

УДК 621.929.6:531.3

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИКИ ДВИЖЕНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ СМЕСИТЕЛЯ ГРАВИТАЦИОННО-ПЕРЕСЫПНОГО ДЕЙСТВИЯ

Волков М.В., Королев Л.В., Таршис М.Ю.

ФГБОУ ВПО «Ярославский государственный технический университет»,
Ярославль, e-mail: korolevly@mail.ru

Дано описание поля скоростей сыпучего материала и определена форма его свободной поверхности в смесителе гравитационно-пересыпного действия. Анализ движения частиц в смесителе выполнен в предположении о наличии в объеме материала двух областей характерного поведения, разделенных поверхностью обрушения: области транспортирования, где смешивания практически не происходит и сыпучая среда двигается как твердое тело, и области активного смешивания, где имеет место смещение частиц друг относительно друга. Для описания движения частиц близ поверхности обрушения использовано представление о структуре пограничного слоя вязкой жидкости у твердой поверхности. Движение частиц на свободной поверхности материала рассматривалось без учета эффектов вязкости. Полученные в работе результаты могут быть использованы для разработки моделей процесса смешивания, необходимых для инженерного расчета смесителей гравитационно-пересыпного действия.

Ключевые слова: смешивание, сыпучий материал, барабанный смеситель, поле скоростей, поверхность обрушения

RESEARCH OF THE GRAIN MATERIAL MOVEMENT MECHANICS IN A CROSS SECTION OF A TUMBLER MIXER

Volkov M.V., Korolev L.V., Tarshis M.Y.

Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, e-mail: korolevly@mail.ru

A description of the velocity field of the bulk material and the shape of its free surface in a tumbler mixer is done. Analysis of the motion of the particles in the mixer is made under assumption of existence of the two characteristic areas in bulk material, separated by the avalanche surface. The first one is transporting region where mixing does not occur and granular medium moves as a solid. The second one is the active mixing area where relative displacements of the particles take place. To describe the motion of particles near the avalanche surface, the structure of the boundary layer of a viscous liquid near a solid surface is used. Motion of the particles on the free surface of the bulk is described neglecting the effects of viscosity. The results obtained can be used for the mixing process modeling required for engineering design of tumbler mixers.

Keywords: mixing, bulk material, tumbler mixer, velocity field, avalanche surface

Смесители гравитационно-пересыпного действия являются, пожалуй, наиболее распространенными устройствами, применяющимися для приготовления сыпучих смесей во многих отраслях химической, строительной, лакокрасочной промышленности, в металлургии и целом ряде других. За последние годы возможности таких устройств существенно расширились за счет разработки новых конструкций, содержащих эластичные рабочие элементы и отличающихся простотой обслуживания, малым энергопотреблением, технологичностью и низкой металлоемкостью [1–5].

Создание эффективных устройств, обеспечивающих получение сыпучих смесей высокого качества, требует разработки надежных инженерных методов проектирования и расчета, которые, в свою очередь, должны базироваться на адекватном математическом описании самого процесса смешивания. Такое описание требует изучения механики движения сыпучего материала в смесителе. Экспериментальные исследования механизмов процессов, происходящих в рабочих объемах смеси-

тельных аппаратов гравитационно-пересыпного действия, позволяют установить наличие двух областей характерного поведения (рис. 1): транспортирования 1, где смешивания практически не происходит, и активного смешивания (обрушения) 2. Частицы, двигаясь из области транспортирования, пересекают поверхность раздела и попадают в область 2, после чего вновь возвращаются в область транспортирования.

Наибольшую сложность представляет моделирование движения материала в области активного смешивания. В работах [1, 4, 6] эта область рассматривалась как бесконечно тонкая, и анализ движения материала в ней сводился к изучению поверхностного потока. Такое упрощение уже при небольших скоростях движения частиц приводит к расхождению результатов расчета процесса смешивания с экспериментальными данными. В данной работе рассматривается механика движения сыпучего материала в слое активного смешивания, имеющего конечную толщину.

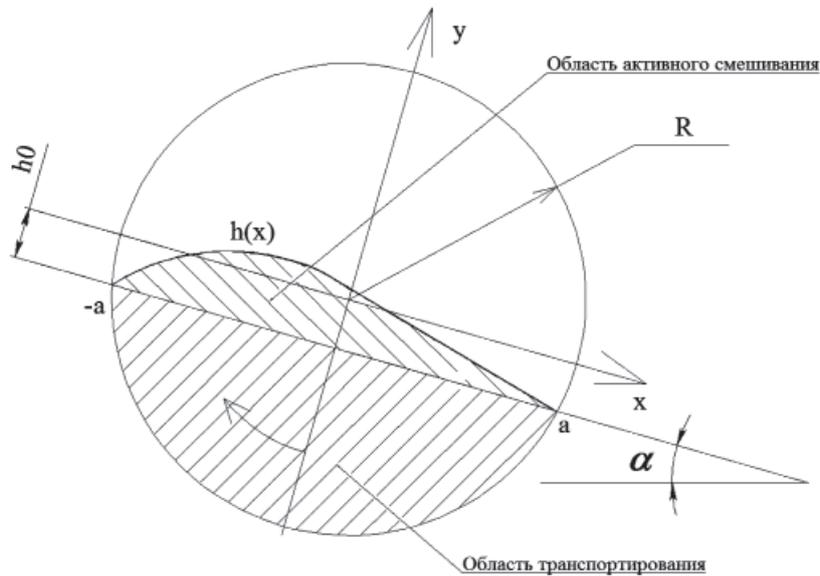


Рис. 1. Поперечное сечение барабана

Рассмотрим вращательное движение рабочей поверхности (барабана) радиуса R с угловой скоростью ω (рис. 1). Слой активного смешивания расположен над линией обрушения $-a...a$, расстояние до которой от центра окружности равно $h_0 = \sqrt{R^2 - a^2}$, $h(x)$ – функция, определяющая форму области активного смешивания; α – угол обрушения, $v_x^{обп}$, $v_y^{обп}$ – проекции скоростей частиц в области активного смешивания на оси x и y соответственно. Неизвестные $h(x)$, $v_x^{обп}$, $v_y^{обп}$ можно определить исходя из следующих рассуждений.

В транспортирующей области материал движется как твердое тело. В этой области проекции скоростей частиц на оси координат имеют вид:

$$v_x^T = \omega y; \tag{1}$$

$$v_y^T = -\omega x. \tag{2}$$

На линии обрушения проекция скорости $v_x^{обп}$ терпит разрыв, поэтому граничное условие для нее можно записать в виде:

$$v_{x0}^{обп}(y = -h) = 0. \tag{3}$$

Если плотность сыпучего материала при переходе из транспортирующей области в область активного смешивания меняется несущественно, то проекция скорости, перпендикулярная линии обрушения, должна быть непрерывной, т.е.

$$v_{y0}^{обп}(y = -h) = v_y^T(y = -h) = -\omega x. \tag{4}$$

Рассмотрим элемент области активного смешивания на отрезке линии обрушения $(x, x + \Delta x)$ (рис. 2) и, считая плотность сыпучего материала постоянной и равной единице, запишем уравнение, выражающее закон сохранения массы:

$$J(x + \Delta x) - J(x) = -\omega x \cdot \Delta x, \tag{5}$$

где $J(x)$ – поток сыпучих компонентов через сечение x .

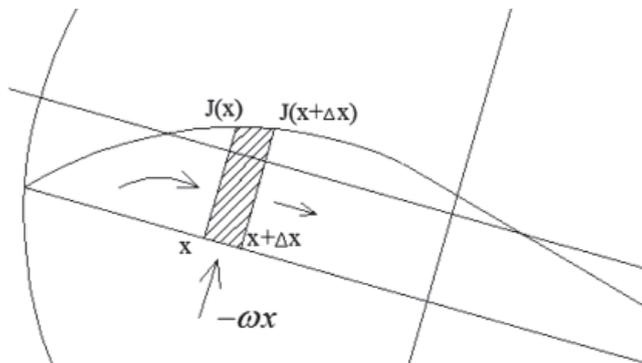


Рис. 2. Слой обрушения

Из выражения (5) при $\Delta x \rightarrow 0$, следует дифференциальное уравнение:

$$\frac{dJ}{dx} = -\omega x. \quad (6)$$

Поток $J(x)$ связан с компонентой скорости $v_x^{\text{обп}}$ соотношением:

$$J(x) = \int_{-h_0}^{-h_0+h(x)} v_x^{\text{обп}}(x, y) \cdot dy, \quad (7)$$

где интегрирование ведется по сечению области активного смешивания. Кроме того, в этой области должно выполняться уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial v_x^{\text{обп}}}{\partial x} + \frac{\partial v_y^{\text{обп}}}{\partial y} = 0. \quad (8)$$

Законы сохранения (6), (7) и (8) позволяют выразить две из искомых величин $h(x)$ и $v_y^{\text{обп}}(x, y)$ через $v_x^{\text{обп}}(x, y)$. Сама же проекция скорости $v_x^{\text{обп}}(x, y)$ должна быть найдена из уравнений движения сыпучего материала в области активного смешивания, полученных методами механики сплошной среды. Поскольку запись и анализ этих уравнений для сыпучей среды представляют существенные трудности, воспользуемся для нахождения $v_x^{\text{обп}}$ упрощенной моделью. Будем считать, что в тонком слое над линией обрушения движение сыпучей среды аналогично движению вязкой жидкости в пограничном слое у твердой поверхности, то есть скорость $v_x^{\text{обп}}$ линейно растет по мере

$$J(x) = \int_{-h_0}^{-h_0+h(x)} v_x^o(x, y) dy = v(x) \int_{-h_0}^{-h_0+h(x)} \frac{y+h_0}{h(x)} dy = \frac{1}{2} v(x) \cdot h(x). \quad (15)$$

С другой стороны, решение уравнения (6) с граничным условием $J(-a) = 0$ дает следующее выражение для $J(x)$ [6]:

$$J(x) = \frac{\omega}{2} (a^2 - x^2). \quad (16)$$

Из (15) и (16) получаем уравнение для определения $h(x)$

$$\frac{1}{2} v(x) h(x) = \frac{\omega}{2} (a^2 - x^2), \quad (17)$$

из которого, принимая во внимание (13), следует:

$$h(x) = \frac{\omega}{\sqrt{2g \sin(\alpha)}} (a+x)^{1/2} (a-x). \quad (18)$$

Зависимость формы свободной поверхности (18) от угловой скорости ω в безразмерных координатах показана на рис. 3. При $x \rightarrow -a$ зависимость $h(x)$ имеет параболичес-

удаления от линии обрушения. Тогда, с учетом (3), скорость $v_x^{\text{обп}}$ можно приближенно представить в виде:

$$v_x^{\text{обп}}(x, y) = v(x) \frac{y+h_0}{h(x)}, \quad (9)$$

где $v(x)$ – проекция на ось x скорости частиц на свободной поверхности. На поверхности сыпучей среды влияние вязкости мало, и ускорение частицы вдоль оси x определяется только силой тяжести:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g \cdot \sin(\alpha). \quad (10)$$

Интегрирование уравнения (10) с начальными условиями $x(t=0) = -a$ и $v(t=0) = 0$ дает:

$$v(x) = \frac{dx}{dt} = g \cdot \sin(\alpha) \cdot t; \quad (11)$$

$$x(t) = -a + \frac{g \cdot \sin(\alpha) \cdot t^2}{2}. \quad (12)$$

Исключая из (11), (12) время t , получаем выражение для скорости частицы на поверхности как функции координаты x :

$$v(x) = \sqrt{2g \sin(\alpha)} (x+a). \quad (13)$$

Подстановка (13) в формулу (9) дает окончательное выражение для $v_x^{\text{обп}}$:

$$v_x^{\text{обп}}(x, y) = \sqrt{2g \sin(\alpha)} (x+a) \cdot \frac{y+h_0}{h(x)}. \quad (14)$$

Для определения $h(x)$ вычислим поток материала через сечение x (7) с учетом (14):

$$J(x) = \int_{-h_0}^{-h_0+h(x)} v_x^o(x, y) dy = \frac{1}{2} v(x) \cdot h(x). \quad (15)$$

Как видно из (18), $h(x) \sim (Fr)^{0.5}$, где $Fr = \frac{\omega^2 R}{g}$ – число Фруда для данной задачи.

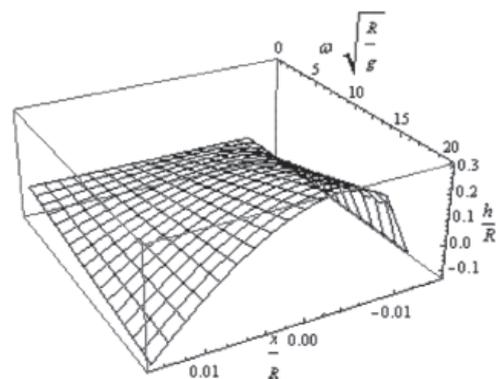


Рис. 3. Изменение формы зоны смешивания в зависимости от окружной скорости

Подстановка в уравнение непрерывности (8) выражения для $v_x^{обp}$ (14) приводит к дифференциальному уравнению для компоненты скорости $v_y^{обp}$

$$\frac{\partial v_y^o}{\partial y} = -\frac{\partial v_x^o}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\sqrt{2g \sin(\alpha)(x+a)}}{h(x)} \right) (y+h_0), \quad (19)$$

интегрирование которого дает:

$$v_y^{обp} = -\frac{1}{2} \frac{(a+x)\omega}{h^2(x)} (y+h_0)^2 + C(x), \quad (20)$$

где $C(x)$ – произвольная функция, которая определяется из граничного условия (4). Окончательное выражение для проекции скорости частицы в слое обрушения $v_y^{обp}$ имеет вид:

$$v_y^{обp}(x, y) = -\frac{1}{2} \frac{(a+x)\omega}{h^2(x)} (y+h_0)^2 - \omega x. \quad (21)$$

Для расчета поля скоростей в области активного смешивания по формулам (14),

$$V^{обp}(a) = \int_{-a}^a h(x) dx = \frac{\omega}{\sqrt{2g \cdot \sin(\alpha)}} \int_{-a}^a (a+x)^{1/2} (a-x) dx = \frac{\omega}{\sqrt{2g \cdot \sin(\alpha)}} \frac{16}{15} \sqrt{2} a^{5/2}. \quad (24)$$

При коэффициенте загрузки q объеме смеси $V_{смеси} = \pi R^2 q$. Тогда уравне-

$$\pi R^2 q = R^2 \cdot \arcsin\left(\frac{a}{R}\right) - a\sqrt{R^2 - a^2} + \frac{\omega}{\sqrt{2g \cdot \sin(\alpha)}} \frac{16}{15} \sqrt{2} a^{5/2}. \quad (25)$$

Уравнение (25) позволяет определить параметр a с помощью стандартных численных методов.

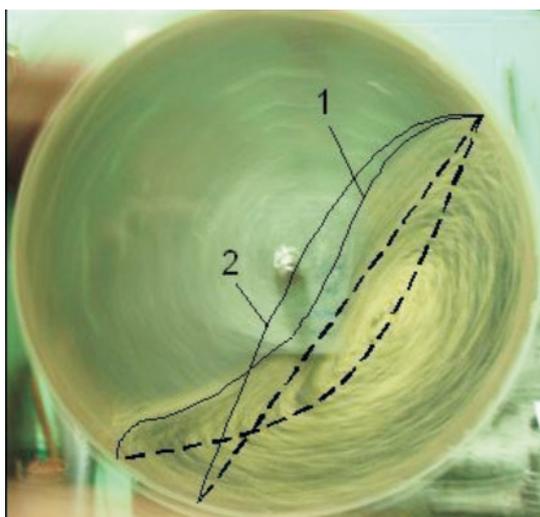


Рис. 4. Сравнение расчета и эксперимента

При экспериментальных исследованиях движения сыпучего материала осуществлялась фотосъемка смеси семян чечевицы и проса (средние диаметры частиц

(18), (21) необходимо определить полудлину линии обрушения a . Ее можно найти из условия сохранения объема смеси, приходящегося на единицу длины барабана:

$$V_{смеси} = V^T(a) + V^o(a), \quad (22)$$

где $V^T(a)$ – объем области транспортирования; $V^{обp}(a)$ – объем области активного смешивания. Величина $V^T(a)$ равна площади кругового сегмента

$$V^T(a) = R^2 \arcsin\left(\frac{a}{R}\right) - a\sqrt{R^2 - a^2}, \quad (23)$$

а $V^{обp}(a)$ определяется интегралом:

ние (22) с учетом (23) и (24) принимает вид:

которых составляли 3,5 и 2,5 мм соответственно) в барабанном смесителе радиусом $R = 115$ мм. По фотографиям определялось положение свободной поверхности циркулирующих сыпучих компонентов, а также граница областей их характерного поведения. На рис. 4 показана фотография поперечного сечения барабанного смесителя, вращающегося с угловой скоростью $\omega = 4$ рад/с. На нее нанесены экспериментальная (1) и расчетная (2) линии свободной поверхности, а также линии раздела областей характерного поведения (пунктиром). Сопоставление линий 1 и 2 свидетельствует об их удовлетворительном совпадении в верхней части зоны активного смешивания. Наблюдаемые расхождения объясняются тем, что в предлагаемой модели не учитываются характерные для сыпучих сред эффекты локальной неравновесности, приводящие к наличию в этих средах конечных касательных напряжений при отсутствии сдвига слоев, которые и обуславливают сложную форму линии обрушения. Вместе с тем, как показывают результаты натуральных и численных экспериментов, описание процесса смешивания сыпучих материалов на основе данной простой мо-

дели движения оказывается более адекватным, чем описание этого процесса без учета структуры поля скоростей в области активного смешивания [1, 4, 6].

Таким образом, в работе проведено исследование движения сыпучего материала в смесителе гравитационно-пересыпного действия, определена форма его свободной поверхности и найдено поле скоростей частиц. Полученные результаты могут быть использованы для построения математических моделей процессов смешивания, необходимых для разработки надежных методов инженерного расчета смесителей гравитационно-пересыпного действия.

Список литературы

1. Королев Л.В., Таршис М.Ю. Исследование процессов смешивания и сегрегации сыпучих материалов в устройствах гравитационно-пересыпного действия // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 2008. – Т. 51, № 8. – С. 70–71.
2. Першин В.Ф., Однолко В.Г., Першина С.В. Переработка сыпучих материалов в машинах барабанного типа. – М.: Машиностроение, 2009. – 220 с.
3. Таршис М.Ю., Королев Л.В., Зайцев А.И. Теория и принципы моделирования процесса смешивания сыпучих материалов и создания устройств с гибкими элементами для его реализации: монография. – Ярославль: Изд-во ЯГТУ, 2011. – 100 с.
4. Королев Л.В., Таршис М.Ю. Приготовление плотных сыпучих смесей в устройстве гравитационно-пересыпного действия методом прямой подачи мелкой фракции в поток обрушения // Современные проблемы науки и образования. – М.: ИД «Академия естествознания», 2008. – № 3. – С. 116–121.
5. Селиванов Ю.Т., Першин В.Ф. Расчет и проектирование циркуляционных смесителей сыпучих материалов без

внутренних перемешивающих устройств. – М.: Изд-во «Машиностроение-1», 2004 – 120 с.

6. Prigozhin L. Radial mixing and segregation of a binary mixture in a rotating drum: Model and experiment / L. Prigozhin, H. Kalman // Phys. Rev. E 57. – 1998. – P. 2073–2080.

References

1. Korolev L.V. Investigation of the processes of mixing and segregation of granular materials in devices gravitational action Overflow / L.V. Korolev, M.Ju. Tarshis // Izv. vuzov. Him. i him. tehnolog. 2008. T. 51, no. 8. pp. 70–71.
2. Pershin V.F., Odolko V.G., Pershina S.V. Processing machines for bulk materials in the drum type. M.: Mashinostroenie, 2009. 220 p.
3. Tarshis M.Yu., Korolev L.V., Zajcev A.I. Theory and modeling principles of mixing bulk materials and creation of devices with flexible elements for its implementation: Monograph, Jaroslavl: izd-vo YGTU, 2011. 100 p.
4. Korolev L.V., Tarshis M.Y. Prigotovlenie plotnyh sy-puchih smesej v ustrojstve gravitacionno-peresy-pnogo dejstvija metodom prjamoj podachi melkoj frakcii v potok obrushenija // Sovremennye problemy nauki i obrazovanija. M.: ID «Akademija estestvoznaniya», 2008. no. 3. pp. 116–121.
5. Selivanov Y.T., Pershin V.F. Calculation and design of circulation mixers bulk materials without internal mixing devices. M.: Izdatel'stvo «Mashinostroenie-1». 2004 120 p.
6. Prigozhin L. Radial mixing and segregation of a binary mixture in a rotating drum: Model and experiment / L. Prigozhin, H. Kalman // Phys. Rev. E 57. 1998. pp. 2073–2080.

Рецензенты:

Бачурин В.И., д.ф.-м.н., профессор, Ярославский филиал Московского института инженеров транспорта (университет), г. Ярославль;

Мурашов А.А., д.т.н., профессор, Ярославский филиал Московской финансово-юридической академии, г. Ярославль.

Работа поступила в редакцию 21.03.2014.