

УДК 519:7

АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НЕЧЕТКОЙ ПРОЦЕДУРЫ КОМПЛЕКСНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ОБЪЕКТОВ РАЗЛИЧНОЙ ПРИРОДЫ

Алексеев А.О., Калентьева А.С., Вычегжанин А.В., Климец Д.В.

ФГБОУ ВПО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет»,
Пермь, e-mail: alekseev.real@gmail.com

В статье описаны алгоритмические основы известной процедуры нечеткого комплексного оценивания объектов различной природы. На основе описанных алгоритмов могут быть созданы прикладные программные продукты, или они могут быть реализованы на базе электронных таблиц, входящих в состав стандартных офисных программ, например, MS Excel, что делает данные технологии комплексного оценивания более доступными для исследователей, занимающихся проблемами многокритериальной оптимизации и принятия решений в задачах многокритериального выбора. Процедура нечеткого комплексного оценивания осуществляется посредством последовательной свертки аргументов, соответствующих характеристикам, описывающим объект оценивания. Логические правила комплексного оценивания аргументов записываются в виде матриц свертки. Для оценивания аргументов свертки в виде модальных суждений экспертов используется теория нечетких множеств, следовательно, матрица свертки также представима в виде нечеткого множества. Используя принцип обобщения Заде применительно к матрице свертки в нечетком виде, результат комплексного оценивания можно представить в виде традиционного нечеткого множества. Поскольку для выполнения теоретико-множественных операций над нечеткими множествами могут применяться различные подходы, в работе приводятся основные подходы к операциям пересечения и объединения нечетких множеств, из которых операцию пересечения рекомендуется выполнять путем умножения значений функций принадлежности, а операцию объединения – суммы. Данная рекомендация относится к описанной процедуре нечеткого комплексного оценивания.

Ключевые слова: многокритериальные задачи, матричные свертки, нечеткие множества, процедура нечеткого комплексного оценивания, алгоритмы

ALGORITHMIC BASICS OF FUZZY PROCEDURE OF INTEGRATED ASSESSMENT OF DIFFERENT NATURE OBJECTS

Alekseev A.O., Kalentyeva A.S., Vychezhzhanin A.V., Klimets D.V.

Perm national research polytechnic university, Perm, e-mail: alekseev.real@gmail.com

The algorithmic basics of fuzzy procedure of integrated assessment of different nature objects are considered in the article. The algorithms described can be basic to the applied software products, or they can be realized on the base of spreadsheets included in default software packages, e.g. MS Excel, which makes these integrated assessment technologies more available for researchers being engaged in multicriteria optimization problems and decision-making in multicriteria choice challenges. The fuzzy procedure of integrated assessment is performed through the gradual convolution of arguments, which are appropriate for characteristics describing the object of assessment. Logical rules of argument integrated assessment is written as a convolution matrix. In order to assess convolution arguments as modal expert estimates, a fuzzy-set theory is used, so that, the convolution matrix can be written as a fuzzy set. Using a Zade's principle of generalization, with regard to the convolution matrix as a fuzzy set, the output of the integrated assessment can be written as a conventional fuzzy set. Since different approaches can be used to perform set-theoretical operations on fuzzy sets, the paper describes main approaches to operations of intersection and combination of fuzzy sets, of which intersection operation should be performed by multiplying membership function values, and combination operation – by summing. This recommendation is related to the above fuzzy procedure of integrated assessment.

Keywords: multicriteria problem, matrix convolutions, fuzzy sets, fuzzy integrated assessment procedure, algorithms

Для решения задач многокритериальной оптимизации и принятия решений в задачах многокритериального выбора применяются различные механизмы комплексного оценивания, предназначенные для агрегирования разнородной информации об объектах сопоставления в единый комплексный (интегральный) показатель. Наличие комплексного показателя позволяет ранжировать любые объекты на всей области определения характеристик, описывающих данные объекты, и определять степень преимущества (недостатка) некоторого объекта перед другими. Это обстоятельство делает возможным описание процедуры выбора (принятия решения) субъекта и обоснова-

ния субъектно-оптимальных решений в задачах управления.

Для комплексного оценивания объектов различной природы, описываемых набором характеристик, являющихся по отношению друг к другу гетерогенными, могут использоваться взвешенные уравнения, к которым относятся квалиметрические модели (см., например [6]) модели, предлагаемые в теории важности критериев (см., например [12]). Адекватность данных методов в первую очередь зависит от корректности выбора взвешенных коэффициентов, определяющих важность отдельных критериев. Обзор методов определения коэффициентов важности приводится в работе [3].

В качестве альтернативного подхода к комплексному оцениванию может выступить известный в теории активных систем [4] механизм комплексного оценивания, основанный на деревьях целей (критериев) и бинарных матриц свертки частных критериев. В работе [15] описаны функциональные возможности, которые появляются у матричных механизмов комплексного оценивания, основанных на процедуре нечеткого комплексного оценивания. Матричная процедура нечеткого комплексного оценивания впервые была предложена в работе [2]. Развитие механизмов нечеткого комплексного оценивания описано в работе [1].

Матричные механизмы комплексного оценивания получили широкое распространение в российской литературе [1, 2, 9, 13–15] и практике комплексного оценивания. По этой причине в анализе последних исследований и публикаций представлены преимущественно работы российских ученых, опубликованные на русском языке.

Несмотря на то, что на базе процедуры нечеткого комплексного оценивания, которая будет описана ниже, уже создан ряд программных продуктов класса ДЕКОН (см., например, [13]), изначально предназначенных для оценивания объектов недвижимости, из-за чего и было придумано их общее название, сокращено от «Дерево Комплексного Оценивания Недвижимости», данные технологии все же не получили широкого распространения в практике, что и определило цель данной статьи. Следует отметить, что сокращенное название класса программных продуктов сохранило привязку к объектам недвижимости, но все они реализованы как универсальные вычислительные комплексы, где могут оцениваться объекты самой различной природы.

Главной целью данной статьи является разработка алгоритмов процедуры нечеткого комплексного оценивания, доступных для реализации даже на базе электронных таблиц, входящих в состав стандартных офисных программ, например, MS Excel, что в конечном счете позволит сделать данную технологию комплексного оценивания более доступной для исследователей, занимающихся проблемами многокритериальной оптимизации и принятия решений в задачах многокритериального выбора.

Комплексное оценивание осуществляется посредством последовательной свертки аргументов, соответствующих характеристикам, описывающим объект оценивания.

Свертку пары аргументов можно представить в виде матрицы M размерностью $t \times t$, где t – максимальное значение шкалы комплексного оценивания. Для ком-

плексного оценивания, используя матричные свертки, целесообразно использовать шкалу оценивания $X = \{1, 2, 3, 4\}$, что делает размерность матрицы $M - 4 \times 4$ (рис. 1). Далее при описании алгоритмов процедуры нечеткого комплексного оценивания и самой процедуры будем полагать, что используется именно эта шкала, хотя в некоторых работах, например [5], используется шкала $\{1, 2, 3\}$, в других, например [11] – $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Эффективность четырехбалльной шкалы описан в работах [9, 14].

				X_i	
	m_{44}	m_{43}	m_{42}	m_{41}	4
	m_{34}	m_{33}	m_{32}	m_{31}	3
	m_{24}	m_{23}	m_{22}	m_{21}	2
	m_{14}	m_{13}	m_{12}	m_{11}	1
X_j	4	3	2	1	

Рис. 1. Матрица свертки размерностью 4×4 , образованная шкалами оценивания аргументов свертки

Элементы матрицы свертки m_{ij} заполняются экспертно, где i и j номера строк и столбцов матрицы (см. рис. 1), соответственно. В общем случае элементы m_{11} и m_{44} полагаются инвариантными и равными 1 и 4, соответственно, так как при наихудшем состоянии сворачиваемых аргументов ($X_i = X_j = 1$) можно полагать, что свертка также будет описываться наихудшей оценкой ($m_{11} = 1$), во втором случае ($X_i = X_j = 4$) наилучшей ($m_{44} = 4$).

В общем случае аргумент свертки и элементы матрицы M могут быть заданы экспертом (группой экспертов) как дискретными значениями шкалы, что соответствует тому, что объект однозначно интерпретируется, а составные правила вывода в матрице формализуются в виде категорических суждений [7], так и значениями непрерывной шкалы, что соответствует модальным суждениям [7], которые можно формализовать, используя теорию нечетких множеств [8].

Под нечетким множеством понимается совокупность пар X/μ_x , в данном случае состоящих из дискретных значений оценок используемой шкалы $X = \{1, 2, 3, 4\}$ и значений функции принадлежности μ_x (рис. 2), под которыми можно понимать степень уверенности эксперта в том, что оцениваемый объект описывается оценкой X с соответствующей ей интерпретацией.

Если каждый аргумент свертки представить в виде нечетких множеств, то матрица свертки M может быть также представлена в виде нечеткого множества (рис. 3).

Для определения одного значения функции принадлежности, соответствующей

элементу матрицы, необходимо использовать теоретико-множественную операцию пересечения, в соответствии с принципом обобщения Заде [8], который в общем случае для двух произвольных нечетких множеств \tilde{A} и \tilde{B} записывается следующим образом (1):

$$\tilde{A} \cap (\cup) \tilde{B} = \{x_i / \mu_{i_A} \cap (\cup) \mu_{i_B}\}, \quad (1)$$

где x_i – элемент носителей нечетких множеств \tilde{A} и \tilde{B} , μ_{i_A}, μ_{i_B} значения функций принадлежности элемента x_i нечеткому множеству \tilde{A} и \tilde{B} , соответственно, $\cap (\cup)$ – операция пересечения (объединения). Согласно процедуре нечеткого комплексного оценивания теоретико-множественную опе-

рацию объединения необходимо выполнять для элементов матрицы свертки, имеющих одинаковые значения, которые образуют носитель свертки в нечетком виде.

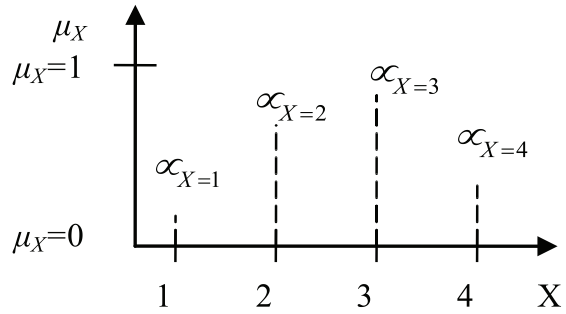


Рис. 2. Модель представления аргумента свертки или свертки в виде нечеткого множества

\tilde{X}_i					\tilde{X}_j
	$m_{44} / \alpha_{X_i=4}; \alpha_{X_j=4}$	$m_{43} / \alpha_{X_i=4}; \alpha_{X_j=3}$	$m_{42} / \alpha_{X_i=4}; \alpha_{X_j=2}$	$m_{41} / \alpha_{X_i=4}; \alpha_{X_j=1}$	$4 / \alpha_{X_i=4}$
	$m_{34} / \alpha_{X_i=3}; \alpha_{X_j=4}$	$m_{33} / \alpha_{X_i=3}; \alpha_{X_j=3}$	$m_{32} / \alpha_{X_i=3}; \alpha_{X_j=2}$	$m_{31} / \alpha_{X_i=3}; \alpha_{X_j=1}$	$3 / \alpha_{X_i=3}$
	$m_{24} / \alpha_{X_i=2}; \alpha_{X_j=4}$	$m_{23} / \alpha_{X_i=2}; \alpha_{X_j=3}$	$m_{22} / \alpha_{X_i=2}; \alpha_{X_j=2}$	$m_{21} / \alpha_{X_i=2}; \alpha_{X_j=1}$	$2 / \alpha_{X_i=2}$
	$m_{14} / \alpha_{X_i=1}; \alpha_{X_j=4}$	$m_{13} / \alpha_{X_i=1}; \alpha_{X_j=3}$	$m_{12} / \alpha_{X_i=1}; \alpha_{X_j=2}$	$m_{11} / \alpha_{X_i=1}; \alpha_{X_j=1}$	$1 / \alpha_{X_i=1}$
	$4 / \alpha_{X_j=4}$	$3 / \alpha_{X_j=3}$	$2 / \alpha_{X_j=2}$	$1 / \alpha_{X_j=1}$	

Рис. 3. Матрица свертки M, где аргументы свертки и элементы матрицы представлены в виде нечетких множеств

Алгоритм операции пересечения нечетких множеств в процедуре нечеткого комплексного оценивания представлен на рис. 4. Алгоритм операции объединения нечетких множеств в процедуре нечеткого комплексного оценивания представлен на рис. 5.

Существует два традиционных подхода к теоретико-множественным операциям объединения и пересечения над нечеткими множествами: максиминный (2)–(3) и вероятностный (4)–(5) подходы, которые сам Л. Заде называл «жесткими» и «мягкими» [8] соответственно и не исключал возможности применения любого из них:

$$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \{x_i / \mu_{i_A}\} \cap \{x_i / \mu_{i_B}\} = \{x_i / \min(\mu_{i_A}; \mu_{i_B})\}; \quad (2)$$

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \{x_i / \mu_{i_A}\} \cup \{x_i / \mu_{i_B}\} = \{x_i / \max(\mu_{i_A}; \mu_{i_B})\}; \quad (3)$$

$$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \{x_i / \mu_{i_A}\} \cap \{x_i / \mu_{i_B}\} = \{x_i / \mu_{i_A} \cdot \mu_{i_B}\}; \quad (4)$$

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \{x_i / \mu_{i_A}\} \cup \{x_i / \mu_{i_B}\} = \{x_i / \mu_{i_A} + \mu_{i_B} - \mu_{i_A} \cdot \mu_{i_B}\}. \quad (5)$$

Следует отметить, что по аналогии с теорией вероятностей [10], в случае несвязных событий, вероятность наступления которых определяется простой суммой

вероятностей этих событий, можно сформулировать еще один подход к теоретико-множественной операции объединения нечетких множеств:

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \{x_i / \mu_{i_A}\} \cup \{x_i / \mu_{i_B}\} = \{x_i / \mu_{i_A} + \mu_{i_B}\}. \quad (6)$$



Рис. 4. Алгоритм операции пересечения нечетких множеств в процедуре нечеткого комплексного оценивания

После выполнения нечеткого комплексного оценивания, используя любой подход к теоретико-множественным операциям, свертка будет представлять собой не матрицу в нечетком виде, а обычное нечеткое множество, носителем которого бу-

дет шкала комплексного оценивания. Для представления результата свертки в виде числа, принадлежащего множеству действительных чисел, в работах [9, 14, 15] предлагается использовать уравнение центра тяжести:

$$\hat{X} = \sum_{o=1,4} X_o \cdot \mu_{X_o} / \sum_{o=1,4} \mu_{X_o} \mid X_o = o; \quad o = \overline{1,4}. \quad (7)$$

Авторами доказано, что, используя в процедуре нечеткого комплексного оценивания операцию пересечения (4) и объединения (6) (авторами данный подход предлагается называть аддитивно-мультипликативным), удастся матричную свертку на непрерывной области определения аргументов сделать монотонной и гладкой для стандартных функций свертки и кусочно-гладкой на всем множестве определения аргументов свертки, что позволяет расши-

рить применяемый набор инструментов исследования в задачах принятия многокритериальных решений и многокритериальной оптимизации.

В связи с вышесказанным авторы рекомендуют при создании прикладных программных комплексов использовать аддитивно-мультипликативный подход к теоретико-множественным операциям пересечения и объединения нечетких множеств, так как такой подход не обладает по-

грешностями процедуры нечеткого комплексного оценивания или реализовать все подходы (2)–(6) с возможностью их выбора.

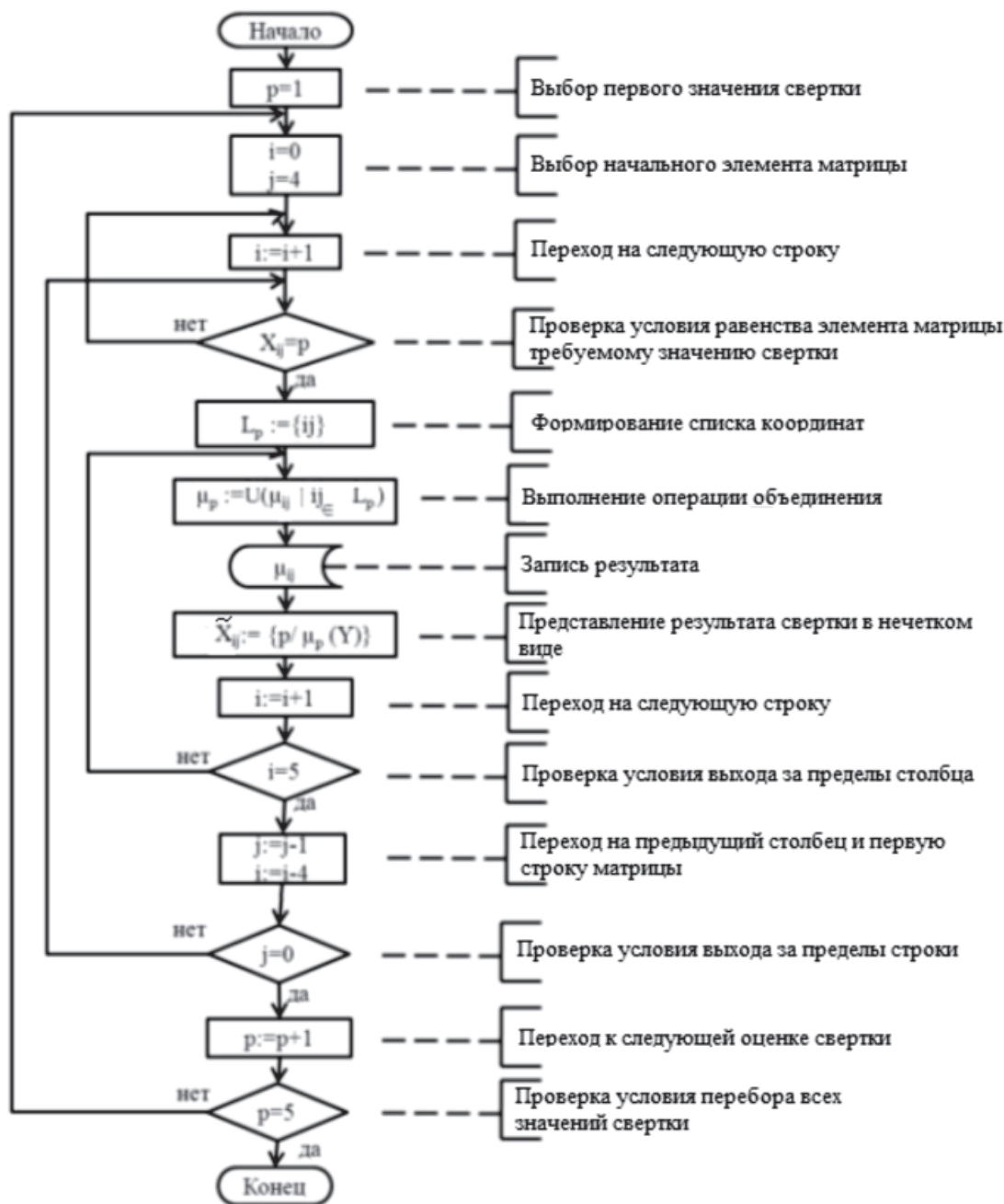


Рис. 5. Алгоритм операции объединения нечетких множеств в процедуре нечеткого комплексного оценивания

Статья подготовлена при финансовой поддержке Пермского национального исследовательского политехнического университета.

Список литературы

1. Алексеев А.О., Галиаскаров Э.Р. Развитие механизмов нечеткого комплексного оценивания // Управление большими системами: труды VIII Всероссийской школы-конференции

рекции молодых ученых, г. Магнитогорск, 25-27 мая 2011 г. // Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова [и др.]. – М.: ИПУ РАН, 2011. – С. 78–83.

2. Андроникова Н.Г., Леонтьев С.В. Новиков Д.А. Процедуры нечеткого комплексного оценивания / Современные сложные системы управления: труды международной научно-практической конференции. – Липецк: ЛГТУ, 2002., 12–14 марта. – С. 7–8.

3. Анохин А.М., Глотов В.А., Павельев В.В., Черкашин А.М. Методы определения коэффициентов важности

критериев // Автоматика и телемеханика. – 1997. – № 8. – С. 3–35

4. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. – М.: Синтег, 1999. – 128 с.

5. Бурков В.Н., Новиков Д.А., Щепкин А.В. Механизмы управления эколого-экономическими системами / под ред. академика С.Н. Васильева – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2008. – 244 с.

6. Варжапетян А. Г. Квалиметрия: учебное пособие / СПбГУАП. – СПб., 2005. – 176 с.: ил.

7. Дискретная математика и математическая логика: учебник / Ю.А. Аляев, С.Ф. Тюрин. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 368 с.

8. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений: пер. Н.И. Ринго; под ред. Н.Н. Моисеева и С.А. Орловского. – М.: Изд-во «МИР», 1976. – 167 с.

9. Интеллектуальные технологии обоснования инновационных решений: монография / В.А. Харитонов [и др.]; под ред. В.А. Харитонova. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2010. – 342 с.

10. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007. – 573 с.

11. Павельев В.В. Структурная идентификация целевой функции в задачах выбора многопараметрических объектов / Идентификация систем и задач управления SICPRO-12: труды IX Международной конференции, г. Москва, 30 января – 2 февраля 2012 г., – М.: ИПУ РАН, 2012. – С. 783–791

12. Подиновский В. В. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. – М.: Физматлит, 2007. – 64 с.

13. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2009610220. Автоматизированная система оперативного исследования моделей объектов комплексного оценивания: заявка № 2008615128 от 05.11.2008 РФ / А.А. Бельх, В.А. Харитонов, Р.Ф. Шайдулин (РФ) – Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 11.01.2009 г. (РФ).

14. Технологии современного менеджмента / В.А. Харитонов, А.А. Бельх; под науч. ред. В.А. Харитонova – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2007. – 190 с.

15. Харитонов В.А., Винокур И.Р., Бельх А.А. Функциональные возможности механизмов комплексного оценивания с топологической интерпретацией матриц свертки // Управление большими системами. Вып. 18. – М.: ИПУ РАН, 2007. – С. 129–140.

References

1. Alekseev A.O., Galiaskarov Je.R. *Razvitie mehanizmov nechetkogo kompleksnogo ocenivaniya* [Development of fuzzy integrated assessment mechanisms] *Upravlenie bol'shimi sistemami: trudy VIII Vserossijskoj shkoly-konferencii molodyh uchennyh, g. Magnitogorsk 25–27 maja 2011 g.* (proc. VIII-th Russian school-conference of young scientists «Control of large systems», Magnitogorsk city, may 25–27 2011, Control science institute of Russian academy of sciences and others). Moscow, Publ. of Control science institute of Russian academy of sciences, 2011. pp. 78–83.

2. Andronikova N.G., Leont'ev S.V., Novikov D.A. *Procedury nechetkogo kompleksnogo ocenivaniya* [Fuzzy integrated assessment procedures] *Trudy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii «Sovremennye slozhnye sistemy upravlenija».* (Proc. int. conf. «Modern difficult control systems», Lipeck city, Lipeckiy state technical university, march 12-14 2002), 2002. pp. 7–8.

3. Anohin A.M., Glotov V.A., Pavel'ev V.V., Cherkashin A.M. *Metody opredelenija koeficientov vazhnosti kriteriev* [Determination methods of criteria importance coefficients]. *Avtomatika i telemekhanika.* 1997. no. 8. pp. 3–35

4. Burkov V.N., Novikov D.A. *Teorija aktivnyh sistem: sostojanie i perspektivy* [Theory of active systems: state and prospects]. Moscow: Sinteg Publ., 1999. 128 p.

5. Burkov V.N., Novikov D.A., Shhepkin A.V. *Mehanizmy upravlenija jekologo-jekonomicheskimi sistemami pod red. akademika S.N. Vasil'eva* [Control mechanisms of ecology-economical systems under supervision of academician S. N. Vasilyev]. Moscow. Publ. «Izdatel'stvo fiziko-matematicheskoy literatury», 2008. 244 p.

6. Varzhapetjan A.G. *Kvalimetrija: Uchebnoe posobie* [Qualimetry: Workbook], Saint Petersburg. Publ. of Saint Petersburg state university of aerospace instrumentation, 2005. 176 p.

7. Ju A., Aljaev S.F. *Tjurin Diskretnaja matematika i matematicheskaja logika* [Discrete mathematics and mathematical logics]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 2006. 368 p.

8. Zade L. *Ponjatielingvisticheskoperemennoj i ego primenenie k prinjatijupriblizhennyhreshenij* [The concept of a linguistic variable and its application to the making of approximate decisions]. Moscow, MIR Publ., 1976. 167 p.

9. Haritonov V.A. [and others] *Intellektual'nye tehnologii obosnovaniya innovacionnyh reshenij pod red. V.A. Haritonova* [Intelligent technologies of justification of innovative decisions under supervision by V.A. Kharitonov]. Perm. Publ. of Perm state technical university, 2010. 342 p.

10. Kremer N.Sh. *Teorija verojatnostej i matematicheskaja statistika: Uchebnik dlja vuzov* [Probability theory and mathematical statistics]. Moscow, JuNITI-DANA Publ., 2007. 573 p.

11. Pavel'ev V.V. *Strukturnaja identifikacija celevoj funkcii v zadachah vybora mnogoparametricheskikh ob'ektov* [Structure identification of the goal function problems of selection of multiparameter plants]. *Identifikacija sistem i zadach upravlenija SICPRO-12* (Proc. of IX int. conf. «System Identification and Control Problems» SICPRO-12, Moscow, January 30 – February 2, 2012), Moscow, Publ. of Control science institute of Russian academy of sciences, 2012. pp. 783–791.

12. Podinovskij V. V. *Vvedenie v teoriju vazhnostikriteriev v mnogokriterial'nyh zadachah prinjatija reshenij* [[Introduction to the theory of criteria importance in the multicriteria challenges of decision-making]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2007. 64 p.

13. Certificate of state registration of computer programs № 2009610220. 11.01.2009 *Avtomatizirovannaja sistema operativnogo issledovanija modele job#ektov kompleksnogo ocenivaniya* [Automatic system for operative research of integrated assessment models] A.A. Belyh, V.A. Haritonov, R.F. Shajdulin (RU).

14. Haritonov V.A., Belyh A.A. *Tehnologii sovremennogo menedzhmenta pod nauch. red. V. A. Haritonova* [Technologies of contemporary management under scientific supervision by V.A. Kharitonov]. Perm: Publ. of Perm state technical university, 2007. 190 p.

15. Haritonov V.A., Vinokur I.R., Belyh A.A. *Funkcional'nye vozmozhnosti mehanizmov kompleksnogo ocenivaniya s topologicheskoy interpretaciej matric svertki* [Functional abilities of integrated assessment mechanisms with a topological interpretation of matrix convolutions]- *Upravlenie bol'shimi sistemami*, 2007, Vol. 18. Moscow, Publ. of Control science institute of Russian academy of sciences, pp. 129–140. available at: www.ubs.mtas.ru.

Рецензенты:

Столбов В.Ю., д.т.н., профессор, декан факультета прикладной математики и механики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь;

Федосеев С.А., д.т.н., доцент, генеральный директор ЗАО «Геликон Про», г. Пермь.
Работа поступила в редакцию 18.02.2014.