

УДК 534:621.833

РАСЧЕТ НАГРУЗКИ В ЗАЦЕПЛЕНИИ ЗУБЬЕВ КОЛЕС ПЛОСКОКОНИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ

Сызранцев В.Н., Пазяк А.А.*ФГБОУ ВПО «Тюменский государственный нефтегазовый университет»,
Тюмень, e-mail: general@tsogu.ru*

Представлено решение задачи определения нагрузки в многопарном зацеплении зубьев колес плоскоконической передачи. Данная передача является основой нового поколения приводов нефтегазового оборудования. Число контактирующих пар зубьев в передаче до приложения внешнего крутящего момента неизвестно. Передача описана в виде упругой системы с односторонними упругими связями (зубьями) переменной структуры. Задача расчета распределенной нагрузки между контактирующими парами зубьев сведена к решению двух уравнений: равновесия и совместности деформаций и перемещений. При раскрытии второго уравнения учтены контактная и изгибная деформации зубьев, функция минимальных зазоров в зацеплении зубьев колес плоскоконической передачи. Рассмотрен алгоритм решения обратной задачи нагруженности передачи – при заданном числе контактирующих пар определен внешний передаваемый крутящий момент. Представлен пример расчета нагруженности плоскоконической передачи привода шарового крана при варьировании числа контактирующих пар зубьев в зацеплении колеса и шестерни.

Ключевые слова: плоскоконическая передача, многопарный контакт зубьев, распределение нагрузки

LOAD OF CALCULATION IN GEARS MESH OF PAN TRANSMISSION

Syzrantsev V.N., Pazyak A.A.*Tumen state oil and gas university, Tumen, e-mail: general@tsogu.ru*

The paper describes the problem's solution of determining the load within multiple contact of gear tooth of pan transmission. This transmission is the basis for a new generation of oil gears and gas equipment. The numbers of pairs of gear teeth that contact for the application of an external torque is unknown. The transmission is described as an elastic system with unilateral elastic contacts (gear teeth) of variable structure. The problem of calculating the load distribution within the contact pairs of gear teeth is reduced to solve the equilibrium equation and compatibility equation of strains and displacements. The contact and bending deformation of teeth, the function of the minimum clearances in meshing gear teeth pan transmission are taken into account by disclosing the second equation. Algorithm for solving the inverse problem of loading transfer is considered. The external transmitted torque is defined with a given number of contact pairs. An example of calculation of loading pan-gear transmission of the ball valve is submitted by varying the number of contact pairs of teeth in mesh gear wheel and gear.

Keywords: pan transmission, multiple contact of gear teeth, load distribution

Механические приводы, создаваемые на основе известных модификаций зубчатых цилиндрических и конических передач, червячных и планетарных передач, потребностям, предъявляемым нефтегазовой отрасли, в ряде случаев не соответствуют. Есть необходимость в редукторах с высоким коэффициентом полезного действия, низкими массогабаритными показателями, малыми страгивающими моментами, что обусловлено условиями эксплуатации приводов в районах Крайнего Севера. Эффективным направлением решения проблемы является разработка нового поколения приводов [8, 9] на базе прецессирующей плоскоконической передачи (ППКП). При малой разнице чисел зубьев шестерни и колеса, приводы на основе ППКП [6, 7, 10], могут быть изготовлены с передаточным отношением от 10 до 65, их радиальные габариты по сравнению с традиционными приводами значительно меньше при высоком коэффициенте полезного действия ($\eta \approx 0,9$). В ППКП реализуется многопарное зацепление зубьев,

вследствие чего нагрузочная способность приводов с ППКП другие их виды значительно превышает. На рис. 1 и рис. 2 показаны привод шарового крана ДУ-300 и редукторная вставка винтового насоса для добычи тяжелых нефтей, в конструкциях которых использована ППКП.

В работах [3, 4, 5] рассмотрены особенности геометрии ППКП, построены математические модели процесса формообразования зубьев колес, решены задачи определения оптимальных геометрических характеристик зацепления зубьев в передаче на основе варьирования параметров инструментов и наладок зуборезного станка. В то же время для проектирования приводов, содержащих ППКП, необходимо уметь оценивать нагруженность многопарного зацепления зубьев колес передачи, необходимую для расчета величины крутящего момента передаваемого ППКП исходя из условия обеспечения контактной и изгибной прочности элементов передачи. Решение данной задачи представлено в настоящей статье.



Рис. 1. Привод шарового крана



Рис. 2. Редукторная вставка

Методика расчета распределения нагрузки между парами зубьев в плоскоконической передаче

Отличительная особенность ППКП заключается в том, что поверхности зубьев пар, соседних с контактирующей парой, в любой фазе зацепления расположены достаточно близко, и с приложением к передаче внешнего крутящего момента реализуется многопарность зацепления. С позиций механики, рассматриваемая передача явля-

ется упругой системой с односторонними упругими связями (зубьями), поскольку эти связи воспринимают нагрузку лишь одного знака (контактирующие поверхности зубьев только сжимаются). Более того, плоскоконическая передача представляет собой систему с изменяемой структурой, поскольку с изменением величины передаваемого крутящего момента изменяется число связей, воспринимающих этот крутящий момент в секторе нагруженных пар зубьев.

Определение нагруженности многопарного зацепления представляет собой задачу раскрытия статической неопределенности системы с односторонними связями [1, 2], в процессе решения которой устанавливается число контактирующих пар, воспринимающих заданную нагрузку (крутящий момент) и характер распределения ее по этим парам.

Задача расчета распределенной нагрузки между контактирующими парами зубьев плоскоконической передачи формулируется следующим образом. В ненагруженном состоянии между зубьями колеса и шестерни имеются зазоры δS_i , причем для $i = 1$ зазор δS_1 минимален. После приложения крутящего момента T_1 к шестерне, имеющей число зубьев z_1 , в контакт вступит n -ая пара зубьев из z_1 . Требуется найти число пар зубьев n , воспринимающих заданный крутящий момент T_1 , и определить характер распределения T_1 между парами зубьев плоскоконической передачи, для чего необходимо решить систему двух уравнений, одно из которых является уравнением равновесия, а второе – уравнение совместности деформаций и перемещений [1]:

$$\sum_{i=1}^n P_i \cdot R_i \cdot \cos \alpha = T_1;$$

$$W_i = \Delta - S_i; i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

Здесь P_i , R_i – нормальная сила и радиус ее действия на i -ой паре зубьев; α – угол зацепления; S_i – зазор между поверхностями в i -ой паре зубьев, рассчитываемый по выражению: $S_i = \delta S_i - \delta S_1$ (отметим, что зазор на первой паре δS_1 «выбирается» без какого-либо деформирования зубьев, путем поворота шестерни вокруг оси вращения); Δ – сближение зубчатых колес, являющееся мерой упругого деформирования зубчатой передачи; W_i – деформация i -ой пары зубьев.

Следуя работе [1], для передач с пространственным зацеплением зубьев деформацию W_i в зависимости от нагрузки P_i , действующей по нормали к контакти-

рующим поверхностям, представим в виде двухчленной зависимости:

$$W_i = a_i \cdot P_i + b_i \cdot P_i^m, \quad (2)$$

где a_i – податливость i -ой пары зубьев, вызываемая их изгибом; b_i – коэффициент, характеризующий контактную податливость i -ой пары зубьев; $m = 2/3$ – показатель степени зависимости, полученной Герцем для расчета сближения упругих тел в случае их точечного начального касания.

При касании первой пары зубьев $S_1 = 1$, поэтому из (1) следует, что $\Delta = W_1$. Запишем далее уравнение совместности деформаций и перемещений для i -ой и n -ой пары зубьев:

$$W_i - W_n = S_n - S_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Пусть при крутящем моменте T в контакт вступила n -ая пара зубьев, но нагрузку эта пара еще не воспринимает, в этом случае $W_n = 0$. Определим зазор S_i в i -ой паре в виде: $S_i = S_0 \cdot F_i$, где S_0 , F_i – соответственно амплитуда и функция зазоров между зубьями, зависящие от геометрических особенностей исследуемой передачи. С учетом изложенного, второе уравнение системы (1), преобразуется к виду:

$$P_i = \left(\frac{S_0}{b_i} \right)^{3/2} \left[(F_n - F_i) - \frac{a_i}{S_0} P_i \right]^{3/2}. \quad (4)$$

Решение данного трансцендентного уравнения при фиксированных значениях n относительно P_i позволяет определить величину нагрузки, воспринимаемой каждой контактирующей парой зубьев и по первому из уравнений системы (1) рассчитать передаваемый крутящий момент.

Рассмотрим пример определения характера распределения нагрузки между парами зубьев плоскоконической передачи привода шарового крана (рис. 1), передаточное отношение которого $u = 65$. Параметры передачи: число зубьев шестерни $z_1 = 64$, число зубьев колеса $z_2 = 65$, нормальный модуль $m_n = 5$ мм. Методика расчета геометрических параметров передачи изложена в работе [5]. Используя программный комплекс по исследованию геометрических характеристик зацепления зубьев плоскоконической передачи [4], были определены значения S_i для трех фаз зацепления: $\varphi = -0,01; -0,06; -0,11$. Аппроксимация результатов расчета позволила представить S_i в виде

$$S_i(\theta_i) = 0,361(1 - \cos \theta_i) + 0,007 \sin \theta_i, \quad (5)$$

где $\theta_i = (i-1)2\pi / z_1$ – угол, задающий расположение зуба на зубчатом венце ($i = 2, 3, 4, \dots$), и описать функцию зазоров $F_n - F_i$ зависимости (4) в форме

$$F_n - F_i = (\cos \theta_i - \cos \theta_n) - 0,019(\sin \theta_i - \sin \theta_n). \quad (6)$$

Функция (5) для исследуемой передачи представлена на рис. 3.

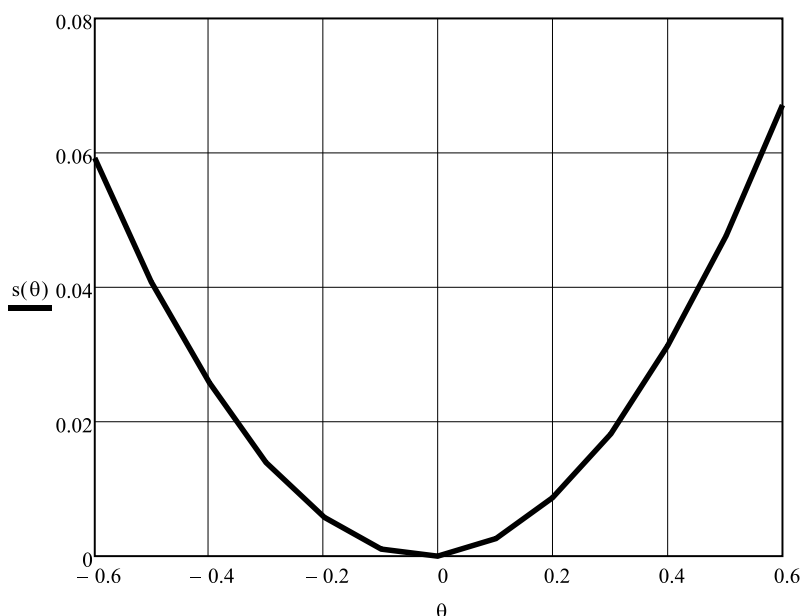


Рис. 3. Изменение минимального зазора между контактирующими парами зубьев

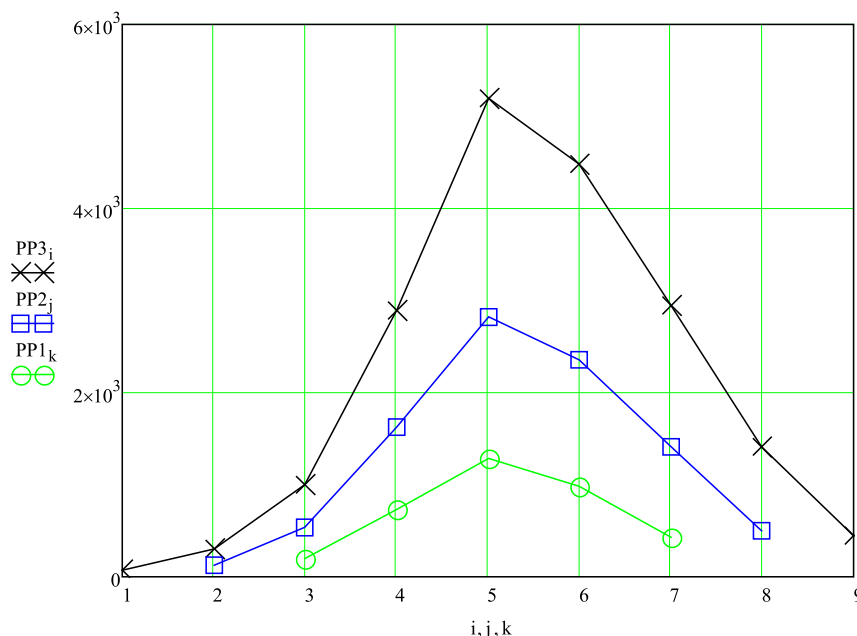


Рис. 4. Распределение нагрузки в зацеплении колеса и шестерни плоскоконической передачи в зависимости от числа пар зубьев, участвующих в передаче крутящего момента

Входящие в выражение (4) параметры S_0 , a_i и b_i определим на основе обработки результатов, представленных в работах [1, 2]. Следуя им, для стальных колес получены значения: $S_0 = 0,361$ мм; $b_i = 1,4222 \cdot 10^{-4}$. Для вычисления коэффициента a_i , учитывая, что для положительных и отрицательных фаз зацепления распределение нагрузки по фазам является несимметричным, использованы следующие аппроксимирующие зависимости:

для $i < 0$; $i = 2, 3, \dots$ $a_i = 0,061 \cdot 10^{-5} + (4,104 \cdot \theta_i^2 + 48,499 \cdot \theta_i^4) \cdot 10^{-4}$, мм/Н;

для $i = \pm 1$ $a_{\pm 1} = 0,061 \cdot 10^{-5}$, мм/Н; (7)

для $i > 0$; $i = 2, 3, \dots$ $a_i = 0,061 \cdot 10^{-5} + (0,422 \cdot \theta_i^2 + 4,203 \cdot \theta_i^4) \cdot 10^{-4}$, мм/Н.

В результате реализации разработанной методики расчета нагрузки, воспринимаемой парами зубьев плоскоконической передачи для $n = 4, 5$ и 6 , получены величины P_i , показанные на рис. 4. На основании первого из уравнений системы (1) были рассчитаны значения крутящего момента передачи при $n = 4, 5$ и 6 : $T = 3287,9; 8518,8; 17080,0$ Н·м, позволяющие оценить нагрузочную способность исследуемой плоскоконической передачи, с учетом многопарности контакта зубьев в зацеплении колеса и шестерни.

Заключение

Для многопарного контакта зубьев плоскоконической передачи разработана методика расчета нагрузки, распределен-

ной между контактирующими парами зубьев. Методика учитывает как величину минимального зазора между поверхностями контактирующих зубьев, так и их податливость при передаче крутящего момента. Представлен пример расчета нагруженности плоскоконической конической передачи изготовленного привода, позволяющий в зависимости от числа пар зацепления в передаче определить для привода величину внешнего крутящего момента.

Список литературы

1. Айрапетов Э.Л. Распределение нагрузки между зубьями глобидной передачи: Колебания редукторных систем. – М.: Наука, 1980. – С. 32–38.
2. Айрапетов Э.Л., Генкин М.Д., Ряснов Ю.А. Статика зубчатых передач. – М.: Наука, 1983. – 192 с.
3. Сызранцев В.Н., Виб В.П. Формообразование поверхностей зубьев колес прецессирующей передачи привода запорной арматуры // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2012. – № 2. – С. 97–100.
4. Сызранцев В.Н., Виб В.П., Котликова В.Я. Проектирование редуктора с прецессирующей зубчатой передачей // Научно-технический вестник Поволжья. № 2 2011 г. – Казань: Научно-технический вестник Поволжья, 2011. – С. 53–58.
5. Сызранцев В.Н., Виб В.П., Федулов Д.С. Расчет наладок зуборезного станка для нарезания зубьев колес плоскоконической передачи // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2014. – № 5. – С. 99–103.
6. Сызранцев В.Н., Голофаст С.Л. Приводы запорной арматуры трубопроводов на основе плоскоконической прецессирующей передачи // Наука и техника в газовой промышленности. – 2014. – № 1 – С. 64–67.
7. Сызранцев В.Н., Денисов Ю.Г., Виб В.П., Федулов Д.С. Приводы нефтегазового оборудования на основе

прецессирующей плоскоконической передачи // Экспозиция нефть и газ. – 2014. – № 2 – С. 89–90.

8. Сызранцев В.Н., Плотников Д.М. Электропривод запорной арматуры. Патент № 2419018 Российская федерация, МПК F16K31/04, F16K31/53. Оpubл. 20.05.2011, Бюл. № 14.

9. Сызранцев В.Н., Плотников Д.М., Денисов Ю.Г., Ратманов Э.В. Установка скважинного винтового насоса. Патент № 2334125 С1(RU), F04C 2/107, F04B 47/02. Оpubл. 20.09.2008. Бюл. № 26.

10. Syzrantsev V., Golofast S. Drives of Pipelines' Block Valve based on the Pan Precess Gear // Global Journal of Researches in Engineering: A Mechanical and Mechanics Engineering (USA). – 2014. – Vol. 14. Issue 2. – P. 15–17.

References

1. Ajrapetov E.L. *Raspredeleniye nagruzki mezhdu zub'yami globoinoy peredachi: Kolebaniya reduktornykh sistem* [Load distribution between the teeth of globoid gear: Oscillations of gear systems]. Moscow, Nauka Publ., 1980, pp. 32–38.

2. Ajrapetov E.L., Genkin M.D., Rysanov Yu. A. *Statika zubchatykh peredach* [Static of gears]. Moscow, Nauka Publ., 1983. 192 p.

3. Syzrantsev V.N., Vibe V.P. *Formoobrazovaniye pov-erknostey zub'yev koles pretssessiruyushey peredachi privoda zapornoj armatury* [Shaping of teeth surfaces of stop valves in precessing gearing drive] // *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Neft' i gaz*, 2012, no. 2, pp. 97–100.

4. Syzrantsev V.N., Vibe V.P., Kotlikova V.Ya. *Proektirovaniye reduktora s pretssessiruyushey zubchatoy peredachey* [Design of gear with precessing gear]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Povolzh'ya*, 2011, no. 2, pp. 53–58.

5. Syzrantsev V.N., Vibe V.P., Fedulov D.S. *Raschet naladok zuboreznogo stanka dlya narezaniya zub'yev koles ploskokonicheskoy peredachi* [Calculation of gear-cutting machines setting for cutting teeth of pan gear] // *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Neft' i gaz*, 2014, no. 5. pp. 99–103.

6. Syzrantsev V.N., Golofast S.L. *Privody zapornoy armatury truboprovodov na osnove ploskokonicheskoy pretssessiruy-*

ushchey peredachi [Drives of Pipelines' Block Valve based on the Pan Precess Gear] // *Nauka i tekhnika v gazovoy promyshlennosti*, 2014, no. 1, pp. 64–67.

7. Syzrantsev V.N., Denisov Y.G., Vibe V.P., Fedulov D.S. *Privody neftegazovogo oborudovaniya na osnove pretssessiruyushey ploskokonicheskoy peredachi* [Drives of oil and gas equipment based on the Pan Precess Gear] // *Ekspozitsiya neft' i gaz*, 2014, no. 2, pp. 89–90.

8. Syzrantsev V.N., Plotnikov D.M. Patent no. 2419018 Russian Federation, МПК F16K31/04, F16K31/53. *Elektroprivod zapornoy armatury*. no. 2009143224/06 [Power valves]. Statement 23.11.2009. Priority from 20.05.2011 Byul. no. 14.

9. Syzrantsev V.N., Plotnikov D.M., Denisov Y.G., Ratmanov E.V. Patent no. 2334125 Russian Federation, S1 (RU), F04C 2/107, F04B 47/02. *Ustanovka skvazhinного vintovogo nasosa* [Installing downhole screw pump]. Priority from 20.09.2008 Byul. no. 26.

10. Syzrantsev V., Golofast S. Drives of Pipelines' Block Valve based on the Pan Precess Gear // Global Journal of Researches in Engineering: A Mechanical and Mechanics Engineering (USA) Volume 14 Issue 2 Version 1.0 Year 2014. pp. 15–17.

Рецензенты:

Лопатин Б.А., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Техническая механика», ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет» (национальный исследовательский университет), филиал ЮУрГУ в городе Златоусте, г. Златоуст;

Трубаев Е.С., д.т.н., профессор, и.о. заведующего кафедрой «Конструкторско-технологическая подготовка машиностроительных производств», ФГБОУ ВПО «Ижевский государственный технический университет им. М.Т. Калашникова», г. Ижевск.

Работа поступила в редакцию 30.12.2014.