

УДК 004.942

## МЕТОДИКА ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ СО СМЕШАННЫМ ДВУМОДАЛЬНЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ИТЕРАЦИОННОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АППРОКСИМАЦИИ РОЗЕНБЛАТТА – ПАРЗЕНА И МЕТОДА МНИМЫХ ИСТОЧНИКОВ

Поршнев С.В., Копосов А.С.

ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет

имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», Екатеринбург, e-mail: alexkopas@gmail.com

В статье обсуждаются результаты совместного использования аппроксимации Розенблатта – Парзена и метода мнимых источников для оценки параметров случайной величины со смешанным двумодальным распределением. Для решения задачи нахождения оптимальных параметров использовались генетические алгоритмы. В связи с высокой размерностью задачи был предложен модифицированный метод нахождения параметров двумодального распределения, основанный на поэтапной оценке параметров распределения. На первом этапе производилась оценка плотности распределения с помощью аппроксимации Розенблатта – Парзена. На втором и следующих этапах происходил поиск параметров с помощью метода мнимых источников и генетических алгоритмов. Получены оценки точности нахождения параметров распределения в виде интегрального показателя, характеризующего в целом качество оценки плотности распределения случайной последовательности с двумодальным законом распределения. Проведены вычислительные эксперименты, подтверждающие эффективность предложенного метода оценивания параметров двумодального распределения/

**Ключевые слова:** функция распределения, аппроксимация Розенблатта – Парзена, генетический алгоритм, двумодальное распределение, метод мнимых источников

## TECHNIQUE OF ESTIMATION OF PARAMETERS OF RANDOM VALUE WITH MIXED BIMODAL DISTRIBUTION LAW BASED ON COMBINED ITERATIVE USAGE OF ROZENBLATT-PARZEN APPROXIMATION AND IMAGINARY SOURCES METHOD

Porshnev S.V., Kopusov A.S.

Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, e-mail: alexkopas@gmail.com

In this article are considered the results of combined usage of Rozenblatt – Parzen approximation and imaginary sources method for estimation of the parameters of random value with mixed bimodal distribution law. Genetic algorithms were used for solving for optimal parameters. Because of high dimension of the problem the modified method was proposed. This method is based on a stepwise estimation of distribution parameters. On a first step the probability density function was estimated using Rozenblatt – Parzen approximation. On a second step and on next steps the parameters of distribution were found using imaginary sources method and genetic algorithms. We have obtained accuracy ranking of distribution parameters estimation in the form of integral index which defines the bimodal probability density function estimation accuracy in large. We have performed computation experiments which verify the efficiency of proposed method of bimodal distribution parameters estimation

**Keywords:** cumulative distribution function, Rozenblatt – Parzen approximation, genetic algorithms, bimodal distribution, imaginary sources method

Восстановление функции распределения по выборке случайных данных, полученных в результате проведения тех или иных экспериментов, является основной задачей математической статистики [22], которая имеет важное практическое значение, например, при решении задач прочностной надежности элементов и объектов нефтегазового оборудования [44]. Обсуждаемая задача имеет следующую постановку: по экспериментальной выборке значений случайной величины  $X_i$ ,  $i = 1, N$  из генеральной совокупности найти функцию распределения  $F(y) = \Pr\{X \leq y\}$ , связанную с плотностью распределения  $f(y)$  интегральным соотношением

$$F(y) = \int_{-\infty}^y f(\xi) d\xi. \quad (1)$$

Известны два основных подхода к решению этой задачи: параметрический и непараметрический.

Параметрический подход предусматривает выбор на основе той априорной информации вида функции распределения случайной величины  $F(y)$ , зависящей от некоторого набора параметров, и получении оценок их значений по имеющейся выборке данных, обеспечивающих максимальную близость теоретической функции распределения  $F(y)$  и эмпирической функции распределения

$$F_N(y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Theta(y - x_i), \quad (2)$$

где функция Хэвисайда

$$\Theta(y - x_i) = \begin{cases} 1, & \text{при } y - x_i \geq 0, \\ 0, & \text{при } y - x_i < 0, \end{cases}$$

в соответствии с выбранной мерой близости, зависящей, вообще говоря, от вида распределения [55].

Существование решения обсуждаемой задачи обеспечивает центральная теорема математической статистики, согласно которой с ростом объема выборки  $N$  функция  $F_N(y)$  с вероятностью, равной единице, равномерно приближается к  $F(y)$ :

$$\Pr \left\{ \limsup_{N \rightarrow \infty} |F_N(y) - F(y)| = 0 \right\} = 1.$$

В основе непараметрической статистики лежит подход, позволяющий получать адаптивные оценки эмпирических распределений в виде некоторых функционалов, не зависящих от вида неизвестного априорного распределения [33]. Для восстановления неизвестной функции распределения в непараметрической статистике известен ряд методов и алгоритмов [33]: метод гистограмм, «гребенка», метод ближайших соседей, метод разложения по базисным функциям, аппроксимация Розенблатта – Парзена и ряд других. Работоспособность методов непараметрической статистики и целесоо-

$$F(x) = F_1(x, \mu_1, \sigma_1, a_1, b_1) \cdot \alpha + F_2(x, \mu_2, \sigma_2, a_2, b_2) \cdot (1 - \alpha), \quad (3)$$

где  $\mu_1$  – математическое ожидание первой составляющей;  $\sigma_1$  – математическое ожидание первой составляющей;  $a_1, b_1$  – границы области рассеяния первой составляющей;  $\mu_2$  – математическое ожидание первой составляющей;  $\sigma_2$  – математическое ожидание первой составляющей;  $a_2, b_2$  – границы области рассеяния первой составляющей;  $\alpha$  –

бразность их применения при анализе экспериментальных данных подтверждается результатами, полученными различными исследователями (см. список литературы, к разделу «Введение» в [33]). Например, в [44] показано, что аппроксимация Розенблатта – Парзена оказывается весьма эффективной в задаче оценки долговечности нефте- и газопроводов на основе анализа накопленной статистической информации.

Результаты исследования особенностей аппроксимации Розенблатта – Парзена в задаче аппроксимации одномодальных распределений дискретных и непрерывных случайных величин с ограниченной областью изложены в [66] и [77], соответственно.

В связи с тем, что на практике, например, при оценке прочностной надежности изделий [44] или анализе суточной выработки экскаваторов на горных работах [55] требуется получение оценок распределений случайных величин с двумодальными законами распределения, разработка методов оценки их параметров является актуальной задачей.

Напомним, что функция изучаемого распределения имеет две моды, каждая из которых имеет нормальный закон распределения с ограниченной областью рассеяния. Функция распределения выглядит следующим образом:

доля первой составляющей в общем распределении.

Пример двумодальной функции распределения случайной величины, каждая мода которого имеет нормальный закон распределения с ограниченной областью рассеяния, представлен на рис. 1.

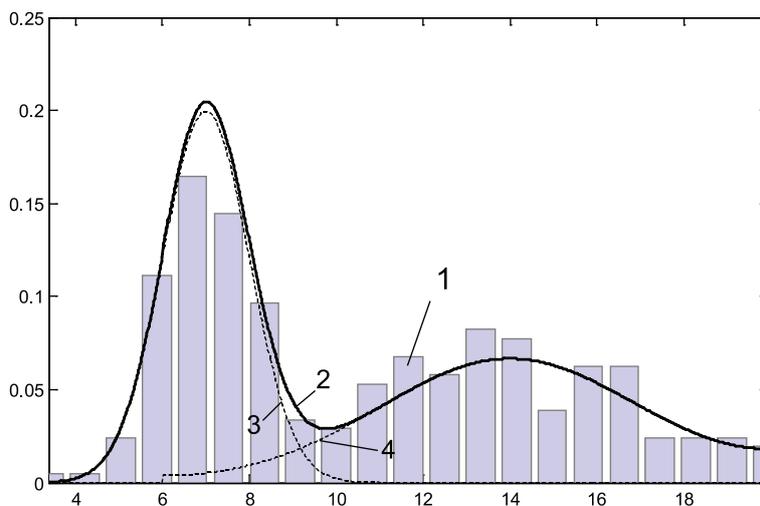


Рис. 1. Пример двумодального распределения:  
1 – гистограмма случайной последовательности; 2 – плотность распределения случайной величины; 3 – график функции  $dF_1(x, \mu_1, \sigma_1, a_1, b_1)/dx$ ; 4 – график функции  $dF_2(x, \mu_2, \sigma_2, a_2, b_2)/dx$

Отметим, что в общем случае задача оценки параметров распределения сводится к решению той или иной системы нелинейных уравнений, для которых в подавляющем большинстве случаев приходится использовать соответствующие численные методы, например, итерационный метод Ньютона. Однако сходимость интеграционной последовательности к истинному решению оказывается очень сильно зависящей от выбора начального приближения. Вследствие этого в рассматриваемой задаче представляется перспективным использовать эвристические методы случайного поиска, результативность которых, как утверждается, не зависит от начального приближения и позволяет найти оптимальное решение при любых начальных условиях. Одним из таких методов являются генетические алгоритмы (ГА) [11].

В работе [88] была предложена методика совместного применения аппроксимации Розенблатта – Парзена, метода мнимых источников и генетических алгоритмов в задаче оценки значений параметров распределений случайных последовательностей с двумодальными законами распределения вида (3), которая заключается в следующем:

1. Вычисление в соответствии с методом Розенблатта – Парзена значений функции  $F_{RP}(x)$ , аппроксимирующей плотность распределения (3).

2. Вычисление оценок значений параметров  $\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2$  – абсциссы локальных максимумов функции  $F_{RP}(x)$ .

3. Вычисление оценки левой границы области рассеяния моды распределения (3), описываемой функцией  $F_1(x, \mu_1, \sigma_1, a_1, b_1)$ :  $\tilde{a}_1 = \min_i (X_i)$ .

4. Вычисление оценки правой границы области рассеяния моды распределения (3), описываемой функцией  $F_2(x, \mu_2, \sigma_2, a_2, b_2)$ :  $\tilde{b}_2 = \max_i (X_i)$ .

5. Вычислить, используя ГА, значения параметров  $\sigma_1, b_1, \sigma_2, a_2, a$ .

В результате проведенных экспериментов были определены оптимальные настройки ГА, а также была вычислена интегральная погрешность, значение которой позволило прийти к выводу о работоспособности данного метода.

#### **Модифицированный метод оценивания параметров двумодального распределения**

Отметим, что метод, описанный в [88], намеренно уменьшает размерность задачи для ГА, предварительно оценив параметры  $\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2$  с помощью аппроксимации

Розенблатта – Парзена. Это было сделано вследствие того, что увеличение числа параметров значительно ухудшает результативность ГА. Поэтому ГА не производит поиск математического ожидания каждой из мод. Отсюда возникла идея модифицировать предложенный метод путем поэтапного попеременного нахождения меньшего числа параметров с помощью запуска ГА. В качестве начального приближения использовать результат предыдущего этапа. Таким образом, модифицированный метод оценивания параметров двумодального распределения реализуется следующей последовательностью действий:

**Этап 1.** Вычисление в соответствии с методом Розенблатта – Парзена значений функции  $F_{RP}(x)$ , аппроксимирующей плотность распределения (3). Наличие значений аппроксимирующей функции позволяет оценить примерный вид исходной функции распределения, а также получить оценки левой границы области рассеяния распределения (3), описываемой функцией  $F_1(x, \mu_1, \sigma_1, a_1, b_1)$ :

$$\tilde{a}_1 = \min_i (X_i),$$

и правой границы области рассеяния распределения (3), описываемой функцией  $F_2(x, \mu_2, \sigma_2, a_2, b_2)$ :

$$\tilde{b}_2 = \max_i (X_i),$$

а также вычислить оценки значений параметров  $\tilde{\mu}_1, \tilde{\mu}_2$  – абсциссы локальных максимумов функции  $F_{RP}(x)$ .

В связи с тем, что оценки параметров  $\tilde{a}_1, \tilde{b}_2$  на данном этапе оказываются определенными достаточно точно, они на последующих этапах поиска принимались известными и их значения с помощью ГА не уточнялись.

**Этап 2.** Вычисление с помощью ГА значений параметров  $\sigma_1, b_1, \sigma_2, a_2, a$ . (Здесь параметры  $\mu_1, \mu_2$ , оценки значений которых были оценены на предыдущем этапе по аппроксимации Розенблатта – Парзена, считаются постоянными).

**Этап 3.** Вычисление с помощью ГА значений параметров  $\mu_1, b_1, \mu_2, a_2, a$ . (Здесь параметры  $\sigma_1, \sigma_2$ , оценки значений которых получены на этапе 2, считаются постоянными).

**Этап 4.** Вычисление с помощью ГА значений параметров  $\sigma_1, \sigma_2, a$ . (Здесь параметры  $\mu_1, b_1, \mu_2, a$ , оценки значений которых получены на этапе 3, считаются постоянными, в качестве начального приближения параметров  $\sigma_1, \sigma_2, a$  используются значения, полученные на этапе 3).

**Этап 5.** Вычисление, используя ГА, значения параметров  $\mu_1, \mu_2$ . (Здесь параметры

$\sigma_1, b_1, \sigma_2, a_2, \alpha$ , оценки значений которых получены на этапе 4, считаются постоянными, в качестве начального приближения параметров  $\mu_1, \mu_2$  используются значения, полученные на этапе 4).

**Этап 6.** Вычисление, используя ГА, значения параметров  $\sigma_1, \sigma_2, \alpha$ . (Здесь параметры  $\mu_1, b_1, \mu_2, a$ , оценки значений которых получены на этапе 5, считаются постоянными,

в качестве начального приближения параметров  $\sigma_1, \sigma_2, \alpha$  используются значения, полученные на этапе 5).

Здесь в качестве целевой функции мы использовали интегральную погрешность вычисленной функции распределения по отношению к аппроксимации Розенблатта – Парзена функции распределения случайной последовательности, полученной на этапе 1:

$$\Delta_{integr}^{(step)} = \frac{\sum_i^N (F_{RP}(x) - F_{pract}^{(step)}(x, \tilde{\mu}_1, \tilde{\sigma}_1, \tilde{a}_1, \tilde{b}_1, \tilde{\mu}_2, \tilde{\sigma}_2, \tilde{a}_2, \tilde{b}_2, \tilde{\alpha}))^2}{\sum_i^N F_{RP}(x)^2}, \quad (4)$$

где  $F_{pract}^{(step)}(x, \tilde{\mu}_1, \tilde{\sigma}_1, \tilde{a}_1, \tilde{b}_1, \tilde{\mu}_2, \tilde{\sigma}_2, \tilde{a}_2, \tilde{b}_2, \tilde{\alpha})$  – функция распределения, полученная в результате запуска ГА на этапе  $step = 1, 5$ , так как при ее вычислении использование данной целевой функции обусловлено тем, что не требуются значительные вычислительные ресурсы, а потому при ее использовании не происходит существенного увеличения времени работы ГА.

Из приведенного выше описания метода оценивания параметров двумодального распределения, видно, что на каждом этапе, начиная со второго, происходит уточнение значений параметров распределения, полученных на предыдущем этапе.

В ходе эксперимента предложенный метод был применен к двумодальным распределениям, параметры которых представлены в табл. 1.

**Таблица 1**

Параметры случайных двумодальных распределений

Параметры распределения	$\mu_1$	$\sigma_1$	$a_1$	$b_1$	$\mu_2$	$\sigma_2$	$a_2$	$b_2$	$\alpha$
1	7	2	3	14	14	1	10	18	0,5
2	7	2	3	14	14	1	10	18	0,7
3	4	2	3	14	14	1	10	18	0,6
4	4	2	3	14	17	1	10	18	0,5
5	7	3	3	14	14	1	10	18	0,7

Для оценки качества методики использовалось значение погрешности, вычисляемое

относительно теоретической функции распределения случайной последовательности:

$$\Delta_{integr}^{(step)} = \frac{\sum_i^N (F_{teor}(x, \mu_1, \sigma_1, a_1, b_1, \mu_2, \sigma_2, a_2, b_2, \alpha) - F_{pract}^{(step)}(x, \tilde{\mu}_1, \tilde{\sigma}_1, \tilde{a}_1, \tilde{b}_1, \tilde{\mu}_2, \tilde{\sigma}_2, \tilde{a}_2, \tilde{b}_2, \tilde{\alpha}))^2}{\sum_i^N F_{teor}(x, \mu_1, \sigma_1, a_1, b_1, \mu_2, \sigma_2, a_2, b_2, \alpha)^2},$$

где  $F_{teor}(x, \mu_1, \sigma_1, a_1, b_1, \mu_2, \sigma_2, a_2, b_2, \alpha)$  – теоретическая функция распределения.

Результаты в виде графиков функций плотностей распределений и поэтапных интегральных погрешностей представлены на рис. 2–6.

Стоит отметить, что итерационный метод является развитием двухэтапного метода, предложенного в [88] и также основанного на совместном использовании аппроксимации Розенблатта – Парзена

и метода мнимых источников. Таким образом, представляет интерес произвести сравнение итерационного метода с двухэтапным методом, а также с непараметрической аппроксимацией Розенблатта – Парзена. Согласно описанию этапов итерационного метода, результат на первом этапе является аппроксимацией Розенблатта – Парзена (рис. 2а, 3а, 4а, 5а, 6а), результат после второго этапа идентичен двухэтапному методу [88] (рис. 2б, 3б, 4б, 5б, 6б).

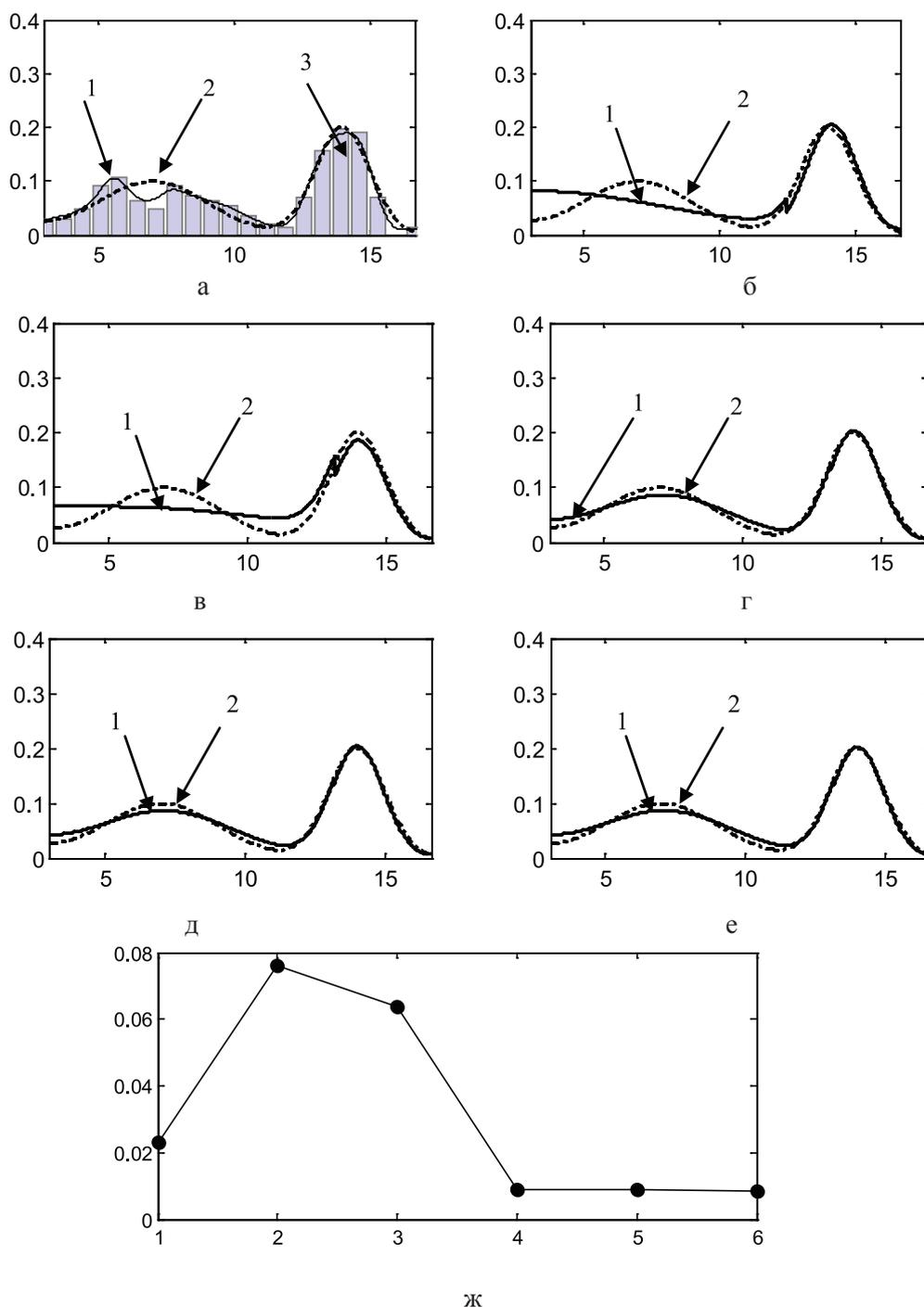


Рис. 2. Распределение 16:  
 а – этап 1, б – этап 2, в – этап 3, г – этап 4, д – этап 5,  
 е – этап 6, ж – поэтапная интегральная погрешность;  
 1 – экспериментальная функция плотности распределения, 2 – теоретическая функция  
 плотности распределения, 3 – гистограмма выборки

Из графиков на рис. 2ж–6ж видно, что функцию интегральной погрешности можно аппроксимировать функцией вида  $f_{integral}(x) = a \cdot e^{-bx} + c$ . Приведем значения коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$  для каждого из рассмотренных распределений.

Графики представлены на рис. 7.

Из табл. 3 видно, что на седьмом этапе изменение погрешности становится несущественным и в предложенном итерационном методе можно ограничиться шестью этапами.

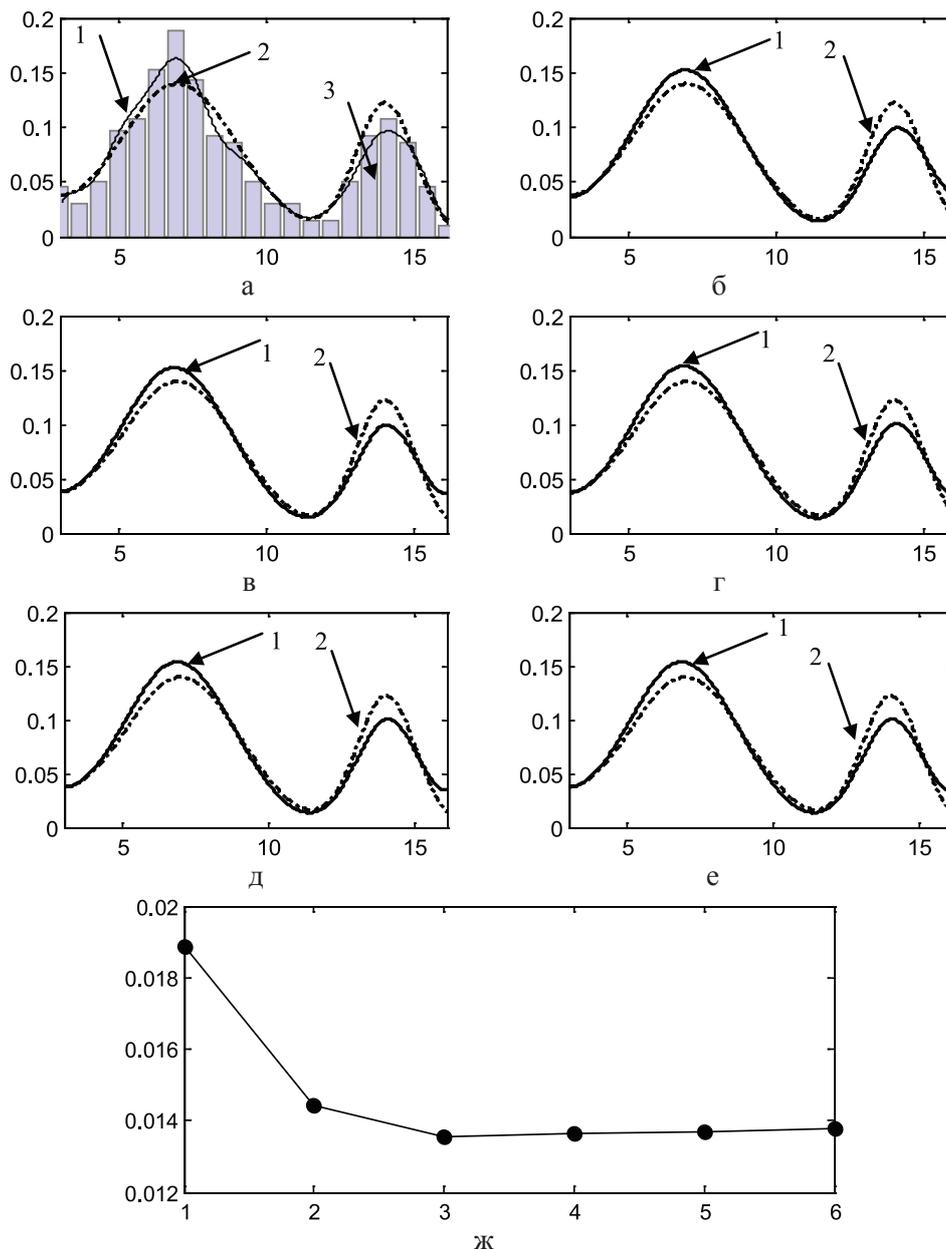


Рис. 3. Распределение 2:  
 а – этап 1, б – этап 2, в – этап 3, г – этап 4, д – этап 5,  
 е – этап 6, ж – поэтапная интегральная погрешность;  
 1 – экспериментальная функция плотности распределения, 2 – теоретическая функция  
 плотности распределения, 3 – гистограмма выборки

**Таблица 2**  
 Параметры  
 аппроксимирующих функций

Номер распределения	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
1	0,0642	0,2136	0,0002
2	0,0371	1,9481	0,0136
3	0,0245	0,5606	0,0213
4	0,0396	1,1779	0,0187
5	0,0654	0,1578	-0,0001

**Таблица 3**  
 Сравнение значений погрешностей  
 на 6 и 7 шаге

Номер распределения	$f_{infegral}(7)$	$f_{infegral}(7) - f_{infegral}(6)$
1	0,0144	$3,4264 \cdot 10^{-3}$
2	0,0137	$2,6731 \cdot 10^{-7}$
3	0,0218	$3,6310 \cdot 10^{-4}$
4	0,0187	$2,3297 \cdot 10^{-5}$
5	0,0217	$3,7045 \cdot 10^{-3}$

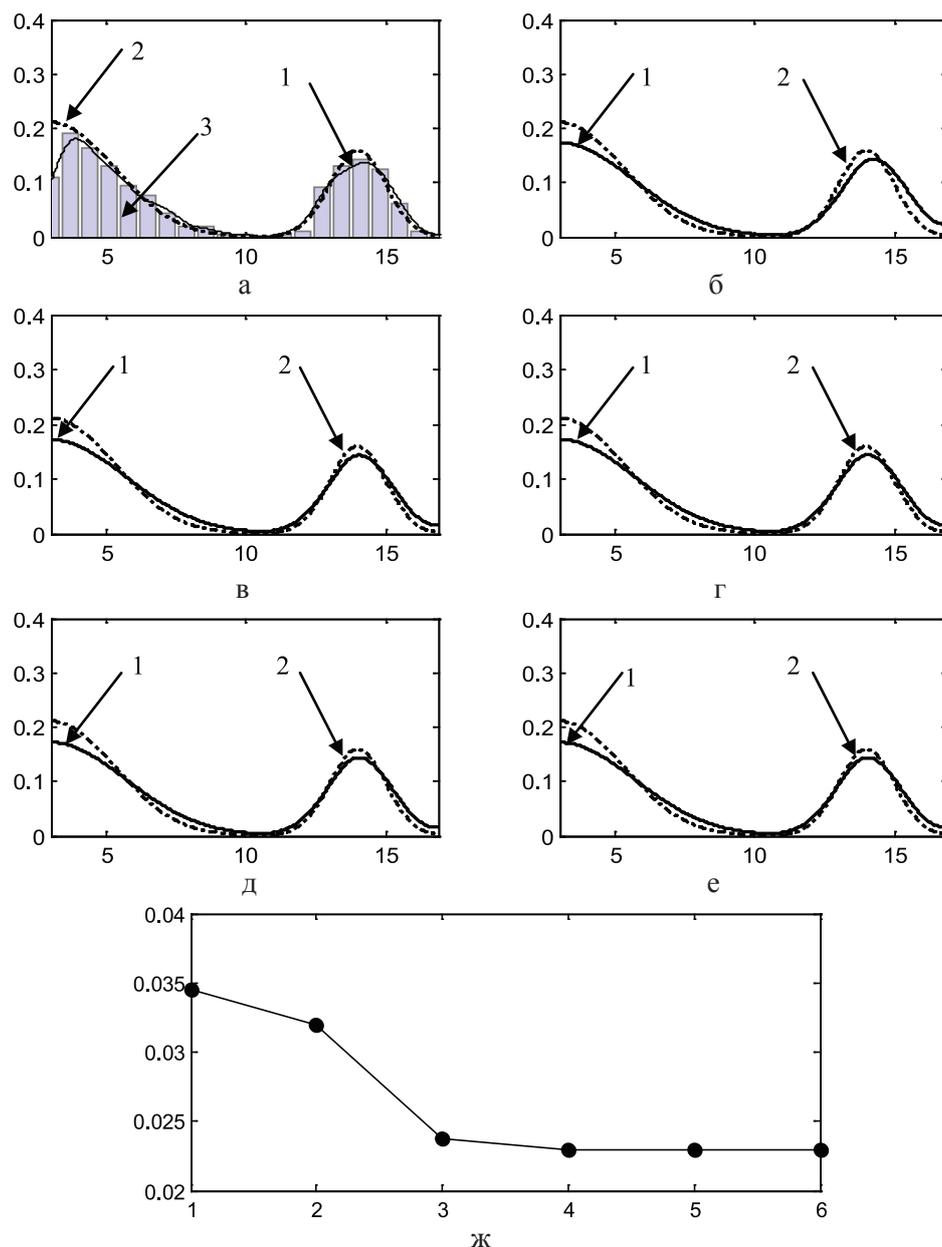


Рис. 4. Распределение 3:  
 а – этап 1, б – этап 2, в – этап 3, г – этап 4, д – этап 5, е – этап 6,  
 ж – поэтапная интегральная погрешность;  
 1 – экспериментальная функция плотности распределения, 2 – теоретическая функция  
 плотности распределения, 3 – гистограмма выборки

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что предложенная методика в целом показывает результат лучший, чем двухэтапный метод и метод Розенблатта – Парзена. С каждым следующим этапом предложенного метода оценки параметров двумодальных распределений наблюдается тенденция к уменьшению интегральной погрешности. При этом, начиная с 6 этапа, изменение значения интегральной погрешности становится уже несущественным, поэтому можно ут-

верждать, что для получения оптимального результата вполне достаточно 6 этапов.

#### Выводы

Анализ результатов совместного применения аппроксимации Розенблатта – Парзена и итерационного метода мнимых источников и генетических алгоритмов в задаче оценки значений параметров распределений случайных последовательностей с двумодальными законами распределения вида (3), относящегося к классу 9-ти параметрических распределений, позволяет сделать следующие выводы:

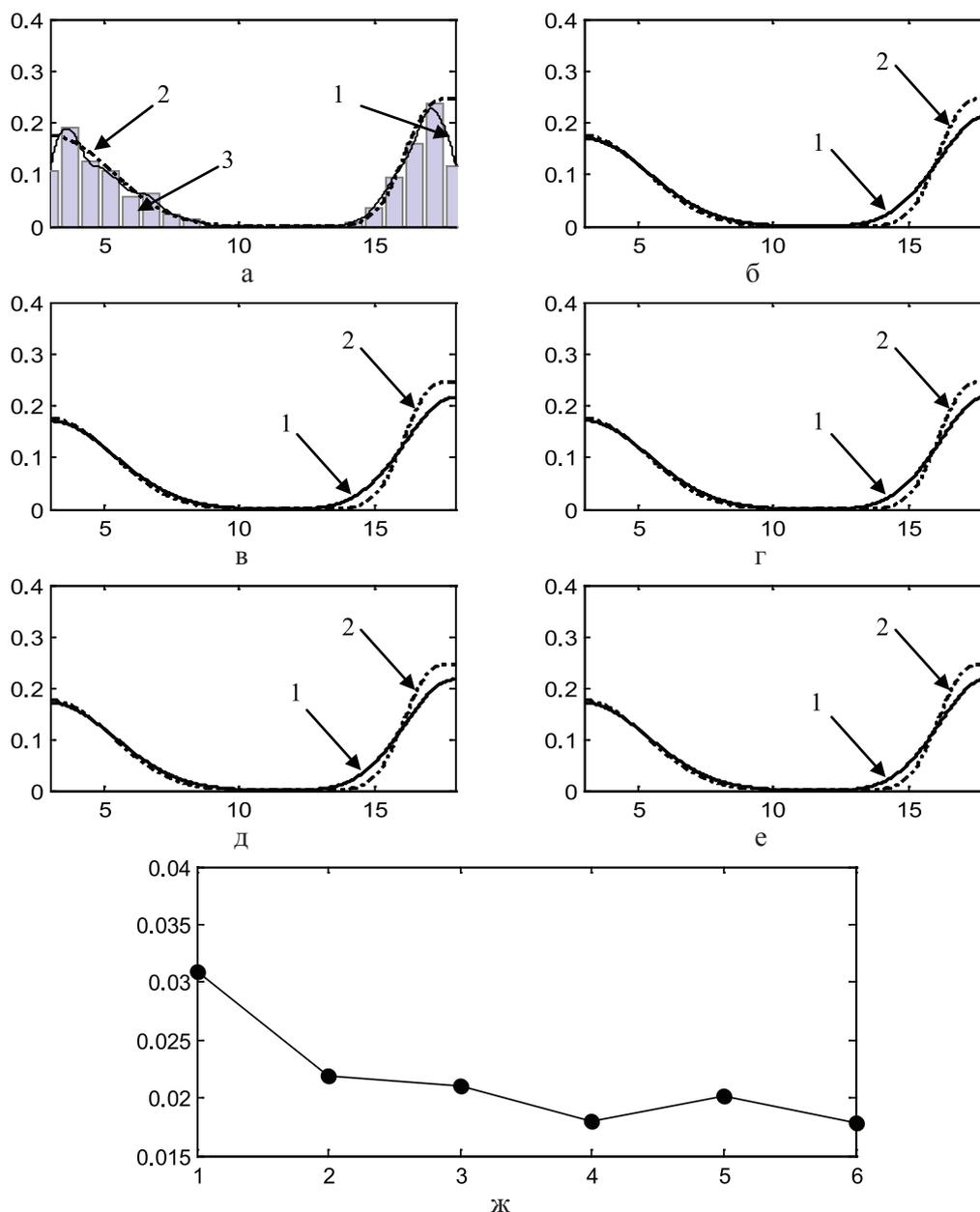


Рис. 5. Распределение 4:  
 а – этап 1, б – этап 2, в – этап 3, г – этап 4, д – этап 5, е – этап 6,  
 ж – поэтапная интегральная погрешность;  
 1 – экспериментальная функция плотности распределения, 2 – теоретическая функция  
 плотности распределения, 3 – гистограмма выборки

1. Предложен модифицированный метод нахождения параметров изученного двумодального распределения случайных последовательностей, основанный на совместном использовании аппроксимации Розенблатта – Парзена и ГА, и получено подтверждение ее работоспособности.

2. Проведены вычислительные эксперименты, подтверждающие эффек-

тивность предложенного метода оценивания параметров двумодального распределения.

3. Получены оценки точности нахождения параметров распределения в виде интегрального показателя, характеризующего в целом качество оценки плотности распределения случайной последовательности с изученным законом распределения.

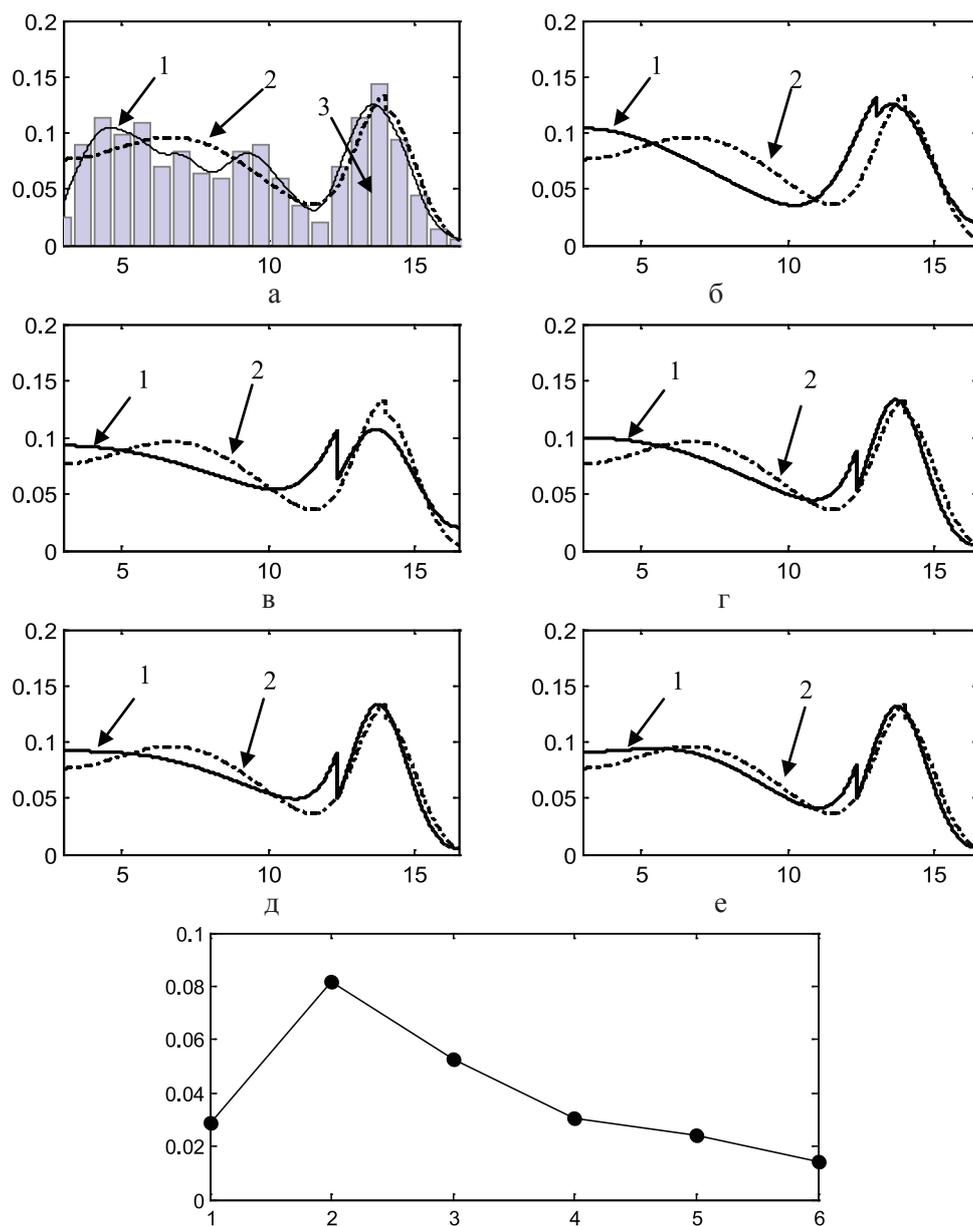


Рис. 6. Распределение 5:  
 а – этап 1, б – этап 2, в – этап 3, г – этап 4, д – этап 5, е – этап 6,  
 ж – поэтапная интегральная погрешность;  
 1 – экспериментальная функция плотности распределения, 2 – теоретическая функция  
 плотности распределения, 3 – гистограмма выборки

### Список литературы

1. Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы / под ред. В.М. Курейчика. – 2-е изд., исправл. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 368 с.

2. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.

3. Симахин В.А. Робастные непараметрические оценки: адаптивные оценки взвешенного максимального правдоподобия в условиях статистической априорной неопределенности // Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG. – 2011. – 292 с.

4. Сызранцев В.Н. Расчет прочностной надежности изделий на основе методов непараметрической статистики / В.Н. Сызранцев, Я.П. Неделев, С.Л. Голофаст. – Новосибирск: Наука, 2008. – 218 с.

5. Поршнев С.В. Теория и алгоритмы аппроксимации эмпирических зависимостей и распределений / Е.В. Овечкина, В.Е. Каплан. – Екатеринбург: УрО РАН, 2006. – 166 с.

6. Поршнев С.В., Колосов А.С. Использование аппроксимации Розенблатта-Парзена для восстановления функции распределения дискретной случайной величины // В мире научных открытий. – № 10(46).

7. Поршнев С.В., Колосов А.С. Использование аппроксимации Розенблатта-Парзена для восстановления функции распределения непрерывной случайной величины с ограниченным одномодальным законом распределения // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. Краснодар: КубГАУ, 2013. № 08(092). IDA [article ID]: 0921308076. Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2013/08/pdf/76.pdf>

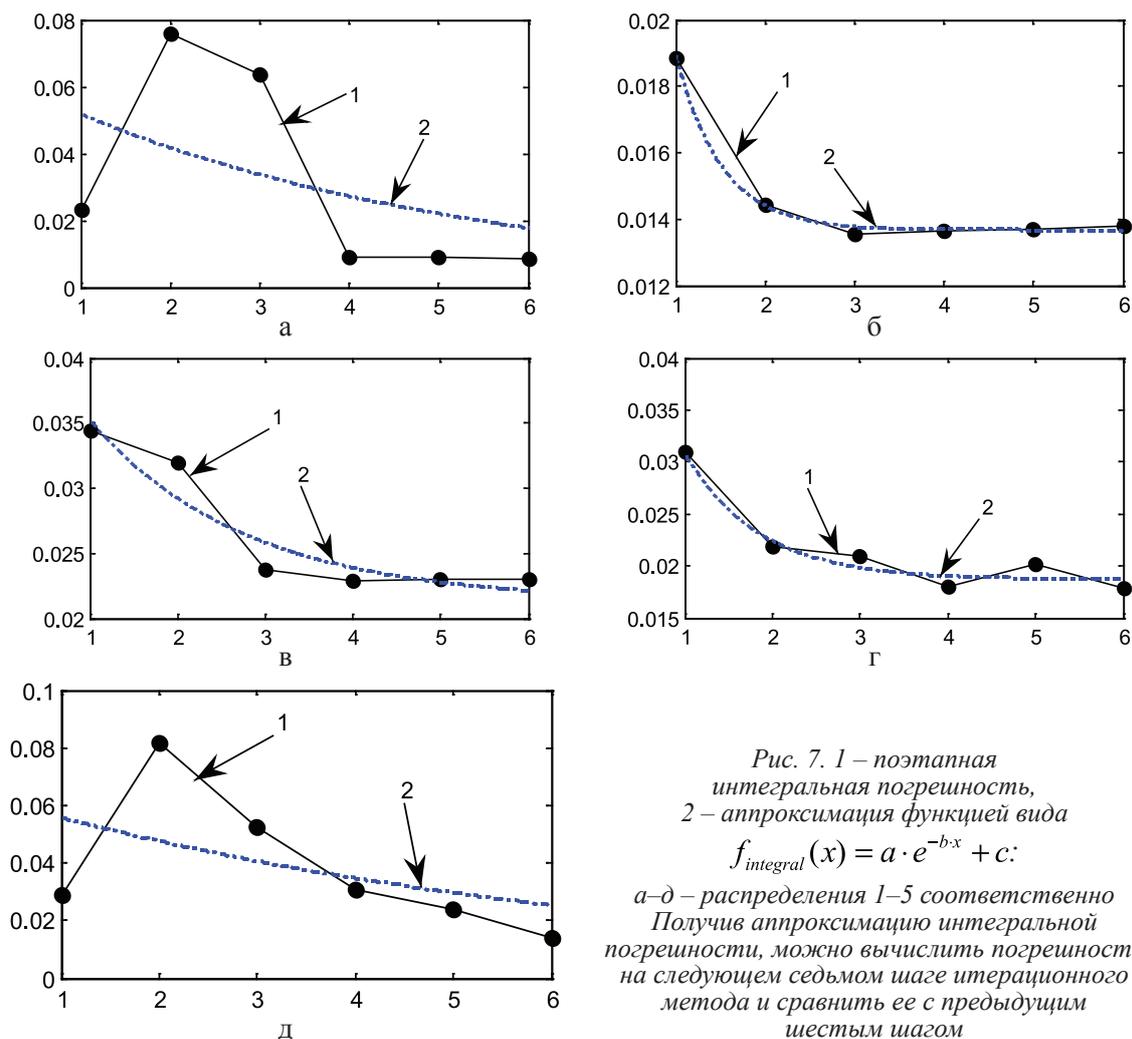


Рис. 7. 1 – поэтапная интегральная погрешность, 2 – аппроксимация функцией вида  $f_{integral}(x) = a \cdot e^{-b \cdot x} + c$ :  
а-д – распределения 1–5 соответственно  
Получив аппроксимацию интегральной погрешности, можно вычислить погрешность на следующем седьмом шаге итерационного метода и сравнить ее с предыдущим шестым шагом

8. Поршнеv С.В., Копосов А.С. Методика оценивания параметров случайной величины со смешанным двумодальным законом распределения на основе совместного использования аппроксимации Розенблатта-Парзена, метода мнимых источников и генетических алгоритмов // В мире научных открытий. – 2014 (в печати)

**References**

1. Gladkov L.A., Kurejchik V.V., Kurejchik V.M. Geneticheskie algoritmy / Pod red. V.M. Kurejchika. 2-e izd., ispravl. i dop. M.: FIZMATLIT, 2010. 368 s.
2. Kramer G. Matematicheskie metody statistiki. M.: Mir, 1975. 648 p.
3. Simahin V.A. Robastnye neparametricheskie ocenki: adaptivnye ocenki vzvshennogo maksimal'nogo pravdopodobija v uslovijah statisticheskoj apriornoj neopredelennosti / V.A. Simahin // Saarbrucken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2011. 292 p.
4. Syzrancev V.N. Raschet prochnostnoj nadezhnosti izdelij na osnove metodov neparametricheskoj statistiki / V.N. Syzrancev, Ja.P. Nevelev, S.L. Golofast // Novosibirsk: Nauka, 2008. 218 p.
5. Porshnev S.V. Teorija i algoritmy аппроксимации jempiricheskikh zavisimostej i raspredelenij / E. V. Ovechkina, V.E. Kaplan // Ekaterinburg: UrO RAN, 2006. 166 p.
6. Porshnev S.V., Kopusov A.S. Ispol'zovanie аппроксимации Розенблатта-Парзена длja vosстановленija funkicii raspredelenija diskretnoj sluchajnoj velichiny // V mire nauchnyh otkrytij. 2013 no. 10(46).

7. Porshnev S.V., Kopusov A.S. Ispol'zovanie аппроксимации Розенблатта-Парзена длja vosстановленija funkicii raspredelenija nepreryvnoj sluchajnoj velichiny s ogranichenym odnomodal'nym zakonom raspredelenija // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchnyj zhurnal KubGAU) [Jelektronnyj resurs]. Krasnodar: KubGAU, 2013. no. 08(092). IDA [article ID]: 0921308076. Rezhim dostupa: <http://ej.kubagro.ru/2013/08/pdf/76.pdf>.

8. Porshnev S.V., Kopusov A.S. Metodika ocenivanija parametrov sluchajnoj velichiny so smeshannym dvumodal'nym zakonom raspredelenija na osnove sovmestnogo ispol'zovanija аппроксимации Розенблатта-Парзена, метода mnyh istocnikov i geneticheskikh algoritmov // V mire nauchnyh otkrytij. 2014 (v pechati).

**Рецензенты:**

Кубланов В.С., д.т.н., доцент, профессор кафедры радиоэлектроники информационных систем, ГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург;

Доросинский Л.Г., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой информационных технологий, ГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург.

Работа поступила в редакцию 26.03.2014.