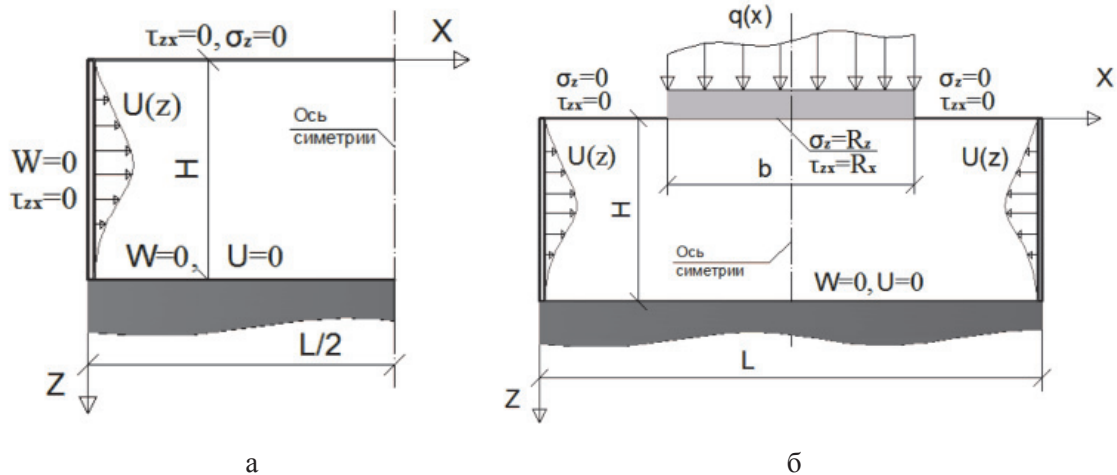


Рис. 2. Расчетная схема преднапряженного основания:

а – при отсутствии вертикальной нагрузки; б – при наличии нагруженной фундаментной плиты

Рассматривая грунтовой массив как линейно деформируемую среду, в качестве

неизвестных приняты вертикальные и горизонтальные компоненты ( $W(x, z)$ ,  $U(x, z)$ )

вектора перемещений. В этом случае разрешающими уравнениями являются уравнения Ляме для плоской задачи:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \lambda \nabla^2 \Delta U = 0, \\ \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \lambda \nabla^2 \Delta W = 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{где } \nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \quad \Delta = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z};$$

$$\lambda = \frac{1 - \bar{\mu}}{1 + \bar{\mu}}; \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{1 - \mu}.$$

Расчетная схема преднапряженного основания без вертикального давления с граничными значениями перемещений и на-

пряжений представлена на рис. 2. Для дискретизации этой модели в области интегрирования использован метод конечных разностей. В качестве исходных данных приняты следующие параметры:  $H = 10$  м,  $L = 40$  м,  $E_{\text{гр}} = 20000$  кПа,  $\nu = 0,5$ , где  $H$  и  $L$  – размеры области интегрирования;  $E_{\text{гр}}$  – модуль деформации грунта;  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Предварительное напряжение грунта в данном случае задается в виде функции кинематического перемещения стенок армирующего элемента

$$U(z) = 0,1 \left\{ \sin \left( \frac{z}{H} \pi \right) \right\}^3.$$

Эпюры перемещений основания  $W(x, z)$ ,  $U(x, z)$  представлены на рис. 3.

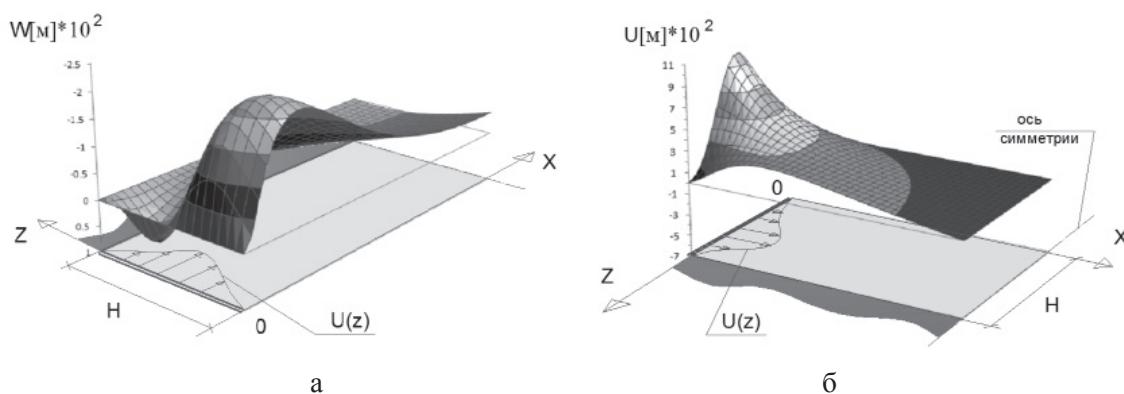


Рис. 3. Эпюры перемещений слоя основания: а – вертикальных ( $W$ ); б – горизонтальных ( $U$ )

На рис. 3, а можно наблюдать вертикальный выпор грунта вблизи зоны кинематического нагружения, убывающий по глубине слоя основания. Этот эффект обуславливает снижение осадок фундаментной конструкции при вертикальной нагрузке на армированный массив. В связи с принятой формой эпюры нагружения  $U(z)$  значения вертикальных перемещений вдоль оси  $Z$  приобретают обратный знак. Горизонтальные перемещения затухают ближе к оси симметрии (рис. 3, б).

НДС преднапряженного основания напрямую зависит от условий взаимодействия армирующего элемента с грунтовым массивом. Эпюры на рис. 3 соответствуют граничному условию, предполагающему отсутствие вертикальных перемещений грунта по поверхности армирующего элемента ( $W_{\text{гр}} = 0$ ). При условии отсутствия касательных напряжений на границе армирования ( $\tau_{\text{гр}} = 0$ ), предполагающем свободное перемещение грунта по армирующему элементу, картина распре-

деления перемещений грунтового массива качественно изменяется. Для наглядности сравним перемещения поверхности армированного основания с различными граничными условиями (рис. 4). Функция кинематического перемещения по высоте слоя при этом принята постоянной ( $U(z) = 0,2$  м). Как видно из графиков на рис. 4, а, при условии ( $\tau_{\text{гр}} = 0$ ) максимальные вертикальные перемещения поверхности основания  $W(x)$  концентрируются у границы активного армирования. При условии ( $W_{\text{гр}} = 0$ ) максимальный выпор грунта находится на некотором удалении от этой границы.

Условию ( $\tau_{\text{гр}} = 0$ ) соответствует большее абсолютное значение вертикальных перемещений. Также видно, что независимо от граничных условий вертикальные перемещения поверхности основания затухают по мере удаления от границы основания, взаимодействующей со шпунтом. То же происходит и с горизонтальными перемещениями  $U(x)$  (рис. 4, б).

При рассмотрении системы «фундаментная плита – преднапряженное основание», помимо граничных условий в постановке задачи, на НДС системы также существенное влияние оказывает положение армирующего элемента относительно фундаментной плиты и по высоте слоя основания. Попробуем проследить влияние рассмотренных различий в постановке задачи на НДС системы «фундаментная плита – преднапряженное основание». Для выявления особенностей НДС грунтового массива при сложном напряженном состоянии использована модель, представленная на рис. 2, б. В отличие от предыдущей модели, на рассматриваемый преднапряженный объем грунта опирается плита с соотношением сторон  $l/b > 10$  нагруженная

равномерно распределенной нагрузкой. Считается, что поверхность контакта балки и основания является абсолютно гладкой, а реакции контакта направлены по нормали к этой поверхности. Также предполагается, что вертикальные перемещения поверхности основания и нижней поверхности балки происходят совместно без отрыва, и величина вертикального давления, передаваемого на поверхность основания со стороны балки, равна вертикальному отпору  $R_z(x)$ . Вертикальный отпор связан условием равновесия балки с величиной ее изгибной жесткости ( $EJ$ ) и характером нагрузки  $q(x)$ :

$$R_z(x) = q(x) - EJ \frac{\partial^4 W(x)}{\partial x^4}. \quad (2)$$

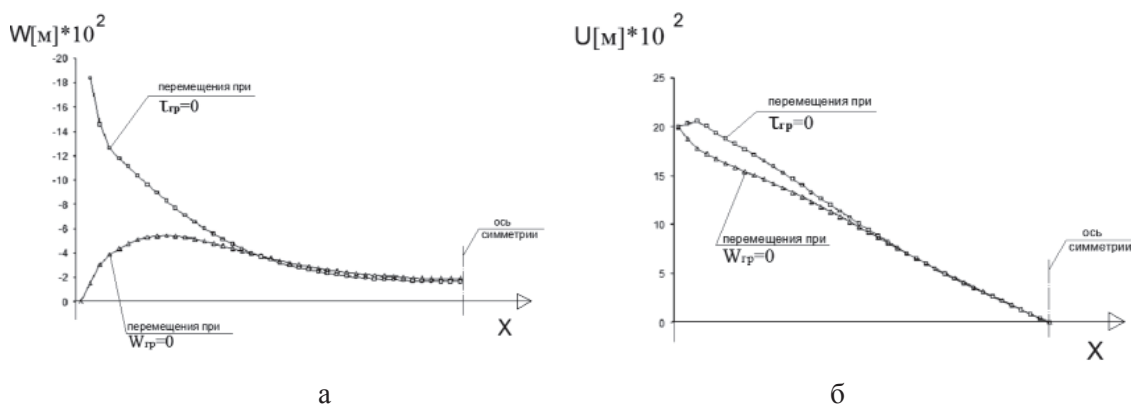


Рис. 4. Эпюры перемещений поверхности основания: а – вертикальных –  $W(x)$ ; б – горизонтальных –  $U(x)$

Решение задачи находится на основе совместного решения системы уравнений Ляме (1) с уравнением изгиба балки (2), входящим в систему уравнений через граничные условия, записанные для участка поверхности основания, контактирующего с балкой.

На рис. 5 представлены эпюры вертикальных перемещений поверхности ос-

нования  $W(x)$  при различных граничных условиях контакта грунта с армирующим элементом.

Для исходных данных приняты следующие параметры:  $H = 30$  м,  $L = 40$  м,  $E_{gp} = 20000$  кПа,  $E_b = 21000000$  кПа,  $\nu = 0,5$ ,  $h_b = 1$  м,  $q(x) = 500$  кН/м,  $L/b = 1,5$ .

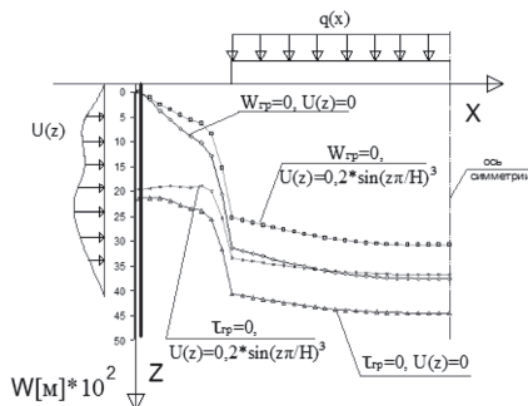


Рис. 5. Перемещения поверхности основания  $W(x)$  под фундаментной плитой

Как видно из графиков (рис. 5), кинематическое нагружение грунта способствует снижению вертикальных осадок фундаментной плиты на 18%. Наибольший эффект наблюдается при отсутствии вертикальных перемещений грунта по поверхности армирующего элемента ( $W_{гр} = 0$ ). Отсутствии касательных напряжений ( $\tau_{гр} = 0$ ) в данном случае ухудшает работу грунтового массива и увеличивает осадки на 20%.

Оценивая снижение осадок фундаментной плиты, следует принимать во внима-

ние упругую работу грунта под нагрузкой. В рассматриваемой линейной постановке задачи снижение осадок плиты прямо пропорционально увеличению величины кинематического нагружения. Особенности данной математической модели также можно отметить на эпюрах распределения напряжений в основании. Качественная картина распределения нормальных и касательных напряжений  $\sigma_z$  и  $\tau_{zx}$  для системы «фундаментная плита – преднапряженное основание» представлена на рис. 6.

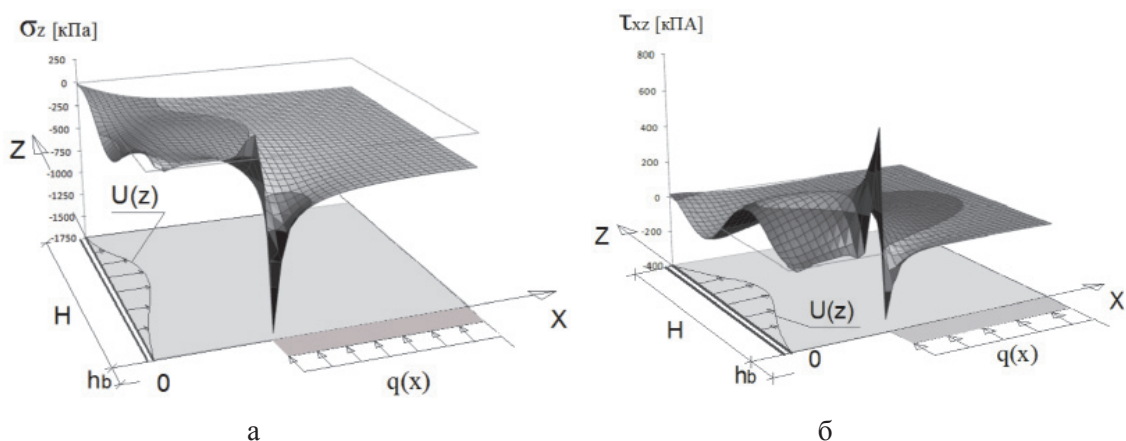


Рис. 6. Эпюры напряжений слоя основания:  
а – нормальных ( $\sigma_z$ ); б – касательных ( $\tau_{zx}$ )

Вдоль поверхности армирующего элемента присутствуют характерные очертания эпюр нормальных и касательных напряжений, обусловленные кинематическим нагружением (рис. 6). Максимальная же концентрация напряжений находится под торцом балки. Напряжения в этом месте возрастают по мере сгущения конечно-разностной сетки. При таких значениях напряжений в грунте, как правило, происходит развитие зон предельного равновесия, и грунт переходит в пластическую стадию работы. Для данной модели это обстоятельство накладывает соответствующие ограничения на величину вертикальной нагрузки.

При анализе величины абсолютных осадок фундаментной плиты следует учесть влияние положения армирующего элемента относительно фундаментной плиты и по глубине слоя основания. По мере смещения армирующего элемента к краю плиты наблюдается снижение ее осадок. Вместе с тем усиливается и влияние рассмотренных краевых эффектов.

Таким образом, напряженно-деформируемое состояние системы «фундаментная плита – преднапряженное основание»

определяется многими факторами. Использование приведенной математической модели в рамках упругой задачи позволяет выделить наиболее существенные из них для более точной оценки НДС основания с активным армированием. В частности, при формулировке граничных условий необходимым является учет сил трения между грунтом и армирующим элементом, отражающий характер их взаимодействия. Также необходимым является учет неупругих свойств грунтовой среды. Для данной модели линейно-деформированного основания при активном армировании наблюдается снижение осадок фундаментной плиты под нагрузкой пропорционально увеличению величины кинематического нагружения, что дает повод для дальнейшего изучения вопросов математического моделирования, прочности и устойчивости преднапряженных оснований и их совместной работы с сооружениями.

#### Список литературы

1. Абелев М.Ю. Строительство промышленных и гражданских сооружений на слабых водонасыщенных грунтах. – М.: Стройиздат, 1983. – 247 с.

2. Землянский А.А. Активное управление эксплуатационной надежностью современных зданий и сооружений // Кибернетика и технологии XXI века: сборник трудов V Междунар. науч.-техн. конф. – Воронеж, 2004. – С. 48–53.

3. Землянский А.А. Мониторинг и управление надежностью зданий и сооружений различного назначения // Промышленное и гражданское строительство. – 2004. – № 9. – С. 39.

4. Землянский А.А. Новое поколение свайных и анкерных фундаментов с управляемой несущей способностью // Нелинейная динамика механических и биологических систем. – Саратов, 2004. – № 2.

5. Иванов Ю.К., Коновалов П.А., Мангушев Р.А., Сотников С.Н. Основания и фундаменты резервуаров / под ред. П.А. Коновалова. – М.: Стройиздат, 1989. – 223 с.

6. Сотников С.Н., Мангушев Р.А. Проектирование и строительство оснований и фундаментов стальных вертикальных цилиндрических резервуаров за рубежом. – М.: ВНИИОЭНГ, 1979. – 64 с.

7. Binquet J., Lee K.L. Bearing capacity tests on reinforced earth slabs // Proc. ASCE, J. of the geotechnical engineering division. – 1981. – № GT12. – P. 1241–1255.

### References

1. Abelev M.Yu. Stroitel'stvo promyshlennykh i grazhdanskikh sooruzheniy na slabykh vodonasyshchennykh gruntakh [Industrial and civil structures on weak water-saturated soils]. Moscow, 1983. 247 p.

2. Zemlyanskiy A.A. Kibernetika i tekhnologii XXI veka: sbornik trudov V Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy kon-

ferentsii [Cybernetics and technologies of the XXI century]. Voronezh, 2004. pp. 48–53.

3. Zemlyanskiy A.A. Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo. 2004. no. 9. pp. 39.

4. Zemlyanskiy A.A. Nelineynaya dinamika mekhanicheskikh i biologicheskikh sistem [Nonlinear dynamics of mechanical and biological systems]. Saratov, 2004. no. 2.

5. Ivanov Yu.K., Kononov P.A., Mangushev R.A., Sotnikov S.N. Osnovaniya i fundamenty rezervuarov [Bases and foundations of reservoirs]. Moscow, 1989. 223 p.

6. Sotnikov S.N., Mangushev R.A. Proektirovanie i stroitel'stvo osnovaniy i fundamentov stal'nykh vertikal'nykh tsilindricheskikh rezervuarov za rubezhom [Design and construction bases and foundations of steel vertical cylindrical tanks foreign]. Moscow, 1979. 64 p.

7. Binquet J., Lee K.L. Bearing capacity tests on reinforced earth slabs // Proc. ASCE, J. of the geotechnical engineering division. – 1981. – № GT12. – P. 1241–1255.

### Рецензенты:

Денисова А.П., д.т.н., профессор, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., г. Саратов;

Гарибов Р.Б., д.т.н., генеральный директор, ЗАО «Научно-технический центр «Волгапромстройбезопасность», г. Энгельс.

Работа поступила в редакцию 04.06.2014.