

УДК 681.51

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ НАВЕСНОГО ОБОРУДОВАНИЯ, УСТАНОВЛЕННОГО НА КВАДРОКОПТЕРЕ С ПОМОЩЬЮ УПРУГО-ВЯЗКОГО ПОДВЕСА

Попов Н.И., Емельянова О.В., Яцун С.Ф., Савин А.И.

ГОУ ВПО «Юго-Западный государственный университет», Курск, e-mail: teormeh@inbox.ru

В работе рассмотрены вопросы монтажа навесного оборудования на квадрокоптере, так как параметры и динамическое качество кронштейнов подвески существенно влияют на качественные показатели изображения объектов мониторинга. Адекватно оценить параметры системы подвески можно путем анализа системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих движение навесного оборудования в пространстве, которое моделируется трехкоординатной упруго-вязкой подвеской. Исследовано влияние колебания навесного оборудования на характер колебаний квадрокоптера при внешних периодических воздействиях. Установлено, что для заданных параметров упруго-вязкого подвеса и при определенных частотах происходит резкое увеличение амплитуды колебаний навесного оборудования. Также выявлено, что существует область параметров, обеспечивающих минимальное значение резонансной амплитуды вынужденных колебаний.

Ключевые слова: квадрокоптер, навесное оборудование, упруго-вязкая подвеска

RESEARCH OF MOVEMENT OF THE HINGED EQUIPMENT INSTALLED ON QUADROCOPTER BY MEANS OF ELASTIC AND VISCOUS SUBWEIGHT

Popov N.I., Emelyanova O.V., Jatsun S.F., Savin A.I.

Southwest State University, Kursk, e-mail: teormeh@inbox.ru

Since the parameters and dynamic quality of arms of a suspension bracket have the significant influence on the quality of the image of objects of monitoring the questions of installation of the hinged equipment on a quadcopter such as shown in the paper. It is possible to estimate parameters of system of a suspension bracket adequately by the analysis of system of the nonlinear differential equations describing movement of the hinged equipment in space which is modeled by a three-coordinate elastic and viscous suspension bracket. Influence of fluctuation of the hinged equipment on character of the quadcopter fluctuations at external periodic influences is investigated. It is established that there is a sharp increase in amplitude of fluctuations of the hinged equipment for the set parameters of elastic and viscous subweight and certain frequencies. It is established that there is an area of the parameters providing the minimum value of resonant amplitude of compelled fluctuations.

Keywords: quadcopter, hinged equipment, elastic and viscous suspension bracket

В настоящее время в мире интенсивно расширяется область использования летающих мультиротационных роботов, способных нести информационную полезную нагрузку в виде видеоаппаратуры которые для успешного выполнения задач мониторинга окружающей среды должны обладать высокой маневренностью, быстродействием и точностью движения по заданным траекториям, [3, 5]. Вопросам монтажа навесного оборудования на квадрокоптере ведущие разработчики и производители уделяют значительное внимание, так как параметры и динамическое качество кронштейнов подвески существенно влияют на качественные показатели изображения объектов мониторинга. Определение параметров системы подвески можно осуществить, анализируя с помощью математической модели движение навесного оборудования в пространстве относительно объектов мониторинга.

Рассмотрим математическую модель, описывающую движение навесного оборудования. Будем считать, что навесное оборудование моделируется материальной точ-

кой массой m . Обозначим эту точку буквой B . Пусть навесное оборудование закреплено на квадрокоптере с помощью трехкоординатной упруго-вязкой подвески так, как это изображено на рис. 1, 2.

Точка B_0 в связанной с коптером системе координат определяет начальное положение навесного оборудования. Пусть вектор $\vec{r}_{B_0B}^{(1)}$ определяет положение массы m в произвольном положении относительно B_0 :

$$\vec{r}_{B_0B}^{(1)} = \begin{pmatrix} x_1^B \\ y_1^B \\ z_1^B \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Радиус-вектор, определяющий положение точки B_0 :

$$\vec{r}_{CB_0}^{(1)} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}. \quad (2)$$

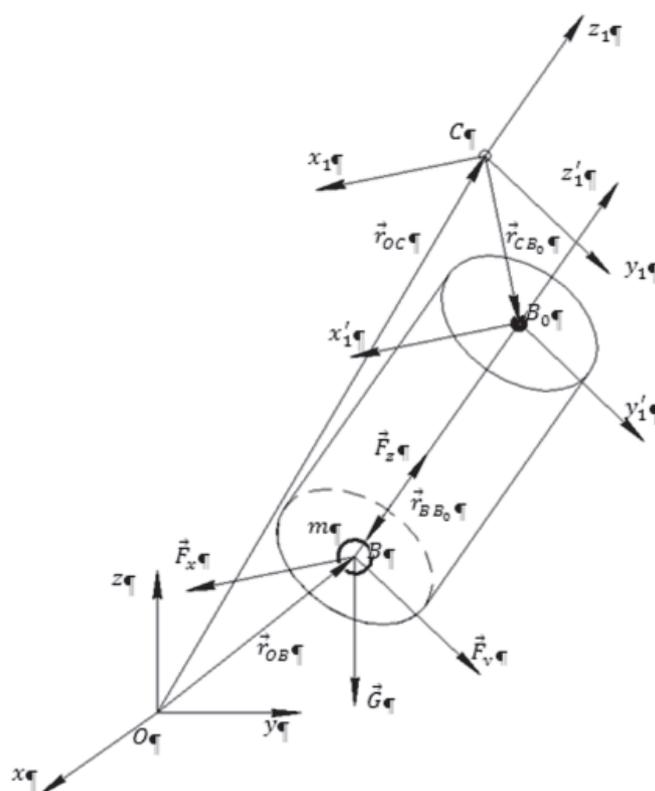


Рис. 1. Расчетная схема движения навесного оборудования

На массу m действуют сила веса $\vec{G}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m\vec{g} \end{pmatrix}$, направленная параллельно оси

Oz неподвижной системы координат, и силы $\vec{F}^{(1)} = [\vec{F}_{x_1}, \vec{F}_{y_1}, \vec{F}_{z_1}]^T$, вызванные деформацией упруго-вязкого элемента по осям связанной системы координат.

Рассмотрим движение массы m в системе координат $Ox_1y_1z_1$. Пусть положение точки B в этой системе координат определяет вектор:

$$\vec{r}_{OB} = \begin{pmatrix} x^B \\ y^B \\ z^B \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Для обеспечения качественной видеосъемки окружающей среды, с которой связана неподвижная система координат, необходимо свести к минимуму вибрацию навесного оборудования относительно этой системы координат. Пусть навесное оборудование моделируется материальной точкой массой m . Дифференциальное уравнение движения точки B в неподвижной системе координат имеет вид:

$$m \dot{\vec{r}}_{OB}^{(0)} = \vec{F}^{(0)} + \vec{G}^{(0)}. \quad (4)$$

Для определения ускорения точки B запишем равенство:

$$\vec{r}_{OB}^{(0)} = \vec{r}_{OC}^{(0)} + \vec{r}_{CB_0}^{(0)} + \vec{r}_{B_0B}^{(0)}. \quad (5)$$

Точка B_0 соответствует положению точки B в недеформированном состоянии упруго-вязкого элемента.

Определим:

$$\vec{r}_{CB_0}^{(0)} = T_{10} \vec{r}_{CB_0}^{(1)};$$

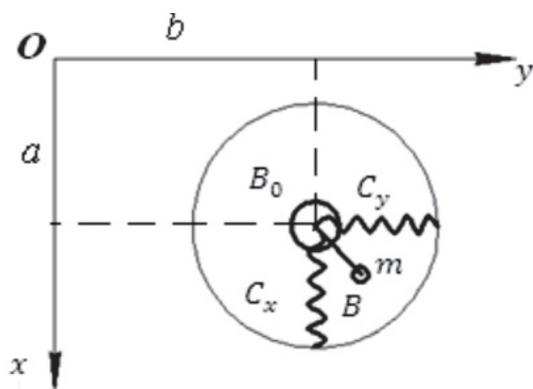


Рис. 2. Определение произвольного положения навесного оборудования в горизонтальной плоскости

$$\vec{r}_{B_0B}^{(0)} = T_{10} \vec{r}_{B_0B}^{(1)}, \quad (6)$$

где T_{10} – матрица поворота системы $C_{x^1y^1z^1}$ относительно $Oxuz$.

Тогда равенство (5) принимает вид:

$$\vec{r}_{OB}^{(0)} = \vec{r}_{OC}^{(0)} + T_{10} \vec{r}_{CB_0}^{(1)} + T_{10} \vec{r}_{B_0B}^{(1)}. \quad (7)$$

Положение точки B в связанной системе координат определяется тремя параметрами, образующими вектор:

$$\vec{r}_{CB} = \begin{vmatrix} x_1^B & y_1^B & z_1^B \end{vmatrix}^T. \quad (8)$$

Тогда в проекциях выражение (7) имеет вид:

$$\begin{vmatrix} x^B \\ y^B \\ z^B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{vmatrix} + T_{10} \begin{vmatrix} x_1^B \\ y_1^B \\ z_1^B \end{vmatrix}. \quad (9)$$

Деформация упруго-вязких элементов определяется по формулам:

$$\delta_x = x_1^B - a;$$

$$\delta_y = y_1^B - b;$$

$$\delta_z = z_1^B - c.$$

$$m \left[\ddot{\vec{r}}_{OC}^{(0)} + \ddot{T}_{10} (\vec{r}_{CB_0}^{(1)} + \vec{r}_{B_0B}^{(1)}) + \dot{T}_{10} \dot{\vec{r}}_{B_0B}^{(1)} + T_{10} \ddot{\vec{r}}_{B_0B}^{(1)} \right] = T_{10} \vec{F}^{(1)} + \vec{G}^{(0)}. \quad (11)$$

С учетом (8) запишем (11) в проекциях на координатные оси $Oxuz$:

$$\begin{cases} m \left\{ \dot{x} + \dot{\omega}_y (x - x_C) - \dot{\omega}_z (y - y_C) + [\omega_x (x - x_C) - \omega_y (y - y_C) + \omega_z (z - z_C)] \omega_x - \omega^2 (x - x_C) \right\} = -F_x^{(0)}; \\ m \left\{ \dot{y} + \dot{\omega}_z (x - x_C) - \dot{\omega}_x (z - z_C) + [\omega_x (x - x_C) - \omega_y (y - y_C) + \omega_z (z - z_C)] \omega_y - \omega^2 (y - y_C) \right\} = -F_y^{(0)}; \\ m \left\{ \dot{z} + \dot{\omega}_x (y - y_C) - \dot{\omega}_y (x - x_C) + [\omega_x (x - x_C) - \omega_y (y - y_C) + \omega_z (z - z_C)] \omega_z - \omega^2 (z - z_C) \right\} = -F_z^{(0)} - mg. \end{cases} \quad (12)$$

Данная система уравнений описывает движение установленного на квадрокоптере навесного оборудования в режиме съемки объектов, расположенных в неподвижной системе координат.

или

$$F^{(0)} = \begin{vmatrix} F_x \cos \psi \cos \theta + F_y (\cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi) + F_z (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi); \\ F_x \sin \psi \cos \theta + F_y (\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi) + F_z (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi); \\ -F_x \sin \theta + F_y \cos \theta \sin \phi + F_z \cos \theta \cos \phi. \end{vmatrix}$$

Будем считать, что масса навесного оборудования значительно меньше массы квадрокоптера. Поэтому колебания навесного оборудования не оказывают влияния на характер движения коптера.

Сформулируем задачу следующим образом. Пусть известные функции $x_C(t)$, $y_C(t)$, $z_C(t)$, $\omega_x(t)$, $\omega_y(t)$, $\omega_z(t)$, $\phi(t)$, $\psi(t)$, $\theta(t)$, полученные в результа-

Силы, действующие на материальную точку без учета вязких слагаемых, определяются по формулам:

$$\vec{F}^{(1)} = \begin{vmatrix} \vec{F}_x \\ \vec{F}_y \\ \vec{F}_z \end{vmatrix} = \begin{cases} c_x (x_1^B - a) \\ c_y (y_1^B - b) \\ c_z (z_1^B - c) \end{cases}, \quad (10)$$

где c_x , c_y , c_z – приведенные жесткости подвеса по соответствующим координатам. Если конструкция подвесного кронштейна разработана и изготовлена, то определение этих параметров возможно как теоретическими методами с использованием метода конечных элементов, так и экспериментальными. В этом случае важно исследовать характер движения навесного оборудования установленного на подвесе с этими параметрами. В том случае, когда проектируется новая система подвеса, желательнее разработать метод синтеза коэффициентов жесткости подвески по критериям минимума отклонения навесного оборудования от заданного положения.

Продифференцировав дважды (7) и подставив (4) получим:

Найдем силы, действующие на навесное оборудование со стороны кронштейна подвески $F^{(0)}$ в неподвижной системе координат:

$$\vec{F}^{(0)} = T_{10} \vec{F}^{(1)}$$

те интегрирования системы уравнений описывают движение квадрокоптера.

Определим функции $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ путем интегрирования системы дифференциальных уравнений (12).

Ниже приведены некоторые результаты полученные при моделировании движения навесного оборудования, установленного на квадрокоптере, в режиме зависания

в предположении, что частоты внешнего воздействия по координатным осям равны.

Анализ полученных диаграмм показывает, что при определенных частотах происходит резкое увеличение амплитуды колебаний

навесного оборудования. Этот факт необходимо учитывать при проектировании кронштейна подвески. Оптимальным является отношение частот внешнего воздействия и собственных частот в диапазоне 3–5.

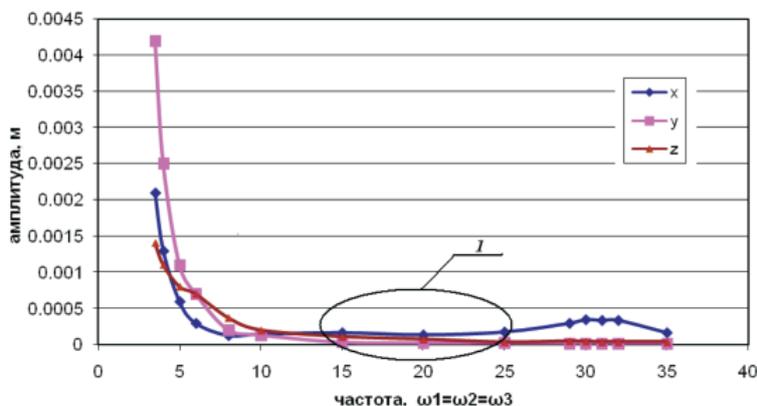


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика: 1 – область рациональных параметров

Для определения конструктивных параметров кронштейна подвеса навесного оборудо-

вания использована методика расчета, основанная на программном комплексе SolidWorks.

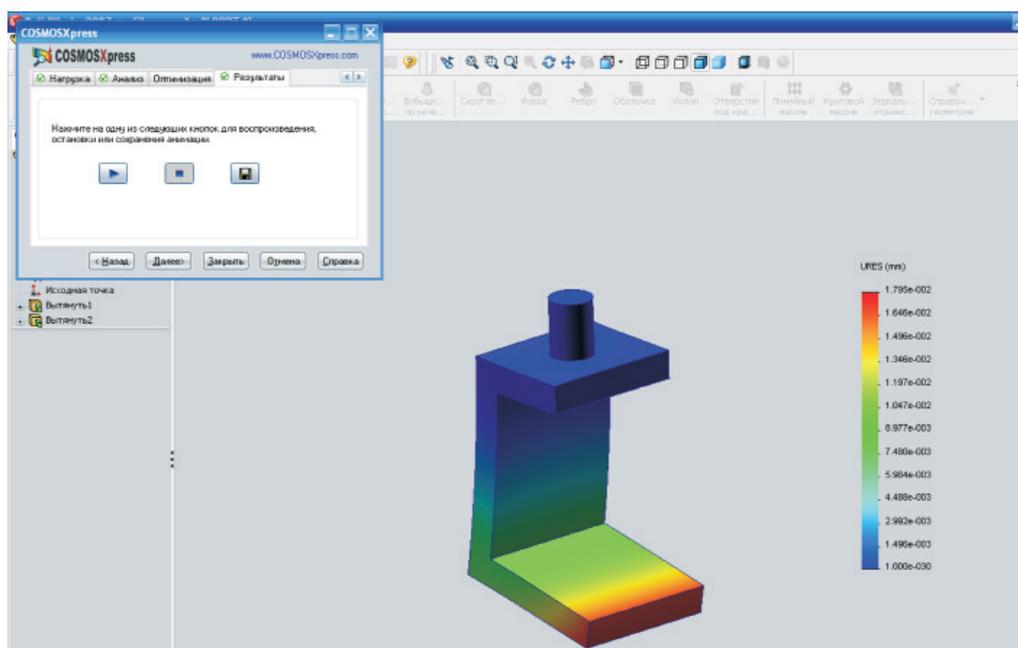


Рис. 4. Схема деформации кронштейна в вертикальном направлении

Некоторые результаты расчетов параметров проектируемого кронштейна представлены на рис. 4, 5. Основная задача, которая решалась при этом, состояла в определении жесткости кронштейна по трем координатам в зависимости от вида материала, из которого он изготовлен, и геометрических размеров.

В основе методики лежит метод зондирования пространства варьируемых параметров, определяемых вектором $\bar{b} \in R^n$,

$\bar{b} < \bar{b}_0$. В качестве критерия качества принимаем безразмерное отклонение жесткости кронштейна по соответствующей оси от заданного значения. Далее решается задача аппроксимации точек гладкой поверхностью второго порядка. На этой поверхности находим минимум $K(b^*)$, где b^* – вектор параметров, приводящий критерий K к минимуму. В качестве варьируемых параметров выступают геометрические размеры кронштейна.

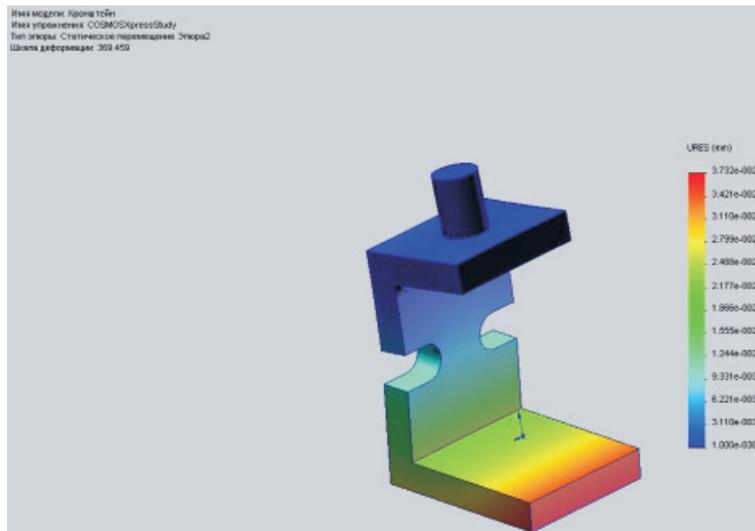


Рис. 5. Схема деформации кронштейна с вырезами в горизонтальном направлении

В расчетах рассматривались схемы деформации кронштейна в вертикальном и горизонтальном направлении. В том числе исследовалось влияние геометрической формы кронштейна, в том числе вырезы на вертикальной полке кронштейна.

Выводы

Разработана математическая модель, описывающая пространственное движение навесного оборудования установленного на упруго-вязком подвесе. В результате математического моделирования установлена зависимость амплитуды колебаний по трем координатам и частотой внешнего периодического воздействия для заданных параметров упруго-вязкого подвеса. Установлено наличие резонансного эффекта, связанного со значительным увеличением амплитуды колебаний при приближении возмущающей частоты к критическим частотам.

Список литературы

1. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.
2. Фомина О.В. Прерывистое демпфирование в системах виброзащиты: основы теории, приложения. – М.: Машиностроение-1, 2005. – 256 с.
3. Емельянова О.В., Попов Н.И., Яцун С.Ф. Моделирование движения квадродвигательного летающего робота // Актуальные вопросы науки: материалы VIII Международной научно-практической конференции. – М.: Спутник+, 2013. – С. 6–8.
4. Емельянова О.В., Попов Н.И., Яцун С.Ф. Моделирование движения квадрокоптера в пространстве // Авиакосмические технологии (АКТ-2013): труды XIV Всероссийской научно-технической конференции и школы молодых ученых, аспирантов и студентов. – Воронеж: ООО Фирма «Элист», 2013. – С. 131–138.
5. Попов Н.И., Емельянова О.В., Яцун С.Ф., Савин А.И. Исследование колебаний квадрокоптера при внешних периодических воздействиях // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 1. – С. 28–32.
6. Яцун С.Ф., Емельянова О.В., Попов Н.И. Изучение движения квадрокоптера в вертикальной плоскости // Акту-

альные вопросы технических наук (II): материалы международной заоч. науч. конф. – Пермь: Меркурий, 2013. – С. 66–69.

References

1. Biderman V.L. *Teoriya mekhanicheskikh kolebanij* (Theory of mechanical oscillations). M.: The higher school, 1980. pp. 408.
2. Fominova O.V. *Preryvystoe dempfirovanie v sistemah vibrozashchity: osnovy teorii, prilozheniya* (Preryvystoe dempfirovaniye in vibroprotection systems: bases of the theory, appendix.). M.: Mechanical engineering-1, 2005. 256.
3. Emelianova O.V., Popov N.I., Jatsun S.F. *Modelirovanie dvizheniya kvadrorotacionnogo letajushhego robota. Aktual'nye voprosy nauki. Materialy VIII Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii.* («Modeling of movement of the quadrotor helicopter flying robot». Topical issues of science. Materials VIII of the International scientific and practical conference.) Moscow, Satellite+. 2013. pp. 6–8.
4. Emelianova O.V., Popov N.I., Jatsun S.F. *Modelirovanie dvizheniya kvadrokoptera v prostranstve. Aviakosmicheskie tehnologii (AKT-2013). Trudy XIV Vserossiyskoj nauchno-tehnicheskoy konferencii i shkoly molodyh uchenyh, aspirantov i studentov.* («Modeling of movement of a quadrotor helicopter in space». Aerospace technologies (AKT-2013). Works XIV of the All-Russian scientific and technical conference and school of young scientists, graduate students and students). Voronezh: JSC Firm Elist, 2013. pp. 131–138.
5. Popov N.I., Emelianova O.V., Jacun S.F., Savin A.I. *Issledovanie kolebanij kvadrokoptera pri vnesnih periodicheskikh vozdeystvijah.* (Research of fluctuations of a kvadrokopter at external periodic influences). Basic researches. 2014. no. 1. pp. 28–32.
6. Jatsun S.F., Emelianova O.V., Popov N. I. *Izuchenie dvizheniya kvadrokoptera v vertikal'noj ploskosti. Aktual'nye voprosy tehnikeskikh nauk (II): materialy mezhdunarodnoj zaoch. nauch. konf.* («Studying of movement of a quadrotor helicopter in the vertical plane». Topical issues of technical science (II): materials of the international correspondence scientific conference). Perm, Mercury, 2013. pp. 66–69.

Рецензенты:

Локтионова О.Г., д.т.н., доцент, проректор по учебной работе, ФГБОУ ВПО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск;
Кобелев Н.С., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой теплогазоснабжения и вентиляции, ФГБОУ ВПО «Юго-Западный государственный университет», г. Курск.

Работа поступила в редакцию 26.03.2014.