

УДК 538.971+534.231.2

**О ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ  
СЕЙСМО-АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН МЕТОДОМ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ**

**Мкртчян А.Г., Мкртчян А.Р., Котанджян Х.В., Асланян А.А., Арутюнян Э.М.,  
Арутюнян А.С., Айвазян Г.А., Мурадян О.Р., Агабекян В.Н., Миракян С.А.**

*Институт прикладных проблем физики, Национальная академия наук  
Республики Армения, Ереван, e-mail: surenalex@mail.ru*

Работа посвящена определению основных параметров сейсмо-акустических волн, распространяющихся в земной коре, путем решения обратной задачи. Экспериментальные работы проводились на естественных и искусственных водоемах сотрудниками ИППФ НАН РА. С целью эффективной регистрации сейсмо-акустических волн были разработаны новые сверхчувствительные системы регистрации на основе явления двойной модуляции мессбауэровского излучения. Проведенный анализ показывает, что, применяя представленный математический аппарат при обработке экспериментальных данных временной мессбауэровской спектроскопии путем решения обратной задачи, можно определить основные параметры низкочастотных сейсмо-акустических колебаний и определить местонахождения источников сейсмо-акустических колебаний. Точность определения исходных параметров зависит от реальных условий экспериментальных исследований и погрешностей экспериментальной установки, которые могут привести к соответствующим статистическим ошибкам. Предварительная оценка сравнения теоретических расчетов с полученными экспериментальными данными дает хорошее согласование.

**Ключевые слова:** двойная модуляция, мессбауэровское излучение, сейсмо-акустические волны, амплитудно-временная спектроскопия, обратная задача

**ABOUT THE POSSIBILITY OF DETERMINING THE PARAMETERS  
OF SEISMIC-ACOUSTIC WAVES BY THE METHOD OF THE REVERSE PROBLEM**

**Mkrтчhyan A.G., Mkrтчhyan A.R., Kotandzhyan K.V., Aslanyan A.A., Arutyunyan E.M.,  
Arutyunyan A.S., Aivazyan G.A., Muradyan O.R., Agabekyan V.N., Mirakyan S.A.**

*Institute of Applied Problems of Physics, National Academy of Science of Armenia,  
Yerevan, e-mail: surenalex@mail.ru.am*

The work is devoted to the determination of the main parameters of the seismic-acoustic waves propagating in the earth's crust through the solution of the reverse problem. The experimental work was done in natural and artificial reservoirs by the associates of IAPP NAS RA. For the efficient registration of seismic-acoustic waves new super sensitive systems of registration based on the effect of double modulation of Mossbauer radiation have been developed. The conducted analysis shows that by applying the suggested mathematical apparatus for the processing the experimental data of the time Mossbauer spectroscopy through the solution of the reverse problem it possible to determine the main parameters of the low-frequency seismic-acoustic oscillations and define the location of the source of the seismic-acoustic oscillations. The precision of the initial parameters depends upon the real conditions of the experimental investigations and the inaccuracies of the experimental device, which can end up with the corresponding statistic mistakes. The preliminary evaluation of the comparison of the theoretical calculations with the obtained experimental data results in a good agreement.

**Keywords:** double modulation, Mossbauer radiation, seismic-acoustic waves, amplitude-time spectroscopy, reverse problem

В настоящей работе проводится определение основных параметров распространяющихся в земной коре сейсмо-акустических волн путем решения обратной задачи [2, 5]. Для регистрации сейсмо-акустических волн на основе явления двойной модуляции мессбауэровского излучения [6] в ИППФ НАН РА были разработаны уникальные детекторы. Полученные результаты теоретических расчетов достаточно близки с полученными экспериментальными данными.

Определение параметров и вида сейсмо-акустических волн на основании мессбауэровских спектров поглощения, модулированных акустическими колебаниями, часто сводятся к решению обратных задач. Трудности решения обратных задач

во многих случаях обусловлены их некорректной постановкой [2, 4, 5].

Для определения закона возбуждения рассмотрим форму линии поглощения при внешнем периодическом возбуждении [1, 3, 6, 7]

$$F(x) = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\varphi(s)ds}{(x-s)^2 + 1} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\psi(s)ds}{(x-s)^2 + 1}, \quad (1)$$

где  $F(x)$  – мессбауэровский спектр поглощения с некоторой ошибкой;  $\varphi(s)$  – закон возбуждения,

$$\psi(s) = \begin{cases} \varphi(s), & \alpha < s < \beta; \\ 0, & s < \alpha, \beta < s. \end{cases}$$

Умножая обе части уравнения (1) на  $\exp(+ipx)$ , интегрируя по  $x$  и используя обратное Фурье преобразование, получаем

$$\psi(s) = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(|p| - ips) dp \int_{-\infty}^{\infty} F(x) \exp(+ipx) dx. \quad (2)$$

Однако вычисление  $\Psi(s)$  из (2) представляет определенные трудности, т.к. для сходимости интеграла необходимо, чтобы экспериментальная функция  $F(x)$  была гладкой функцией. Даже маленькая ошибка в  $F(x)$  приводит к большому искажению  $\Psi(s)$  из-за

члена  $\exp|p|$ . Эти трудности можно преодолеть при помощи метода регуляризации [5], развитой для решения некорректно поставленных обратных задач.

Для определения значения  $\Psi(s)$  рассмотрим «регуляризационный» функционал

$$J(\psi_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ F(x) - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\psi_1(s) ds}{(x-s)^2 + 1} \right]^2 dx + \pi C^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{d\psi_1(s)}{ds} \right]^2 ds. \quad (3)$$

Функция  $\Psi_1$  является регуляризованным решением и лишена вышеуказанных недостатков.

Таким образом, учитывая, что функционал  $J$  имеет минимум и что  $\Psi_1(\pm\infty) = 0$  или  $\Psi'_1(\pm\infty) = 0$ , из условия минимума  $J$  имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(x) dx}{(x-s)^2 + 1} - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x-s)^2 + 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\psi(s') ds'}{(x-s')^2 + 1} + \pi^2 C \frac{d^2 \psi_1}{ds^2} = 0. \quad (4)$$

Для  $\psi_1(s)$  получаем

$$\psi_1(s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(x) \exp(-|p|)}{\exp(-2|p|) + Cp^2} \exp(-ips + ipx) dp dx. \quad (5)$$

Как и ожидалось, это выражение совпадает с выражением (2) при условии  $C = 0$ .

Анализируя далее экспериментальные случаи с четной функцией  $F(x)$ , имеем

$$\psi_1(x) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{\bar{F}(p) \exp(-|p|)}{\exp(-2p) + Cp^2} \cos ps dp, \quad (6)$$

где  $\bar{F}(p) = \int_0^{\infty} F(x) \cos px dx$ , которая вычисляется методом Филона и значение  $C$  определяется из экспериментальной ошибки.

При некоторых асимметричных случаях закона возбуждения задача сводится к решению интегрального уравнения

$$F(x) = \int_x^R \varphi(s) \varphi(s-x) ds,$$

который решается численными методами.

Метод математической обработки модулированных временных мессбауэровских

спектров для определения неизвестных параметров внешних возбуждений заключается в согласовании экспериментальных точек  $N_k = N(t_k)$  некой аналитической функцией  $\tilde{N}_k = \tilde{N}(t_k; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ , где  $t_k$  – время,  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  – неизвестные параметры внешних возбуждений. Точное определение параметров  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  сводится к подбору согласующей функции для получения наилучших совпадений экспериментальных точек  $N_k$  с согласующими функциями  $\tilde{N}(t_k; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ .

Согласующую функцию для временных мессбауэровских спектров можно описать следующим выражением

$$\tilde{N}(t; \alpha_i) = \alpha_1 \left( 1 - \frac{\alpha_2}{(\alpha_3 + \alpha_4 \sin \Omega t)^2 + 1} \right). \quad (7)$$

Для подбора параметров аппроксимирующей функции минимизируется следующий неотрицательный функционал

$$\Phi = \sum_{k=1}^n (\tilde{N}(t_k; \alpha_i) - N_k)^2,$$

где  $n$  – число экспериментальных точек, для которых выполняется условие

$$\delta \Phi = 2 \sum_k (\tilde{N} - N_k) \frac{\partial \tilde{N}}{\partial \alpha_m}; \quad (8)$$

$$\delta \alpha_m = 0, \quad m = 1, 2, 3, 4.$$

Отсюда для параметров  $\alpha_i$  получаем следующую систему уравнений

$$\begin{aligned} f_1 &= 2 \sum_k [\tilde{N}(t_k, \alpha_i) - N_k] \left( 1 - \frac{\alpha_2}{(\alpha_3 + \alpha_4 \sin \Omega t_k)^2 + 1} \right) = 0; \\ f_2 &= 2 \sum_k [\tilde{N}(t_k, \alpha_i) - N_k] \frac{\alpha_1}{(\alpha_3 + \alpha_4 \sin \Omega t_k)^2 + 1} = 0; \\ f_3 &= 4 \sum_k [\tilde{N}(t_k, \alpha_i) - N_k] \frac{\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_3 + \alpha_4 \sin \Omega t_k)}{[(\alpha_3 + \alpha_4 \sin \Omega t_k)^2 + 1]^2} = 0; \\ f_4 &= 4 \sum_k [\tilde{N}(t_k, \alpha_i) - N_k] \frac{\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_3 + \alpha_4 \sin \Omega t_k) \sin \Omega t_k}{[(\alpha_3 + \alpha_4 \sin \Omega t_k)^2 + 1]^2} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Получается система нелинейных алгебраических уравнений для параметров  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  и  $\alpha_4$ , при решении которой используется метод квазилинеаризации Ньютона –

Рапсона, т.е. выбираются начальные приближенные значения  $\alpha_i^0$  и разлагается  $f_j(\alpha_i)$  в ряд в окрестности точки  $\alpha_i^0$ . Оставляя только линейный член, получаем

$$f_j(\alpha_i) \approx f_j(\alpha_i^0) + J_{ij}(\alpha_i^0)(\alpha_j - \alpha_j^0) = 0, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad (10)$$

где  $J_{ij} = \left( \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_j} \right)_{\alpha_i^0}$  – матрица Якоби.

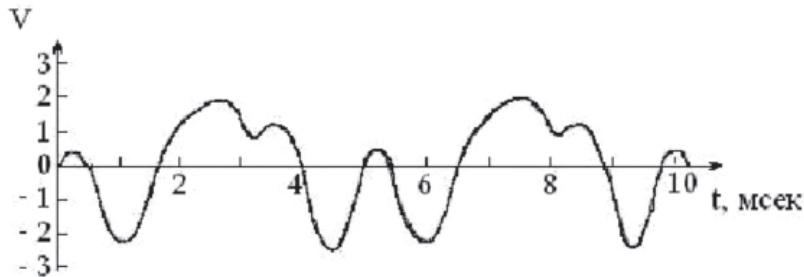
Решение этой системы  $\alpha_i^1$  является первым приближением параметров  $\alpha_i$

$$\alpha_i^1 = \alpha_i^0 - J_{ij}^{-1}(\alpha_i^0) f_j(\alpha_i^0), \quad (11)$$

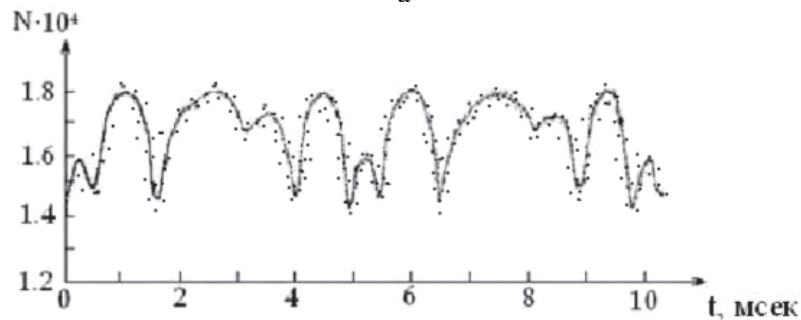
где  $J_{ij}^{-1}$  – обратная матрица Якоби.

Найденные таким образом решения  $\alpha_i^1$  снова подставляются в первоначальную систему уравнений (9) для нахождения второго приближения  $\alpha_i^2$ . Решения  $\alpha_i^2$  снова подставляются в (9) и находится следующее приближение и т.д. Окончательно для  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  и  $\alpha_4$  в  $n$ -м приближении имеем

$$\alpha_i^n = \alpha_i^{n-1} - J_{ij}^{-1}(\alpha_i^{n-1}) f_j(\alpha_i^{n-1}), \quad i, j = 1, 2, 3, 4. \quad (12)$$



а



б

Закон движения источника гамма-квантов (а) и временной мессбауэровский спектр поглощения (б):  $V$  – скорость движения источника гамма-квантов;  $t$  – время;  $N$  – количество гамма-квантов, зарегистрированных детектором

Точность определения исходных параметров  $\alpha_i^0$  зависит от реальных условий эксперимента и полученных экспериментальных данных, так как в реальном физическом эксперименте величины  $N_k$  определяются с некоторой погрешностью, определяемой статистическим набором гамма-квантов, которая и может привести к соответствующим ошибкам в определении  $\alpha_i$ .

На рисунке а приведено заданное нами движение источника гамма-квантов, а на рисунке б – временной мессбауэровский спектр поглощения гамма-квантов, зарегистрированных с помощью детекторов, разработанных в ИППФ НАН РА. Как видно из этих рисунков, имеется достаточно хорошее совпадение измеряемого сигнала с законом движения источников гамма-квантов.

### Заключение

Проведенный сравнительный анализ показывает, что, применяя представленный математический аппарат при обработке экспериментальных данных временной мессбауэровской спектроскопии путем решения обратной задачи можно определить основные параметры низкочастотных сейсмо-акустических колебаний и восстановить вид колебаний.

### Список литературы

1. Вертгейм Т.К. Эффект Мессбауэра. – М.: Мир, 1966. – С. 9–24.
2. Мкртчян А., Габриелян Р., Шагинян С., Мартиросян А. О некоторых обратных задачах в спектроскопии // Изв. АН Арм. ССР, физика. – 1983. – Т. 18, Вып. 3. – С. 3–13.
3. Мкртчян А., Габриелян Р. Изменение мессбауэровских спектров поглощения, индуцируемые низкочастотными возбуждениями разных форм // Акустический журнал. – 1980. – Т. 26, Вып. 2. – С. 200–206.
4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986. – С. 288.
5. Mkrtychyan A., Nadjarian G., Gabrielyan R., Khanamiry-an R. – Inverse Problem in Mössbauer Spectroscopy in case of Low Frequency // Phys. Stat. Sol. – 1982. – b. 109. – P. 131–136.
6. Mkrtychyan A., Gabrielyan R., Kocharyan L., Tumanian S. – Double gamma-acoustic resonance in crystals // Phys. Stat. Sol. – 1976. – b. 73 – P. 681–687.
7. Mkrtychyan A., Harutyunyan G., Pulatov M., Mkrtychyan A. On Determination of Parameters of Mössbauer Absorption Spectra at Ultrasonic Excitation // Proceedings of NAS RA, Physics. – 1978. – Vol. 13, Iss. 3. – P. 217–220.

### References

1. Vertheim T. K., Mossbauer Effect, M., Mir. 1966. pp. 9–24.
2. Mkrtychyan A., Gabrelyan R., Shahinyan S., Martirosyan A. About some reverse problems in spectroscopy // Proceedings of NAS RA, Physics, 1983. Vol. 18, Iss.3. pp. 3–13.
3. Mkrtychyan A., Gabrelyan R. Alteration of Mossbauer absorption spectra caused by the low-frequency excitations of different shapes // The Journal of Acoustics. 1980. Vol. 26, Iss. 2. pp. 200–206.
4. Tikhonov A.N., Arsenin V. Ya. Methods of solution of some incorrect problems. Moscow, Nauka, 1986. pp. 288.
5. Mkrtychyan A., Nadjarian G., Gabrielyan R., Khanamiry-an R. Inverse Problem in Mössbauer Spectroscopy in case of Low Frequency // Phys. Stat. Sol. 1982. b. 109. pp. 131–136.
6. Mkrtychyan A., Gabrielyan R., Kocharyan L., Tumanian S. Double gamma-acoustic resonance in crystals // Phys. Stat. Sol. 1976. b. 73 pp. 681–687.
7. Mkrtychyan A., Harutyunyan G., Pulatov M., Mkrtychyan A. On Determination of Parameters of Mössbauer Absorption Spectra at Ultrasonic Excitation // Proceedings of NAS RA, Physics. 1978. Vol. 13, Iss. 3. pp. 217–220.

### Рецензенты:

Ванцян А.А., д.ф.-м.н., профессор, ведущий научный сотрудник, Институт прикладных проблем физики Национальной академии наук Республики Армения, г. Ереван;

Саарян А.А., д.ф.-м.н., профессор, Ереванский государственный университет, г. Ереван.

Работа поступила в редакцию 15.05.2014.