УДК 532.02

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНАЯ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ К СКВАЖИНЕ В ДЕФОРМИРУЕМОМ ПЛАСТЕ

Ажиханов Н.Т., Марасулов У.А.

Международный Казахско-Турецкий университет им. А. Ясави, Туркестан, e-mail:ajihanov1@mail.ru

На современном этапе опубликовано недостаточно работ по теоретической и практической изученности задач фильтрации к горизонтальным скважинам в деформируемой среде. В данной работе при анализе эффективности горизонтальной скважины учитывается геометрическая конфигурация плоскости напластования. Исследовано упругое статическое напряженное и деформируемое состояние разноориентированного ствола скважины в транстропном пласте в зависимости от упругой анизотропии, в том числе от степени несплошности сцеплением мелких наклонных слоев под углом φ, когда продольные оси полостей составляют произвольный угол ψ с линией простирания плоскости изотропии, совпадающей с плоскостью щелей. Разработана методика расчета фильтрации жидкости к разноориентированной горизонтальной скважине для расчета продуктивных характеристик в деформируемой трансверсально-изотропной среде с наклонным углом плоскости изотропии. Данные расчетные показатели могут быть использованы в инженерных расчетах при разработке нефтяных месторождение в трещиноватой анизотропной среде.

Ключевые слова: фильтрация, метод конечных элементов, горизонтальная скважина, деформация, проницаемость

FINITE-ELEMENT MODEL OF FILTRATION LIQUID TO A WELL IN A DEFORMABLE FORMATION

Azhikhanov N.T., Marasulov U.A.

International Kazakh-Turkish University A. Yasavi, Turkestan, e-mail: ajihanov1@mail.ru

At the present stage is not enough published works on theoretical and practical study of the tasks of filtration to horizontal wells in a deformable medium. In this paper, at the analysis of the effectiveness of a horizontal wells accounting geometric configuration of the plane stratification. The analyzed elastic static stress and strain state of differently oriented wellbore formation in transtropic layer depending elastic anisotropy, including the degree of discontinuity flaw clutch of small inclined layers at an angle φ, when the longitudinal axis of the cavities constitute an arbitrary angle ψ with the line extent plane of isotropy coinciding with the plane of the slits. Developed the method of calculation of a filtration of liquid to differently oriented horizontal well is for calculation of productive characteristics in the deformable transversal-isotropic medium with a tilted angle of the plane of isotropy. These calculated indicators can be used in engineering calculations when developing oil field in fractured anisotropic environment.

Keywords: filtration, finite element, horizontal well, deformation, permeability

Подробный обзор литературы, посвященной исследованию фильтрационных процессов, показывает, что в современных технологиях и методах воздействия на залежах с трудноизвлекаемыми запасами не найдено должного обоснования теории и практики фильтрации флюидов с учетом изменения структуры низкопродуктивного коллектора. Кроме этого, требует дальнейшего развития теоретическое положение по нестационарной пространственной фильтрации флюидов в деформируемой низкопродуктивной пористо-трещиноватой среде с учетом резкой колебательности коэффициентов проницаемости, гидропроводности и энергии в многослойных пластах, оказывающие наиболее существенное влияние на процесс выработки трудноизвлекаемых запасов. Как показывает практика эксплуатации многопластовых месторождений, увеличение добычи нефти путем совершенствования технологии выработки запасов из низкопродуктивных пластов равносильно открытию новых месторождений углеводородов.

Постановка задачи

Горное давление на пласт компенсируется как напряжениями твердого скелета массива, так и давлением жидкости. Изменение последнего возмущает напряженно-деформированное состояние пласта (НДС), т.е. изменение порогового давления в одной точке вызывает перестройку НДС всей системы и в том числе деформацию во всем пласте.

При изучении напряженно-деформируемого состояния пласта предполагается, что под действием приложенных внешних сил деформация пласта протекает без нарушения его сплошности [1]. Поэтому необходимо наложить ограничения на величину компонента деформации.

Рассмотрим упругое статическое состояние горизонтальной скважины, продольная ось которой составляет произвольный угол с линией простирания плоскости изотропии породного массива (рис. 1).

Введем прямоугольную декартову систему координат $Oxyz$ таким образом, что ось Oz направлена вертикально вверх,

горизонтальные оси Ox и Oy совпадают с линиями соответственно вкрест и вдоль простирания плоскости изотропии.

Упругое состояние трансверсально-изотропного массива описывается уравнением обобщенного закона Гука в системе координат $Ox'y'z'$, полученной путем поворота $Oxyz$ на угол φ вокруг вертикальной оси Oz, и имеет вид [2]

$$\{\varepsilon\} = [D]\{\sigma\},$$

где

$$\{\sigma\}^{\mathrm{T}} = \{\sigma_x\ \sigma_y\ \sigma_z\ \tau_{yz}\ \tau_{xz}\ \tau_{xy}\};$$

$$\{\varepsilon\}^{\mathrm{T}} = \{\varepsilon_x\ \varepsilon_y\ \varepsilon_z\ \gamma_{yz}\ \gamma_{xz}\ \gamma_{xy}\};$$

$$[D] = [d_{ij}] \quad (i, j = \overline{1,6}).$$

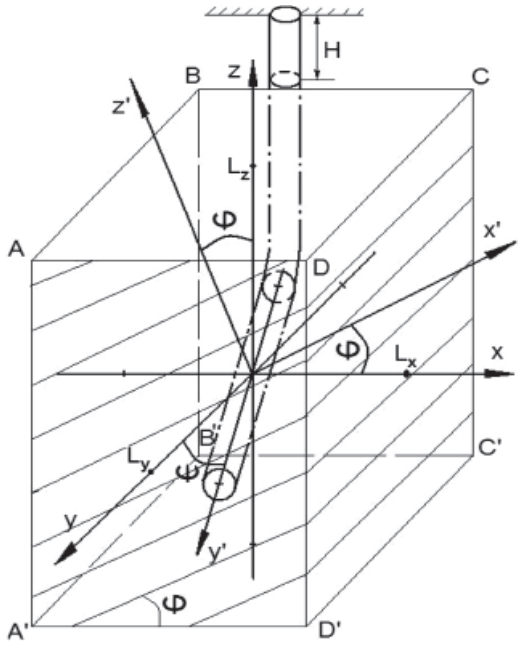


Рис. 1. Расчетная схема наклонного трансверсально-изотропного массива с горизонтальной скважиной

Здесь коэффициенты деформации d_{ij} определяются из [3].

Компоненты деформации также можно определить через перемещение u, v и w (по оси Ox, Oy и Oz соответственно) с помощью соотношения Коши.

Граничные условия зададим в виде

$u = v = 0$, при

$$(x, y, z) \in ABB', BCC', DCC'D', ADD'A';$$

$$u = v = w = 0 \text{ при } (x, y, z) \in A'B'C'D'.$$

Далее нестационарная фильтрация жидкости к горизонтальной скважине в трансверсально-изотропной пористой среде (рис.1) описывается следующим уравнением, определяющим давление при пространственной фильтрации:

$$\frac{1}{\eta}\frac{\partial p}{\partial t} - \alpha\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \sum_{i=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{k_{ij}}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x_j}\right),$$

с граничными условиями

$$\left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{z=\pm L_z} = 0;$$

$$P\big|_{x=\pm L_x} = P_{k_1};\ P\big|_{y=\pm L_y} = P_{k_2},$$

где $k_{ij}(i, j = \overline{1,3})$ – коэффициенты проницаемости анизотропного (трансверсально-изотропного) пласта.

При этом полное напряжение [4] трансверсально-изотропного пласта может быть выражено через эффективное напряжение и давление в виде

$$\sigma_x^{\Pi} = \sigma_x + P;$$

$$\tau_{xy}^{\Pi} = \tau_{xy};$$

$$\tau_{xz}^{\Pi} = \tau_{xz};$$

$$\sigma_y^{\Pi} = \sigma_y + P;$$

$$\tau_{yz}^{\Pi} = \tau_{yz};$$

$$\sigma_z^{\Pi} = \sigma_z + P.$$

Характерной особенностью модели является предположение о том, что пористая матрица деформируется совершенно свободно до некоторого жесткого предела ε_0.

Конечно-элементная модель

Рассмотрим трехмерный изопараметрический шестигранный конечный элемент первого порядка [1], для которого интерполяционный полином является линейной функцией локальных координат ξ, η, ζ (рис. 2). Пределы изменения локальных координат для всех элементов составляют $|\xi| \le 1, |\eta| \le 1, |\zeta| \le 1$. Функции формы такого элемента даются соотношениями вида

$$N_i(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8}(1 - \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i),$$

где ξ_i, η_i, ζ_i – локальные координаты узловой точки с номером $i(i = \overline{1,8})$.

Интерполяционные соотношения для перемещений в трехмерном изопараметрическом элементе имеют вид

$$\begin{bmatrix} u(\xi,\eta,\zeta) \\ v(\xi,\eta,\zeta) \\ w(\xi,\eta,\zeta) \end{bmatrix}^{(e)} = \sum_{2=1}^{8} E_3 N_\alpha \begin{bmatrix} u_\alpha \\ v_\alpha \\ w_\alpha \end{bmatrix}^{(e)},$$

где u_α, v_α, w_α – компоненты вектора перемещений в узлах «*e*»-го элемента.

$$E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ – единичная матрица.}$$

Интерполяционные соотношения для конечного элемента определяются как

$$\begin{bmatrix} x(\xi,\eta,\zeta) \\ y(\xi,\eta,\zeta) \\ z(\xi,\eta,\zeta) \end{bmatrix}^{(e)} = \sum_{\alpha=1}^{8} E_3 N_2 \begin{bmatrix} x_\alpha \\ y_\alpha \\ z_\alpha \end{bmatrix}^{(e)};$$

здесь x_α, y_α, z_α – глобальные координаты узловой точки с номером α.

Эти соотношения можно представить в виде

$$X(\xi,\eta,\zeta) = N(\xi,\eta,\zeta)X^{(e)};$$

$$Y(\xi,\eta,\zeta) = N(\xi,\eta,\zeta)Y^{(e)};$$

$$Z(\xi,\eta,\zeta) = N^{(e)}(\xi,\eta,\zeta)Z^{(x)},$$

где $N^{(e)}$ – матрица функции форм элемента; $X^{(e)}$, $Y^{(e)}$, $Z^{(e)}$ – векторы узловых значений глобальных координат.

Матрица жесткости конечного изопараметрического элемента имеет вид:

$$K_{\alpha\beta}^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} B_\alpha^{(e)} \overline{D} B_\beta^{(e)} d\Omega \quad (\alpha,\beta = \overline{1,8}).$$

Здесь матрица градиентов $B_\alpha^{(e)} = ME_3N_\alpha$ определяется из функции формы N_α.

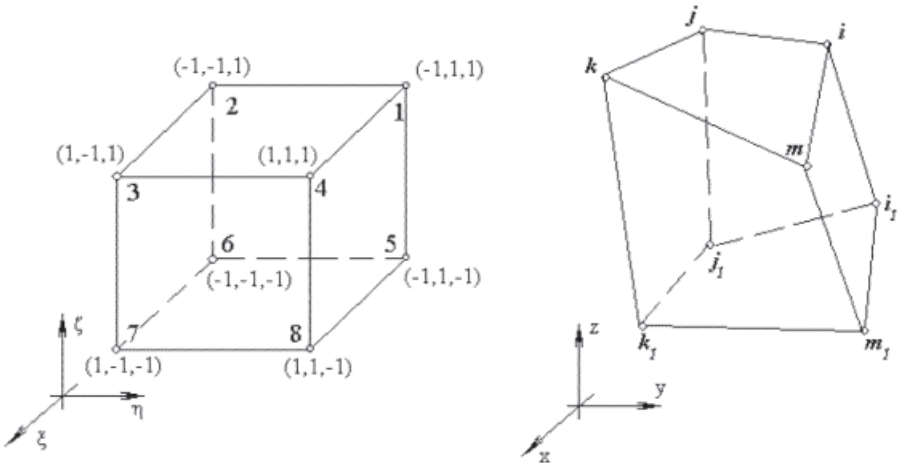


Рис. 2. Трехмерный изопараметрический элемент

В итоге матрицу жесткости изопараметрического элемента получим из

$$K_{\alpha\beta}^{(e)} = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} B_\alpha^{(e)} \overline{D} B_\beta^{(e)} \det J d\xi d\eta d\zeta.,$$

численное интегрирование которого осуществляется методом Гаусса, т.е.

$$K_{\alpha\beta}^{(e)} = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} B_\alpha^{(e)} \overline{D} B_\alpha^{(e)} \det J \Big|_{\xi_i,\eta_j,\zeta_k} H_i H_j H_k.$$

Здесь ξ_i, η_j, ζ_k – точки интергрирования Гаусса; *n* – порядок интегрирования; H_i, H_j, H_k – весовые коэффициенты.

Перемещение точек элемента определяем $u^{(e)} = N^{(e)}U$. Матрица конечной деформации имеет вид $\varepsilon^{(e)} = B^{(e)}u^{(e)}$, в свою очередь компоненты напряжений вычисляются из $\sigma^{(e)} = D\varepsilon^{(e)}$.

Искомые значения определяются из решения систем линейных алгебраических уравнений [5]

$$KU = F,$$

здесь

$$K = \sum_e a^{(e)'} K^{(e)} a^{(e)};$$

$$F = \sum_e a^{(e)'} \left(F_{\varepsilon_o}^{(e)} + F_{\underline{p}}^{(e)} + F_{\overline{p}}^{(e)} \right),$$

где $F_{\varepsilon_o}^{(e)}$, $F_{\underline{p}}^{(e)}$, $F_{\overline{p}}^{(e)}$ – векторы узловых сил конечного элемента статически эквивалентны действию конечной деформации, $\underline{p}$ поверхностных и $\overline{p}$ объемных сил.

$$F_{\varepsilon_o}^{(e)} = \int_{v^e} B^{(e)'} \overline{D} \varepsilon_0 dv;$$

$$F_{\underline{p}}^{(e)} = \int_{S^e} N^{(e)} \underline{p}^{(e)} ds;$$

$$F_{\overline{p}}^{(e)} = \int_{v^e} N^{(e)'} G^{(e)} dv.$$

Рассмотренную выше матрицу жесткости элемента можно записать в виде

$$K^{(e)} = \int_{v^e} B^{(e)'} \overline{D} B^{(e)} dv.$$

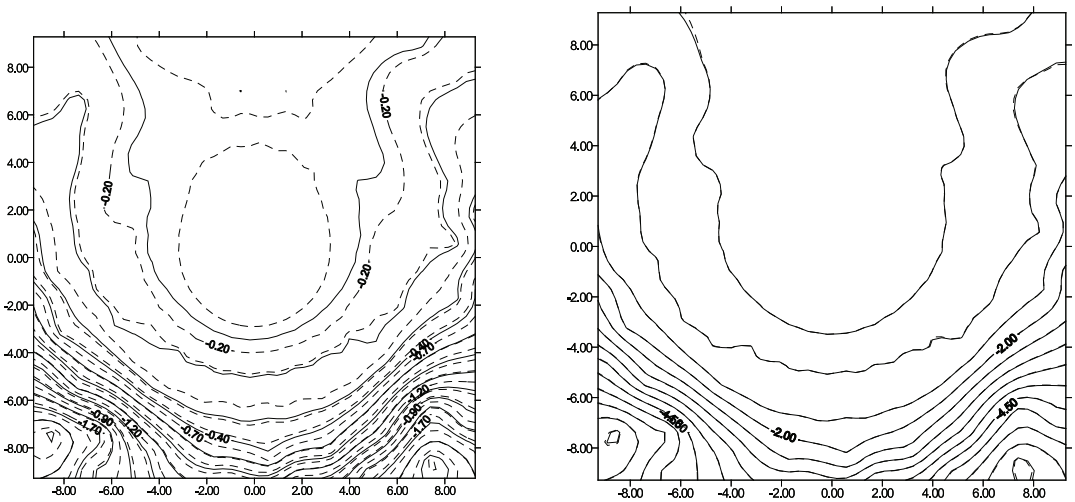
Аналогичным путем применяем процедуру для шестигранного изопараметрического элемента (рис. 2) к решению задачи фильтрации.

Вычислительный эксперимент

Деформируемое состояние наклонного под углом φ трансверсально-изотропного массива приводится с применением закона Гука и коэффициентов деформации. Численный эксперимент проводился по следующим данным: в качестве пород наклонных слоем взяты [2], аргиллит, алевролит, песчаник, известняк, модуль упругости которых имеет соответственно значения $E = 1{,}34$; 0,62; 2,95; 5(10^{-5} кг/см^2) постоянного Пуассона соответственно $\upsilon^{(k)} = 0{,}3$; 0,2; 0,35; 0,11. Для трансверсально-изотропных слоев округленные упругие характеристики определяются $E_1 = 1{,}54 \cdot 10^{-5}$ кг/см^2; $E_2 = 0{,}98 \cdot 10^{-5}$ кг/см^2; модуль сдвига $G_2 = 0{,}36 \cdot 10^{-5}$ кг/см^2; $\upsilon_1 = 0{,}22$; $\upsilon_1 = 0{,}25$. При этом граничные условия учитываются при определении напряжений в наклонном под $\psi = 30°$ пласте по X и Z. Сравнительные изолинии показаны на рис. 3 в случаях $\varphi = 30°$ (пунктирные линии) и $\varphi = 60°$ (сплошные линий). Общий вид функции деформации представлен на рис. 4.

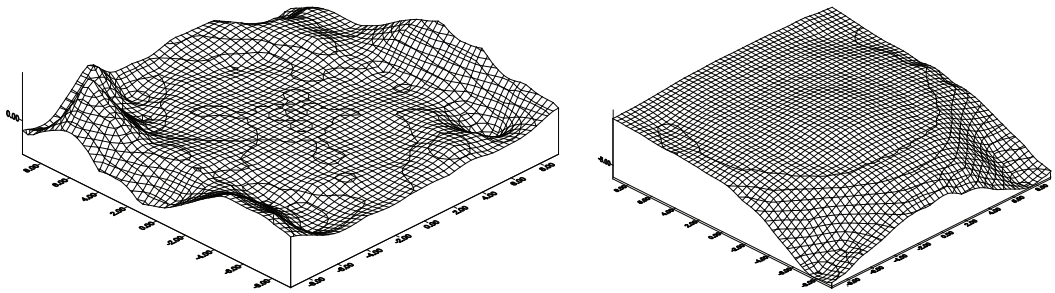
Проведены различные варианты вычисления в зависимости от углов наклона плоскости изотропии и горизонтальной скважины φ, ψ.

Анализ результатов, приведенных в наклонном трансверсально-изотропном пласте, показывает, что с увеличением количества конечных элементов в дискретной модели тела наблюдается совпадение двух значащих цифр в значениях компонента перемещения u, нормальных напряжений σ, а также в значениях интенсивности напряжений и деформаций.



а б

Рис. 3. Изолинии нормальных напряжений: а – σ_x; б – σ_z



а б

Рис. 4. Функции компонентов деформации: а – ε_x; б – ε_z

Заключение

В работе определены напряженно-деформируемое состояние анизотропного (трансверсально-изотропного) пласта при фильтрации в нем жидкости. Установлена связь между напряжениями пласта и давлением фильтрирующейся жидкости. Численное решение поставленной задачи получено на основе МКЭ с применением изопараметрического элемента первого порядка. Представлена конечно-элементная модель напряженного деформируемого состояния пласта с горизонтальной скважиной произвольного профиля. Проанализированы пути определения упругих и фильтрационных характеристик деформируемых неоднородных пластов.

Таким образом, с помощью конечно-элементной модели можно получить оценку изменения давления жидкости в напряженно-деформируемом состоянии трансверсально-изотропного пласта.

Список литературы/References

1. Erzhanov Zh.S., Aitaliev Sh.M., Masanov Zh.K., Ustoichivost' gorizontal'nyx vyrobotok v naklonno-sloistom massive. Alma-Ata, Nauka, 1971, 160 p.

2. Zhumagulov B.T., Masanov Zh.K., Azhikhanov N.T., Calculation of production of horizontal well of type stretch in the anisotropic porous medium. Journal of Mathematics and Technology, ISSN: 2078-0257, February, 2010. pp. 86–90

3. Fadeev A.B. Metod konechnyx e'lementov v geomexanike. – M.: Nedra, 1987. – 221 p.

4. Shestakov V.M. Gidrogeomexanika. – M.: Izd-vo MGU. 1998. – 72 p.

5. Borja R., Chao Li., Finite Element Formulation of Poro-Elasticity Suitable for Large Deformation Dynamic Analysis.,Proceedings, Third UJNR Workshop on Soil-Structure Interaction, March 29–30, 2004. – 9 p.

Рецензенты:

Муратов А.С., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Математика» Международного казахско-турецкого университета имени Х.А. Ясави Министерства образования и науки Республики Казахстан, г. Туркестан;

Ашибаев Н.К., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой «Теория и методика преподавания математики» Южно Казахстанского государственного университета имени М. Ауезова Министерства образования и науки Республики Казахстан, г. Шымкент.

Работа поступила в редакцию 04.04.2014.