

УДК 691.342:519.87:576.8

## ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ БИОКОРРОЗИИ ПОЛИМЕРБЕТОНОВ

**Ерофеев В.Т., Федорцов А.П., Богатов А.Д., Федорцов В.А.**

*ФГБОУ ВПО «Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева»,  
Саранск, e-mail: bogatovad@list.ru*

В статье приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований поведения полимербетонных конструкций при воздействии на них биологически активных сред. Экспериментальные исследования свидетельствуют, что процессы разрушения композитов при биологическом воздействии проходят подобно процессам химического разрушения, только в этом случае следует учитывать характер взаимодействия микроорганизмов с компонентами материала. Если последние не являются источником питания для микроорганизмов и обрастания вызваны лишь внешними загрязнениями, то к обычным уравнениям химической деградации добавляются уравнения развития биомассы. Предложено для установления разрушения композита в условиях воздействия микроорганизмов, как и в случае химической деградации, определять распределение диффундирующих микроорганизмов и продуктов их метаболизма в объеме изделия. Таким образом, в основе определения функций, с помощью которых можно прогнозировать изменение прочности полимербетонных конструкций при воздействии на них биологически активных сред лежат решения уравнений массопереноса и химических реакций.

**Ключевые слова:** полимербетон, биологическое сопротивление, микроорганизмы, продукты метаболизма, массоперенос, диффузия

## BASES OF MATHEMATICAL MODELLING BIOCORROSION POLIMER-CONCRETE

**Erofeev V.T., Fedortsov A.P., Bogatov A.D., Fedortsov V.A.**

*Mordovian state university of N. P. Ogarev, Saransk, e-mail: bogatovad@list.ru*

Results of theoretical and pilot studies of behavior polymer-concrete are given in article at impact on them of biologically active environments. Pilot studies testify that processes of destruction of composites at biological influence take place like processes of chemical destruction, only in this case it is necessary to consider nature of interaction of microorganisms with material components. If the last aren't the power supply for microorganisms and their existence are caused only by external pollution, the biomass development equations are added to the usual equations of chemical degradation. It is offered for establishment of destruction of a composite in the conditions of influence of microorganisms, as well as in case of chemical degradation, to define distribution the getting of microorganisms and products of their metabolism in volume of a product. Thus, at the heart of definition of functions by means of which it is possible to predict change of durability of polymer-concrete at impact on them of biologically active environments solutions of the equations of a mass transfer and chemical reactions lie.

**Keywords:** polimer-concrete, biological resistance, microorganisms, metabolism products, mass transfer, diffusion

В зданиях с агрессивными средами долговечную работу строительных конструкций могут обеспечить полимерные композиционные материалы, которые используются в качестве связующих при изготовлении полимербетонных конструкций или в качестве защитных покрытий по различным поверхностям. Основное преимущество полимербетонных конструкций – высокое химическое сопротивление. Они обладают длительной стойкостью в большинстве агрессивных сред: кислотах, щелочах, растворителях, маслах, нефтепродуктах, сточных водах. Известно, что полиэфирные полимербетоны особо стойки к действию окислителей – концентрированных кислот (азотной, серной, хромовой и их смесей), эпоксидные характеризуются высокой стойкостью в щелочных средах, ацетоноформальдегидные устойчивы в маслах и минерализованных водах, стойкость карбамидных материалов более универсальна,

однако ее показатели значительно ниже по сравнению с фурановыми композитами [1].

Химическая стойкость полимербетонных конструкций высокая, но не абсолютная. В процессе эксплуатации в агрессивных средах происходит медленное снижение их прочности, изменяются и другие свойства. Химическая деструкция протекает с разрывом химических связей и сопровождается изменением молекулярной массы полимера [12]. При химической деструкции могут происходить следующие превращения: разрыв основной цепи макромолекул в полимере, приводящий к уменьшению степени полимеризации; деполимеризация, заключающаяся в отщеплении молекул мономера от концов макромолекулы; превращение группы атомов в составе макромолекулы при сохранении исходной степени полимеризации; сшивание, сопровождающееся образованием химических связей между макромолекулами

[1, 12]. Темп потери прочности КСМ в агрессивных средах зависит от их температуры, концентрации и длительности воздействия, параметров проницаемости полимербетона, размеров и формы изделий.

Экспериментальные исследования свидетельствуют, что процессы разрушения композитов при биологическом воздействии проходят подобно процессам химического разрушения, только в этом случае следует учитывать характер взаимодействия микроорганизмов с компонентами материала. Если последние не являются источником питания для микроорганизмов и обрастания вызваны лишь внешними загрязнениями, то к обычным уравнениям химической деградации добавляются уравнения развития биомассы [3, 7, 8, 17]. Таким образом, чтобы установить разрушение композита в условиях воздействия микроорганизмов, необходимо, как и в случае химической деградации, определить распределение диффундирующих микроорганизмов и продуктов их метаболизма в объеме изделия.

Практическое значение имеют теоретические и экспериментальные исследования поведения строительных материалов при воздействии биологических сред в оптимальных для роста микроорганизмов условиях, когда происходит максимальное выделение продуктов метаболизма (ферментов) и более быстрая деградация материалов. Уравнение биосинтеза ферментов на полимерных субстратах, согласно [4] имеет следующий вид:

$$[E] = X \cdot \mu_E - \{[E]_S + 0,1 [E]_a\} J_n, \quad (1)$$

где  $X$  – биомасса микроорганизмов в единице объема;  $\mu_E$  – удельная скорость биосинтеза;  $[E]_S$  – равновесная концентрация ферментов в среде, т.е. не связанная с субстратом;  $[E]_a$  – концентрация адсорбированных субстратом ферментов;  $J_n$  – удельная скорость инактивации ферментов.

Рост микроорганизмов подчиняется следующему уравнению [8]:

$$X = \bar{X} (\mu_x - A_x), \quad (2)$$

где  $\bar{X}$  – предельная критическая биомасса;  $\mu_x$  и  $A_x$  – соответственно удельные скорости роста биомассы и отмирания клеток.

Величина  $[E]_a$  согласно [2] определяется при комбинировании уравнений баланса ферментов и изотермы адсорбции Лангмюра:

$$[E] = [E]_S + [E]_a; \quad (3)$$

$$\frac{[E]_a}{E_1} = \frac{S \cdot [E]_S}{K_E + [E]_S}. \quad (4)$$

В этих уравнениях  $[E]$  – общая концентрация фермента;  $E_1$  – величина предельной адсорбции фермента;  $S$  – площадь поверхности субстрата;  $K_E$  – константа адсорбции фермента.

Подстановка  $[E]$  из (3) в (4) приводит к квадратному уравнению, решение которого дает

$$[E]_a = 0,5 \{b - (b^2 - 4E_1 \cdot S[E])\}^{0,5}, \quad (5)$$

где  $b = E_1 \cdot S + K_E + [E]$ .

Очевидно, что концентрация адсорбированных полимерным субстратом ферментов не является постоянной величиной и находится в зависимости в любой момент времени от удельных скоростей роста биомассы и отмирания клеток, скоростей биосинтеза и инактивации ферментов. Кроме того, по уравнению (5) можно судить лишь о том, как меняется концентрация адсорбированных ферментов лишь на поверхности полимерного субстрата. Для полимерного же субстрата определенных размеров, например для полимербетонного изделия, в целях определения количества разрушенных связей в результате протекания взаимодействий, необходимо знать концентрации агрессивных сред (продуктов метаболизма и др.) в каждой точке тела в любой момент времени. Для чего необходимо решение уравнений массопереноса, чаще второго уравнения Фика (6), с заданными краевыми условиями, которые включают для решения конкретных задач граничные и начальные условия.

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad (6)$$

где  $c$  – концентрация агрессивной среды в точке тела в данный момент времени;  $t$  – время;  $D$  – коэффициент диффузии;  $x$  – координата точки.

Рассмотрим возможные граничные условия и определимся с теми из них, которые наиболее вероятно будут возникать на границе полимербетонного изделия при действии на него биологически активных сред. Принято классифицировать типы граничных условий на четыре разновидности [6].

Граничные условия первого рода состоят в задании температурного и концентрационного распределений на поверхности тела в любой момент времени  $t$ :

$$T_n(t) = \varphi T(t); C_n(t) = \varphi C(t), \quad (7)$$

где  $T$  – температура вещества;  $C$  – концентрация вещества;  $n$  – индекс, означающий поверхность тела.

В телах конечных размеров при  $T_n = \text{const}$  и  $C_n = \text{const}$  в результате постоянного выравнивания температура и концен-

трация вещества стремятся принять равные значения  $T_p = T_c$  и  $C_n = C_c$  по всему объему тела [12]. Наиболее доступной для экспериментального определения является  $C_c$ . Поэтому часто, а иногда и с приближением, применяют граничное условие первого рода в виде

$$C_c = \text{const.} \quad (8)$$

Граничные условия второго рода состоят в задании плотности потоков теплоты  $g_T$  или массы  $g_m$  в каждой точке поверхности тела как функции времени [12]:

$$g_T(t) = \varphi T(t); g_m(t) = \varphi m(t). \quad (9)$$

В простейшем случае плотности потоков теплоты и массы постоянны

$$g_T(t) = \text{const}; g_m(t) = \text{const.} \quad (10)$$

Граничные условия третьего рода состоят в задании температуры окружающей среды для температурных задач и закона теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой (например, при конвективном теплообмене).

Согласно закону Ньютона при конвективном теплообмене поток температуры через поверхность прямо пропорционален разности температур поверхности тела  $T_n$  и окружающей среды  $T_{o.c.}$ :

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_n = g_T(t) = \alpha [T_n(t) - T_c(t)], \quad (11)$$

где  $n$  – нормаль к поверхности.

Аналогичным образом записываются граничные условия при массообмене [12]:

$$D \left( \frac{\partial C}{\partial n} \right)_n - [\alpha_m C_n(t) - C_{o.c.}(t)] = 0, \quad (12)$$

где  $\alpha_m$  – коэффициент массообмена.

Граничные условия четвертого рода соответствуют идеальному контуру поверхностей двух тел. В этом случае

$$T_{n1} = T_{n2}; C_{n1} = C_{n2}, \quad (13)$$

где индексы 1 и 2 соответствуют поверхности первого и второго тела.

Помимо этого равенства, на границе контакта должно обеспечиваться равенство тепловых и диффузионных потоков

$$\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_1 = \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_2; \quad (14)$$

$$D \left( \frac{\partial C}{\partial n} \right)_1 = D \left( \frac{\partial C}{\partial n} \right)_2. \quad (15)$$

Аналитические решения дифференциальных уравнений переноса, как правило,

получают методом разделения переменных, методами мгновенных источников, с помощью функций Грина. Широкое распространение получили также операционные методы, основанные на преобразованиях Лапласа [5].

Для решения практических задач наибольшую трудность представляют не столько сами расчеты, сколько экспериментальное определение параметров уравнений. При этом необходимо учитывать, что свойства поверхностных слоев полимерных веществ несколько отличаются от свойств массива [5, 13]. Наличие поверхностного слоя в ряде случаев удается учесть введением некоторого эффективного коэффициента массоотдачи. Такой подход может быть рассмотрен для стационарных задач [12].

Выделим теперь результаты научных исследований о механизмах деструкции полимерных материалов при действии отдельных составляющих биологически активных сред. Известно, что микроорганизмы имеют развитие во влажной среде или воде.

Воздействие влаги на процесс разрушения материала неоднозначно: в одних случаях она как поверхностно-активное вещество ускоряет разрушение, в других, являясь хорошим растворителем, действует в качестве химически активной агрессивной среды.

Вода, обладая высокой проникающей способностью и полярностью, способствует ослаблению и разрушению фрикционных, ван-дер-ваальсовых, водородных и гидролитически нестойких связей через катион металла [9].

Основными продуктами метаболизма микроорганизмов являются кислоты и их водные растворы. Разрушительное воздействие первых на полимерные материалы обусловлено, во-первых, процессами переэтерификации и окислительными реакциями, а во-вторых, каталитическим влиянием ионов гидроксония на гидролиз. Кислые среды разрушают сложноэфирные связи [9]. Таким образом, очевидно, что в большинстве случаев агрессивными по отношению к полимербетонным изделиям будут являться водные растворы кислот различной концентрации.

Известно [10], что массоперенос в полимербетонах при действии на них жидких агрессивных сред, включая и растворы кислот, происходит при граничных условиях третьего рода и, в большей степени, его частным случаем – первого рода. Как ранее было сказано, граничное условие первого рода предполагают в задании концентрации на поверхности тела в любой момент времени  $t$ .

В случае действия биологически активных сред концентрация продуктов метаболизма на поверхности полимербетонных

изделий с течением времени будет возрастать до постоянной величины. Закономерности изменения концентрации будут определяться как свойствами внешней среды, так и материала. Очевидно, что и время, в течение которого устанавливается постоянная концентрация продуктов метаболизма на поверхности полимербетонных изделий, будет зависеть от их вида и внешней среды. Вместе с тем, если это время незначительно или если требуется создать при прогнозе запас прочности изделий, можно принять, что с самого начала действия биологически активной среды на поверхности материала устанавливается равновесная постоянная концентрация агрессивного вещества (продуктов метаболизма).

$$\frac{C(x, t) - C_o}{C_n - C_o} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp(-\mu_n^2 F_o), \quad (18)$$

где  $C(x, t)$  – концентрация агрессивной среды в любой момент времени  $t$  в точке  $x$ ;  $C_n$  – концентрация агрессивной среды на поверхности пластины, равновесная с окружающей средой;  $C_o$  – начальная концентрация агрессивной среды в пластине,  $A_n = \frac{2}{\mu_n} (-1)^{n+1}$ ;  $\mu_n = (2n-1)\frac{\pi}{2}$ ;  $F_o = \frac{Dt}{R^2}$  – критерий Фурье;  $R$  – половина толщины пластины.

Для определения распределения концентрации агрессивной среды в материале в начальное время ее действия ( $F_o < 0,1$ ) применяют решение уравнения (6) для полуграниченного тела при граничном условии первого рода ( $C_n = \text{const}$ ). Оно имеет вид

$$C(x, t) = C_n \left[ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \mu_n \frac{x}{R} \exp(-\mu_n^2 F_o) \right]; \quad (20)$$

$$C(x, t) = C_n \left[ 1 - \text{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{2Dt}} \right) \right]. \quad (21)$$

Зная распределение концентрации агрессивной среды в объеме полимербетонного изделия в любой момент времени  $t$  можно определить концентрацию разорванных связей за время  $t$ , применив при этом уравнение [11]:

$$\omega_x = \frac{dC_n}{dt} = K (C_n^o - C_n) C(x, t), \quad (22)$$

где  $\omega_x$  – скорость химической реакции,  $C_n$ ;  $C(x, t)$  – соответственно концентрации разорванных связей и агрессивной среды в точке тела в данный момент времени;  $C_n^o$  – концентрация связей в полимербетоне,

В настоящее время имеются решения уравнения (6) для тел различной формы при граничных условиях третьего и первого рода, удовлетворяющих массообмену полимербетонных поверхностей с окружающей средой [6, 12]. Так, для нахождения концентрационного поля внутри полимербетонных пластин, при начальном и граничных условиях

$$C(x, 0) = C_o, \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} C(+R, t) &= C_n = \text{const}, \\ C(-R, t) &= C_n = \text{const}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

применено выражение [15]

$$\frac{C_n - C(x, t)}{C_n - C_o} = \text{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right), \quad (19)$$

где  $\text{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right)$  – функция ошибок Гаусса.

Выражение (19) может быть получено также и при решении задачи для неограниченной пластины при тех же граничных условиях, когда имеют место малые значения критерия Фурье [6].

Если принять во внимание, что начальная концентрация агрессивной среды  $C_o = 0$ , то для определения концентрации среды в любой точке тела в момент времени  $t$  получим выражения

способных к разрыву;  $K$  – константа скорости распада химических связей.

В зависимости от соотношения между скоростью диффузии среды и скоростью химических превращений различают три области протекания процесса деструкции полимерного материала [16]:

- в первой области (внутренней кинетической) – процесс деструкции протекает практически однородно по всему объему материала и скорость диффузии среды значительно больше скорости химических реакций;

- во второй области (внешней диффузионно-кинетической) – процесс протекает

с диффузионным ограничением и происходит лишь в относительно тонком приповерхностном слое;

- в промежуточной между диффузионной и кинетической областями (внутренней диффузионно-кинетической) – процесс деструкции, зарождаясь на поверхности, распространяется вглубь полимерного композита.

Внутренняя кинетическая область реализуется для проницаемых, но химически стойких полимербетонов, для изделий небольших толщин, либо при длительном времени эксплуатации в агрессивной среде. Для случая когда концентрация связей полимербетона сравнима с концентрацией агрессивной среды и может заметно изменяться со временем, скорость распада связей, при условии неизменяемости концентрации среды, т.е. при  $C(x, t) = C_n = \text{const}$ , исходя из уравнения (22), может выразиться как

$$\frac{dC_n}{dt} = K_{\text{эф}}(C_n^o - C_n), \quad (23)$$

где  $K_{\text{эф}} = KC_{\Lambda}$  – эффективная константа разрыва связей.

Очевидно, что при деструкции полимербетона во внутренней кинетической области, когда реакция протекает с самого начала по всему объему материала с равной скоростью, концентрация разорванных связей  $C_n$  в любой момент времени в точках изделия также будет одинакова. Решая уравнение (23) относительно концентрации разорванных связей  $C_n$  после преобразования, получим

$$\frac{C_n^o - C_n}{C_n^o} = e^{-K_{\text{эф}}t}. \quad (24)$$

Так как  $C_n^o - C_n$  характеризует количество оставшихся связей, а  $C_n^o$  – количество первоначальных связей в единице объема материала, то отношение  $\frac{C_n^o - C_n}{C_n^o}$  будет характеризовать его химическую стойкость ( $Cm^x$ ).

Внешняя диффузионно-кинетическая область, которую иногда называют диффузионной областью [16], реализуется в условиях, которые благоприятствуют большей скорости реакции, чем диффузии. Процесс деструкции полимербетона протекает в поверхностном слое до полного его изменения. Реакционная зона со временем смещается вглубь изделия. Процесс разрушения материала полностью контролируется диффузией реакционных веществ среды. В этом случае в целях упрощения выражения, позволяющего определять количество разрушенных связей в материале  $C_n$ , прибе-

гают не к решению уравнения (22), а второго уравнения Фика (6) для области  $0 < x < a$  (задача Стефана) со следующими условиями [14, 16]:  $C = C_c$  при  $x = 0$ ,  $C = 0$  при  $x = a$ ,

$$D \frac{dc}{dx} \Big|_{x=a} = C_{\text{а.в}} \frac{da}{dt}, \quad (25)$$

где  $C$  – концентрация проникающей среды в части изделия с отработанными активными связями,  $a$  – координата зоны реакции;  $C_{\text{а.в}}$  – концентрация активного вещества полимербетонного изделия;  $C_c$  – равновесная концентрация агрессивной среды на поверхности изделия.

Процесс диффузии происходит в области с движущейся границей, на которой происходит быстрая химическая реакция. Координата фронта диффузии агрессивного реагента (продуктов метаболизма) в композите находится по формуле

$$a = K(\xi)\sqrt{Dt}, \quad (26)$$

где  $K(\xi)$  – характеристика (коэффициент), которая находится в зависимости от числового параметра  $\xi$ , определяемого свойствами среды и материала.

Для конкретного материала  $K(\xi)$  будет величиной постоянной и наряду с коэффициентом диффузии  $D$  будет определять во времени зону движения реакции. При прогнозировании глубины проникновения фронта реакции необходимо экспериментально за время  $t$  определить координату, а затем определить константу  $K(\xi)$  и  $\sqrt{D}$ , с помощью которой можно прогнозировать координату фронта за любой промежуток времени. Определив координату фронта диффузии (реакции), можно оценить потерю химических связей изделия, а соответственно, его химическую стойкость.

В случае же, если некоторые компоненты материала являются источниками питания, то в уравнение (26) необходимо вводить коэффициенты  $n$  и  $k_p$ , характеризующие соответственно концентрацию веществ, усваиваемых микроорганизмами, и константу скорости взаимодействия веществ с ними:

$$a = k(\zeta)\sqrt{Dt / n \cdot k_p}. \quad (27)$$

Скорость биокоррозии при гетерогенном диффузионном механизме деградации экспериментально можно дополнительно оценить по формуле

$$V = \frac{P_1 - P_2}{S \cdot t}, \quad (28)$$

где  $P_1$  и  $P_2$  – масса образца соответственно до и после испытаний;  $S$  – площадь всей поверхности образца.

В промежуточной между приведенными областями, во внутренней диффузионно-кинетической области, разрыв химических связей будет осуществляться неравномерно по объему изделия. Для определения концентрации разорванных связей в точках пластин в любой момент времени  $t$  решить уравнение (22) с последующим определением их среднего значения по выражению

$$\overline{C_n} = \frac{1}{R} \int_0^R C_n(x, t) dx. \quad (29)$$

Определив среднюю концентрацию разорванных связей в элементе  $\overline{C_n}$ , можно для определения их общего количества  $n_t$  записать

$$n_t = \overline{C_n} V_0, \quad (30)$$

где  $V_0$  – объем полимербетонного элемента.

Относительный показатель стойкости полимербетонов  $C_r^x$  при действии биологически активной среды, продукты которой вызывают химические реакции во внутренней диффузионно-кинетической (переходной) области, в общем случае можно определить выражением

$$C_r^x = \frac{n_0 - n_x}{n_0} = 1 - \delta_t^x, \quad (31)$$

применительно к параллелепипеду:

$$Q_t = Q_{\max} \left\{ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_n B_m \left[ -(\mu_n^2 K_1^2 + \mu_m^2 K_2^2) F_0 \right] \right\}, \quad (32)$$

где  $Q_t$  – количество среды, поглощенное за время  $t$ ;  $Q_{\max}$  – максимальное количество поглощенной среды;  $\mu_n = (2n-1)\frac{\pi}{2}$ ;  $\mu_m = (2m-1)\frac{\pi}{2}$ ;  $\mu_k = (2k-1)\frac{\pi}{2}$ ;  $B_n = \frac{2}{\mu_n^2}$ ;  $B_m = \frac{2}{\mu_m^2}$ ;  $B_k = \frac{2}{\mu_k^2}$ ;  $F_0 = \frac{Dt}{R^2}$  – число Фурье;  $R$  – обобщенный размер для бруса  $\frac{1}{R^2} = \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2}$ , для параллелепипеда

$$\frac{1}{R^2} = \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} + \frac{1}{R_3^2}, K_i = \frac{R}{R_i} (i = 1, 2, 3).$$

Таким образом, очевидно, что задача для бруса и параллелепипеда сводится к задаче о неограниченной пластине. Также это

где  $n_0 = C_n^0 V$  – первоначальное количество связей в полимербетоне;  $\delta_t^x$  – снижение показателя стойкости, вызванное химической реакцией.

При действии биологически активных сред снижение показателя стойкости может быть следствием не только разрыва и ослабления связей в результате химических реакций, но и физических воздействий. Следствиями физического воздействия среды могут быть: понижение прочности материала из-за адсорбционного эффекта, пластификации и набухания связующего вещества, уменьшения его массы (связей) в результате использования составляющих веществ композита в качестве питательной среды микроорганизмами. В этих случаях происходит снижение стойкости композита, вызванное физическим воздействием среды  $\delta_t^{\phi}$ , которое определяется количеством адсорбированной и поглощенной среды [15].

Для определения количества адсорбированной и поглощенной материалом биологически активной среды могут найти применение следующие выражения [6, 15]:

применительно к неограниченной пластине:

$$Q_t = Q_{\max} \left[ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-\mu_n^2 K_1^2) F_0 \right], \quad (32)$$

применительно к брусу:

$$Q_t = Q_{\max} \left\{ 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_n B_m \left[ -(\mu_n^2 K_1^2 + \mu_m^2 K_2^2) F_0 \right] \right\}, \quad (33)$$

относится и к определению концентрации агрессивной среды в точках бруса и параллелепипеда в любой момент времени, когда используется решение вида (20). Для значений Фурье  $\leq 0,1$  вычисление массосодержания по (32), (33) и (34) вызывает трудности ввиду того, что надо брать несколько, а иногда десятки и сотни членов ряда. В этом случае для прогнозирования массосодержания удобно пользоваться выражением [11].

$$Q_t = 2Q_{\max} \sqrt{\frac{F_0}{\pi}}. \quad (35)$$

Таким образом, в основе определения функций, с помощью которых можно прогнозировать изменение прочности полимербетонов, лежат решения уравнений массопереноса и химических реакций. Поскольку эти решения во многом определяются начальными и граничными усло-

виями, то возникает необходимость правильного их выбора. В данной работе в основе приняты граничные условия первого рода и их частный случай, когда на поверхности материала устанавливается сразу же постоянная концентрация агрессивной среды. В некоторых случаях развитие микроорганизмов и выделение продуктов метаболизма до максимально возможных количеств могут продолжаться длительное время. Очевидно, что тогда следует искать решение уравнений с граничными условиями, отражающими закономерности этих длительных изменений.

### Список литературы

1. Армополимербетон в транспортном строительстве / В.И. Соломатов, В.И. Клюкин, Л.Ф. Кочнева и др. – М.: Транспорт, 1979. – 232 с.
2. Гусаков А.В., Синицин А.П., Клесов А.А. Математическая модель ферментативного гидролиза целлюлозы препаратом гриба *Trichoderma longibrachiatum* в реакторе периодического действия // Прикладная биохимия и микробиология. – М., 1986. – Т. 22, Вып. 1. – С. 59–69.
3. Ерофеев В.Т. Каркасные строительные композиты: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – М., 1993. – 52 с.
4. Кинетика биоконверсии лигноцеллюлоз / Н.С. Мануковский, Н.С. Абросов, Л.П. Косолапова. – Новосибирск: Наука. Сиб. Отд-ние, 1990. – 112 с.
5. Липатов Ю.С. Физическая химия наполненных полимеров. – М.: Химия. – 314 с.
6. Лыков А. В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967. – 595 с.
7. Математическое моделирование процесса поражения полимерных материалов микромицетами / С.А. Семенов, М.А. Шафиров, В.Н. Воробьев и др. // Биохимические основы защиты промышленных материалов от биоповреждений. – Н.Новгород, 1991. – С. 33–37.
8. Первущин Ю.В., Бобров О.Г. Моделирование кинетики обрастания микроорганизмами полимерных материалов // Пластические массы. – 1990. – № 8. – С. 69–71.
9. Перлин С.М., Макаров В.Г. Химическое сопротивление стеклопластиков. – М.: Химия, 1983. – 184 с.
10. Соломатов В.И. Массоперенос в полимербетонах и мастиках / Конструктивные и химически стойкие полимербетоны: сб. науч. тр. – М.: Стройиздат, 1970. – С. 95–103.
11. Соломатов В.И. Сопротивление полимербетонов воздействию агрессивных сред / В.И. Соломатов, Ю.Б. Потапов, А.П. Федорцов // Изв. Вузov. Сер. Стр-во и архитектура. – 1981. – № 2. – С. 78–80.
12. Степанов Р.Д., Шленский О.Д. Расчет на прочность конструкций из пластмасс, работающих в жидких средах. – М.: Машиностроение, 1981. – 136 с.
13. Тагер А.А. Физикохимия полимеров. – 3-е изд. – М.: Химия, 1978. – 246 с.
14. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
15. Федорцов А.П. Исследование химического сопротивления и разработка полиэфирных полимербетонов стойких к электролитам и воде: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Л., 1981. – 20 с.
16. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. – М.: Наука. 1967. – 491 с.
17. Jwerson W.P. Mechanism of microbial corrosion. Biodeterioration of Materials/ Univ. of Aston in Birmingham. – 1978. – 28 p.

### References

1. Armopolimerbeton v transportnom stroitel'stve / V.I. Solomatov, V.I. Kljukin, L.F. Kochneva i dr. M.: Transport, 1979. 232 p.
2. Gusakov A.V., Sinicin A.P., Klesov A.A. Matematicheskaja model' fermentativnogo gidroliza cellulozy preparatom griba *Trichoderma longibrachiatum* v reaktore periodicheskogo dejstvija // Prikladnaja biohimija i mikrobiologija. M., 1986. T.22, vyp.1. pp. 59–69.
3. Erofeev V.T. Karkasnye stroitel'nye kompozity: Avtoref. dis. ... d-ra tehn. nauk. M., 1993. 52 p.
4. Kinetika biokonversii lignocelljuloz / N.S. Manukovskij, N.S. Abrosov, L.P. Kosola-pova. Novosibirsk: Nauka. Sib. Otd-nie, 1990. 112 p.
5. Lipatov Ju. S. Fizicheskaja himija napolnennyh polimero-rov / Ju. S. Lipatov. M.: Himija. 314 p.
6. Lykov A.V. Teorija teploprovodnosti. M.: Vyssh. shk., 1967. 595 p.
7. Matematicheskoe modelirovanie processa porazhenija polimernyh materialov mikromicetami / S.A. Semenov, M.A. Shafirov, V.N. Vorob'ev i dr. // Biohimicheskie osnovy zashhity promyshlennyh materialov ot biopovrezhdenij. N.Novgorod, 1991. pp. 33–37.
8. Pervushin Ju.V., Bobrov O.G. Modelirovanie kinetiki obrastanija mikroorganizmami polimernyh materialov // Plasticheskie massy. 1990. no. 8. pp. 69–71.
9. Perlin S.M., Makarov V.G. Himicheskoe soprotivlenie stekloplastikov. M.: Himija, 1983. 184 s.
10. Solomatov V.I. Massoperenos v polimerbetonah i mastikah / Konstruktivnye i himi-cheski stojkie polimerbetony: sb. nauch. Tr. M.: Strojizdat, 1970. pp. 95–103.
11. Solomatov V.I. Soprotivlenie polimerbetonov vozdeystviyu agressivnyh sred / V.I. Solomatov, Ju.B. Potapov, A.P. Fedorcov // Izv. Vuzov. Ser. Str-vo i arhitektura. 1981. no. 2. pp. 78–80.
12. Stepanov R.D., Shlenskij O.D. Raschet na prochnost' konstrukcij iz plastmass, rabota-jushhiv v zhidkih sredah. M.: Mashinostroenie, 1981. 136 p.
13. Tager A.A. Fizikohimija polimerov. 3-e izd. M.: Himija, 1978. 246 p.
14. Uravnenija matematicheskoi fiziki / A.N. Tihonov, A.A. Samarskij. Nauka, 1977. 736 p.
15. Fedorcov A.P. Issledovanie himicheskogo soprotivlenija i razrabotka polijefimnyh polimerbetonov stojkih k jelektrolitam i vode: avtoref. dis.... kand. tehn. nauk. L., 1981. 20 p.
16. Frank-Kameneckij D.A. Diffuzija i teploperedacha v himicheskoi kinetike / D.A. Frank-Kameneckij. M.: Nauka. 1967. 491 p.
17. Jwerson W.P. Mechanism of microbial corrosion. Biodeterioration of Materials/ Univ. of Aston in Birmingham, 1978. 28 p.

### Рецензенты:

Бобрышев А.Н., д.т.н., профессор кафедры «Технология строительных материалов и деревообработки», Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза;

Пухаренко Ю.В., д.т.н., профессор, зав кафедрой технологии строительных материалов и метрологии, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, г. Санкт-Петербург.

Работа поступила в редакцию 16.12.2014.