

УДК 629.782

УПРАВЛЕНИЕ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ТИПА ПРИ СПУСКЕ С ОРБИТЫ В ЗАДАННУЮ ОБЛАСТЬ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

Иванов В.М., Лобачев В.И., Соколов Н.Л.*ФГУП «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения»,
Королев, e-mail: sokolov@mcc.rsa.ru*

В настоящей работе исследуется энергетически оптимальное управление космическим аппаратом (КА) вектором тяги двигательной установки в процессе проведения межорбитальных маневров. Методической новизной предлагаемого решения является разработка алгоритмов преобразования исходных систем дифференциальных уравнений и формул связи между неизвестными параметрами движения КА и сопряженными переменными. Предложен алгоритм аналитического решения дифференциальных уравнений сопряженных переменных. Это дает возможность разработать дополнительные зависимости, связывающие неизвестные параметры. Наряду с использованием условий трансверсальности в граничных точках траекторий эти преобразования позволяют свести многопараметрическую краевую задачу по поиску оптимальных траекторий движения КА к двухпараметрической. Определена структура оптимального управления вектором тяги двигательной установки. Приводится доказательство, что для широкого диапазона граничных условий, весовых и энергетических характеристик КА максимальное число переключений двигательной установки равно двум. При первом включении реализуется перевод КА с начальной орбиты на промежуточную, имеющую точку пересечения с конечной орбитой, где скорость и радиус вектора КА соответственно равны заданным значениям. При втором включении, осуществляемом в точке пересечения орбит, проводится коррекция траекторного угла. В целом предложенный методологический подход может быть положен в основу решения широкого класса задач оптимизации межорбитальных маневров и коррекций и может быть внедрен в практику проектирования перспективных миссий ближнего и дальнего космоса.

Ключевые слова: космический аппарат, сход с орбиты, минимизация энергозатрат, баллистический спуск, посадка на заданный полигон, аналитические алгоритмы расчета

CONTROL OF BALLISTIC-TYPE SPACECRAFT DURING DEORBITING IN THE SPECIFIED EARTH AREA

Ivanov V.M., Lobachev V.I., Sokolov N.L.*Central Research Institute of Machine Building, Korolev, e-mail: sokolov@mcc.rsa.ru*

This work is focused on the research of energy optimal scheme of SC thrust vector control during the interorbital maneuvers. The methodological novelty of the proposed decision is development of transformation algorithms for initial systems of differential equations and connection formulae between the unknown parameters of SC motion and conjugate variables. It helps to avoid the above-mentioned difficulties. Thus, the algorithm is proposed for analytical decision of differential equations for the conjugate variables which provides the possibility to determine the structure of optimal control avoiding the complicated calculation procedures. Besides the proof is given of the Hamiltonian identical equality to zero and the conjugate variable corresponding to a subsatellite-point longitude along all the flightpath. It makes possible to elaborate additional dependencies, connecting the unknown parameters in the initial point of trajectory. Along with the use of transversality conditions in the boundary points of trajectories these transformations also allow reducing the multi-parameter boundary problem of the SC optimal trajectory search to the two-parameter one, which provides high level of efficiency during calculation. The structure of thrust vector optimal control is determined. The fact is proved that for a wide range of boundary conditions, weight and power characteristics of SC the maximum number of SC engine burns equals two. At the first burn the SC is transferred from the initial orbit to the interim one, which has a cross point with the final orbit, where velocity and radius-vector of SC are respectively equal to the specified values. At the second burn, in the cross-point of orbits, the trajectory angle is adjusted. On the whole the proposed methodological approach can be used as the basis of wide range of tasks aimed at optimization of interorbital flights and corrections and it can be introduced for the planning of perspective missions of near and outer space.

Keywords: spacecraft, interorbital maneuvers, minimization of energy consumption, ballistic descent, transform algorithms, accelerated calculation algorithm

Исследуется управление КА вектором тяги двигательной установки на внеатмосферном участке спуска с орбиты ИСЗ, обеспечивающее минимум расхода топлива. Решение задач оптимального управления КА сопряжено с большими затратами расчетного времени. Поэтому целесообразно использовать быстродействующие квазиоптимальные алгоритмы решения вариационных задач.

Проведенные исследования посвящены разработке таких алгоритмов для определения оптимального управления КА вектором тяги на внеатмосферном участке спуска с орбиты ИСЗ. Решалась задача минимизации потребной массы топлива ($J = \Delta m_T = \min$) при посадке КА баллистического типа в заданную точку поверхности Земли.

Постановка задачи

Движение КА описывается системой дифференциальных уравнений, являющейся частным случаем системы [1]:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\frac{\rho V^2}{2P_x} - \frac{\mu}{r^2} \sin \theta + \frac{P}{m} \cos \alpha \cos \beta; \\ \frac{d\theta}{dt} &= -\frac{\mu}{r^2 V} \cos \theta + \frac{V}{r} \cos \theta + \frac{P}{mV} \sin \alpha \cos \beta; \\ \frac{d\varepsilon}{dt} &= -\frac{V}{r} \cos \theta \cos \varepsilon \operatorname{tg} \varphi + \frac{P}{mV \cos \theta} \sin \beta; \\ \frac{dr}{dt} &= V \sin \theta; \quad \frac{d\lambda}{dt} = \frac{V \cos \theta \cos \varepsilon}{r \cos \varphi}; \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{V}{r} \cos \theta \sin \varepsilon; \quad \frac{dm}{dt} = -\frac{P}{P_{\text{уд}} g_3}, \end{aligned} \quad (1)$$

где V – скорость КА; θ – траекторный угол; ε – курсовой угол; r – радиус-вектор, соединяющий центр Земли и центр масс КА; λ и φ – геоцентрические долгота и широта, соответственно; m – масса КА; ρ – плотность атмосферы; μ – произведение постоянной притяжения на массу Земли; P_x – приведенная нагрузка на лобовую поверхность КА; C_x – аэродинамический коэффициент лобового сопротивления; P – тяга двигательной установки; $P_{\text{уд}}$ – удельная тяга; g_3 – ускорение свободного падения на поверхности Земли; α – угол между проекцией вектора тяги на плоскость движения и вектором скорости КА; β – угол между вектором тяги и плоскостью движения КА.

Управление КА осуществлялось путем изменения параметров вектора тяги – P , α и β :

$$0 \leq P \leq P_{\text{mix}}; \quad -\pi \leq \alpha \leq \pi; \quad -\pi \leq \beta \leq \pi. \quad (2)$$

Начальное состояние КА определялось параметрами орбиты ИСЗ и его массой:

$$V_0 = V(t_0); \quad \theta_0 = 0; \quad \varepsilon_0 = \varepsilon(t_0);$$

$$r_0 = r(t_0); \quad \lambda_0 = \lambda(t_0);$$

$$\varphi_0 = \varphi(t_0); \quad m_0 = m(t_0). \quad (3)$$

Концом траекторий является точка на поверхности Земли ($h_R = 0$) с координатами

$$\lambda_R = \lambda(h_R); \quad \varphi_R = \varphi(h_R). \quad (4)$$

Учитывались промежуточные условия при входе КА в атмосферу ($h_{\text{вх}} = 100$ км):

$$V_{\text{вх}} = V(h_{\text{вх}}); \quad \theta_{\text{вх}} = \theta(h_{\text{вх}}). \quad (5)$$

Исследования по разработке алгоритмов основывались на теории оптимального управления: для КА, движение которо-

го описывается уравнениями (1) требуется найти законы управления $P(t)$, $\alpha(t)$, $\beta(t)$, обеспечивающие экстремум функционала $J = \Delta m_T = m_0 - m_k - \min$ при ограничениях (2), краевых (3), (4) и промежуточных (5) условиях.

Для решения вариационной задачи использовался принцип максимума Понтрягина [4]. Введем в рассмотрение гамильтониан

$$H = PF_1 + F_2. \quad (6)$$

Сопряженные переменные ψ_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial V}; \\ \frac{d\psi_2}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \theta}; \\ \frac{d\psi_3}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \varepsilon}; \\ \frac{d\psi_4}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial r}; \\ \frac{d\psi_5}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \lambda} = 0; \\ \frac{d\psi_6}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \varphi}; \\ \frac{d\psi_7}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial m}. \end{aligned} \quad (7)$$

Законы изменения параметров α , β и P определяются из условия

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\psi_2}{V\psi_1}; \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\psi_3}{(V\psi_1 \cos \alpha + \psi_2 \sin \alpha) \cos \theta} = \frac{\psi_3 \cos \alpha}{V\psi_1 \cos \theta}. \quad (9)$$

Тяга двигательной установки принимает граничные значения

$$P = P_{\text{max}} \text{ при } F_1 > 0, \quad P = 0 \text{ при } F_1 < 0. \quad (10)$$

Алгоритм расчета оптимальных маневров

Докажем, что число участков полета КА с включенной тягой не превышает

двух. Для определения числа переключений исследуем функцию F_1 , вычисляемую из уравнения [3]:

$$F_1 = \frac{1}{m} \left(\psi_1 \cos \alpha \cos \beta + \frac{\psi_2}{V} \sin \alpha \cos \beta + \frac{\psi_3}{V \cos \theta} \sin \beta \right).$$

С учетом формул (9) и (10) получим

$$F_1 = \frac{1}{m} \left(\frac{\psi_1}{\cos \alpha \cos \beta} \right). \quad (11)$$

Будем считать, что полет КА при включенной двигательной установке определя-

ется в основном активными силами, а на пассивном участке – гравитационными силами. Предположим, что углы α , β и θ на активных участках полета КА меняются слабо. Тогда уравнения для переменной ψ_1 , влияющей на функцию F_1 , имеют вид

$$\frac{d\psi_1}{dt} = \frac{P}{mV^2} \sin \alpha \cos \beta \psi_2 + \frac{P}{mV^2} \sin \beta \psi_3 \text{ при } P \neq 0;$$

$$\frac{d\psi_1}{dt} = -\frac{\mu}{r^2 V^2} \psi_2 - \frac{1}{r} \psi_2 \text{ при } P = 0$$

В условиях сделанных предположений в обоих случаях $\dot{\psi}_2 = 0$, т.е. $\psi_2 = C^*$.

Покажем, что $\dot{\psi}_1(t) \geq 0$ при $t_0 \leq t \leq t_R$. Уравнение для ψ_1 при $P \neq 0$ с учетом (8) и (9) преобразуется следующим образом:

$$\frac{d\psi_1}{dt} = \frac{P\psi_1}{mV \cos \alpha \cos \beta} (\sin^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \beta).$$

Поскольку выражение $\psi_1/\cos \alpha$ имеет тот же знак, что и $\cos \beta$, то справедливо неравенство $\dot{\psi}_1 \geq 0$ при $P \neq 0$.

Знак переменной ψ_1 при $P = 0$ зависит от знака постоянной $\psi_2 = C^*$, который определяется из следующих соображений. Для перевода КА с орбиты ИСЗ на траекторию снижения угол α должен находиться в диапазоне $-\pi \leq \alpha < -\pi/2$. Тогда из уравнения (11) получим, что $\psi_1 \leq 0$, а с помощью уравнения (8) определим, что $\psi_2 = C^* \leq 0$. Следовательно, $\dot{\psi}_1 \geq 0$ на пассивном участке полета. Анализ зависимости $\dot{\psi}_1$ показал, что переменная ψ_1 скачком меняет свою величину в момент переключения тяги двигателя P . Отсюда заключаем, что переменная ψ_1 на всем участке полета КА меняет свой знак не более двух

раз, а число переключений тяги двигательной установки КА равно двум. Причем переключения осуществляются с $P = P_{\max}$ на $P = 0$, а затем опять на $P = P_{\max}$.

Используя допущение об импульсном характере работы двигателей и решая уравнения движения [2], определим начальные углы ориентации вектора тяги α_0 и β_0 :

$$\alpha_0 = -\pi + \arcsin \left(V_1 \sin \frac{\theta_1}{\Delta V} \right), \quad (12)$$

где

$$V_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}};$$

$$V_1 = \sqrt{V_{\text{BX}}^2 + \frac{2\mu}{r_0} - \frac{2\mu}{r_{\text{BX}}}};$$

$$r_0 = r_1 = R_3 + h_0;$$

$$\cos \theta_1 = \frac{r_{\text{BX}} V_{\text{BX}} \cos \theta_{\text{BX}}}{r_1 V_1};$$

$$\Delta V = \sqrt{V_0^2 + V_1^2 - 2V_0 V_1 \cos \theta_1};$$

$$r_{\text{BX}} = R_3 + h_{\text{BX}};$$

$$\beta_0 = \arctg \left\{ \frac{L_{\text{ОВХ}}}{R_3 \left[\arcsin \left(\frac{\mu - C_2/r_{\text{BX}}}{\sqrt{\mu^2 - C_1 C_2}} \right) - \arcsin \left(\frac{\mu - C_0/r_0}{\sqrt{\mu^2 - C_1 C_2}} \right) \right]} \right\}, \quad (13)$$

где

$$C_1 = \frac{2\mu}{r_{\text{BX}}} - V_{\text{BX}}^2;$$

$$C_2 = r_{\text{BX}}^2 V_{\text{BX}}^2 \cos^2 \theta_{\text{BX}}.$$

По этим формулам для высот h от $h_{\text{вх}} = 100$ км до $h_{\text{вх}} = 0$ вычисляются величины скорости $V^{(R)}$, траекторного угла $\theta^{(R)}$ и дальности атмосферного участка $L^{(R)}$. Зависимость для скорости полета с учетом влияния аэродинамических сил запишем в виде

$$V = \sqrt{\frac{2\mu}{r} - C_1} - \int_{t_{\text{вх}}}^t \frac{\rho V^2}{2P_x} dt. \quad (18)$$

Используя допущение об экспоненциальном характере изменения плотности атмосферы от высоты зависимость (18) преобразуется к виду

$$V = \sqrt{\frac{2\mu}{r} - C_1} \left(1 - \frac{\rho - \rho_{\text{вх}}}{2P_x \beta \sin \theta} \right)^{-1}. \quad (19)$$

$$\begin{aligned} d &= \arccos \left[\cos(L_R/R_3) / \cos(L_{\text{ок}}/R_3) \right]; \\ \lambda_{\text{сх}} &= \lambda_D = \lambda_3 + \arccos \left[\cos(l-d) / \cos \varphi_D \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Определим боковое смещение точки входа КА в атмосферу относительно плоскости орбиты $L_{\text{вх}}$, которая, являясь входным параметром для расчета траекторий движения КА на внеатмосферном участке, обеспечивает требуемое смещение $L_{\text{ок}}$ на поверхности Земли:

$$L_{\text{вх}} = R_3 \arcsin \left[\sin(L_{\text{вн}}/R_3) \sin \Delta \varepsilon \right];$$

$$\Delta \varepsilon = \arccos \left(\frac{\cos i_0}{\cos \varphi_D} \right) - \arccos \left(\frac{\cos i^*}{\cos \varphi_D} \right);$$

$$i^* = \arcsin \left\{ \frac{\sin \varphi_D}{\sin \left[\arctg \left(\frac{\sin(L_{\text{к}}/R_3) \sin \varphi_D}{\sin \varphi_B - \cos(L_{\text{к}}/R_3) \sin \varphi_D} \right) \right]} \right\}. \quad (21)$$

С помощью аналитических формул (18)–(21) вычисляются координаты схода КА с орбиты ИСЗ и требуемое боковое смещение входа КА в атмосферу $L_{\text{вх}}$, при которых в сочетании с применением схемы управления вектором тяги на внеатмосферном участке обеспечивается спуск аппарата баллистического типа в некоторую окрестность на поверхности Земли около точки с заданными координатами φ_R и λ_R (4).

Представленные преобразования позволяют свести поставленную задачу оптимального управления к безитерационной задаче моделирования уравнений (1). Показано, что в условиях отсутствия случайных возмущающих воздействий отклонения точек посадки КА баллистического типа составляют в среднем 2–3 км, достигая в отдельных случаях ~ 5 км. Для снижения этих отклонений до величин, мень-

Обоснован интервал изменения аргумента Δh , на котором сохраняется допущение о кусочном постоянстве аэродинамических сил. Показано, что при значении $\Delta h = 10$ км погрешность вычисления дальности баллистического спуска δL не превышает ~1 %.

Найдем координаты схода КА с орбиты $\lambda_{\text{сх}}$ и $\varphi_{\text{сх}}$ (рисунок, точка D). Из рассмотрения сферического треугольника DCB получим формулы для расчета координат схода $\lambda_{\text{сх}}$ и $\varphi_{\text{сх}}$:

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{сх}} &= \varphi_D = \arcsin \left[\sin i_0 \sin(l-d) \right]; \\ l &= \arccos \left[\cos \Delta v / \cos(L_{\text{ок}}/R_3) \right], \end{aligned}$$

ших 1 км, проводится уточненный расчет траекторий, где в формулы для вычисления координат схода с орбиты ИСЗ (20) и для бокового смещения точки входа КА в атмосферу (16), (21) вводятся поправки на величины продольного δL и бокового $\delta L_{\text{б}}$ отклонений точки посадки, вычисленной при первом просчете, относительно заданной с $\varphi = \varphi_R$ и $\lambda = \lambda_R$.

Заключение

Проведенные исследования оптимального управления вектором тяги, обеспечивающего спуск КА баллистического типа с орбиты ИСЗ в заданную область поверхности Земли при минимальной расходуемой массе топлива, позволяют сделать следующие основные выводы:

– в результате решения вариационной задачи определена структура оптимального

управления КА вектором тяги на внеатмосферном участке спуска с орбиты ИСЗ, обеспечивающая минимум потребной массы топлива;

– разработан быстродействующий алгоритм расчета приближенно-оптимальных траекторий КА, спускаемых с орбиты ИСЗ в заданную область поверхности Земли.

Для безитерационного варианта расчета отклонения точек посадки от заданной составляют в среднем 2–3 км, продолжительность вычислений ~10 с. Для одноитерационного варианта отклонения уменьшаются до величины, меньшей 1 км, а продолжительность вычислений увеличится примерно вдвое.

Список литературы

1. Авдеевский В.С., Антонов Б.М., Анфимов Н.А. и др. Основы теории полета космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1972.
2. Иванов Н.М., Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1986.
3. Летов А.М. Динамика полета и управление. – М.: Наука, 1969.
4. Понтрягин Л.С., Болтянский В.П., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1969.

5. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. – М.: Наука, 1965.

References

1. Avduevskij V.S., Antonov B.M., Anfimov N.A. i dr. Osnovy teorii poleta kosmicheskikh apparatov. M.: Mashinostroyeniye. 1972.
2. Ivanov N.M., Dmitrievskij A.A., Lysenko L.N. Balistika i navigacija kosmicheskikh apparatov. M.: Mashinostroyeniye. 1986.
3. Letov A.M. Dinamika poleta i upravlenie. M.: Nauka. 1969.
4. Pontrjagin L.S., Boltjanskij V.P., Gamkrelidze R.V., Mishhenko E.F. Matematicheskaja teorija optimal'nyh processov. M. Nauka. 1969.
5. Jel'jasberg P.E. Vvedenie v teoriju poleta iskusstvennyh sputnikov Zemli. M.: Nauka. 1965.

Рецензенты:

Лаврентьев В.Г., д.т.н., начальник отдела, ФГУП «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения», г. Королев;

Разумный Ю.Н., д.т.н., профессор, генеральный директор ЗАО «Научно-техническое агентство «Космоэкспорт», г. Москва.

Работа поступила в редакцию 28.05.2014.