

УДК 536.2:532.5

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОСТЫХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОГО КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЗАМКНУТЫХ ОБЪЕМАХ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ НАГРЕВЕ

Максимов В.И., Нагорнова Т.А.

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Томск, e-mail: elf@tpu.ru

В статье рассмотрены возможные варианты расчета турбулентного режима в геометрически простой воздушной области. Представлены результаты математического моделирования свободно-конвективного теплопереноса в газовой среде, окруженной со всех сторон ограждающими конструкциями. На нижней границе раздела сред учитывался источник тепловыделения (движение нагреваемого воздуха осуществлялось только за счет подъемной силы). Решена система нестационарных дифференциальных уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска для газа и теплопроводности для твердых стенок с соответствующими начальными и граничными условиями. Процесс конвективного теплопереноса рассчитан с использованием моделей турбулентности Прандтля и Прандтля-Райхарда. Учтены процессы теплообмена рассматриваемой области с окружающей средой. Получены распределения средних температур воздуха от времени. Проведен анализ безразмерного коэффициента теплоотдачи на внутренней границе раздела сред «воздух – твердая стенка».

Ключевые слова: конвективный теплоперенос, турбулентность, источник локального нагрева, математическое моделирование, средняя температура, уравнения Навье-Стокса

APPLICATION OF SIMPLE MODELS OF TURBULENT CONVECTIVE HEAT TRANSFER IN CLOSED VOLUMES WITH LOCAL HEATING

Maksimov V.I., Nagornova T.A.

National research Tomsk polytechnic university, Tomsk, e-mail: elf@tpu.ru

In the article are examined the possible versions for calculation of turbulent regime in the geometrically simple air region. Are represented the results of the mathematical simulation of freely convective heat transfer in the gaseous medium, surrounded from all sides by enclosing constructions. At the lower media boundary the takes into account heat sources (movement of heated air is only due to lifting force). Solved the differential equations system of non-stationary Navier-Stokes equations in the Boussinesq approximation for gas and thermal conductivity for solid walls with appropriate initial and boundary conditions. The process of convective heat transfer calculated using models of turbulence Prandtl and Prandtl-Reichard. Are taken into account the processes of heat exchange region under consideration with the environment. Are obtained the distributions of mean air temperatures from the time. Is carried out the analysis of dimensionless heat-transfer coefficient on the internal media interface «air – solid wall».

Keywords: convective heat transfer, turbulence, source of local heating, mathematical modeling, average temperature, Navier-Stokes equations

В последнее время все большее внимание уделяется изучению процессов естественной конвекции [4]. Исследование конвективного теплопереноса позволяет проводить выбор оптимальных режимов работы в любой области и соответствующих технических решений. Но при моделировании конвективных течений в областях больших размеров достаточно часто приходится учитывать турбулентность [5]. Одним из важных вопросов при решении задачи движения воздуха или жидкости является модель турбулентности [3]. В монографии Шлихтинга Г. [6] говорится об обоснованности применения полуэмпирических формул для расчета свободной турбулентности (турбулентные течения без ограничивающих стенок) [10]. Поэтому вопрос о возможных вариантах моделей конвективного теплопереноса в замкнутых объемах при локальном нагреве весьма актуален.

Цель работы – анализ двух различных подходов к моделированию свободно-кон-

вективного теплопереноса в режиме турбулентной конвекции (модели Прандтля и Прандтля-Райхарда).

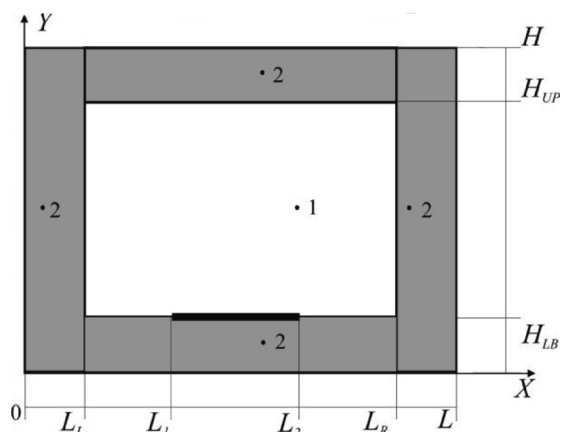


Рис. 1. Область решения задачи: 1 – воздух; 2 – ограждающие конструкции; L, H – длина и ширина области решения; Индексы: L, R, UP, LB – левая, правая, верхняя и нижняя границы раздела сред

Постановка задачи

Для физической постановки задачи выбрана достаточно простая по геометрии замкнутая прямоугольная область, включающая воздух (1) и ограждающие конструкции (2). На трех внешних границах приняты условия теплоизоляции, на левой внешней границе $X = 0$ реализованы условия теплообмена с окружающей средой. По всему периметру границы раздела сред заданы граничные условия четвертого рода (равенство тепловых потоков и температур) за исключением участка на нижней границе, где находится источник тепловыделения ($L_1 < X < L_2$).

Математическая постановка задачи

Численное моделирование естественной конвекции в замкнутой области с учетом турбулентности проведено двумя способами. Постановка задачи включала систему дифференциальных уравнений Навье-Стокса для газа и теплопроводности для твердых стенок. Турбулентная составляющая учитывалась реализацией алгебраических моделей Прандтля-Райхарда и Прандтля [1]. Моделирование было проведено в системе MathLab.

Математическая постановка принималась аналогичной [7, 9] и имела вид:

$$\frac{1}{\text{Sh}\tau} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{\partial^2}{\partial X^2} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{\text{Gr}}} + \frac{1}{\text{Re}_t} \right) \Omega \right] + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{\text{Gr}}} + \frac{1}{\text{Re}_t} \right) \Omega \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -2\Omega, \quad (2)$$

$$\frac{1}{\text{Sh}} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\frac{1}{\text{Pr}\sqrt{\text{Gr}}} + \frac{1}{\text{Re}_t} \right) \Theta \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\frac{1}{\text{Pr}\sqrt{\text{Gr}}} + \frac{1}{\text{Re}_t} \right) \Theta \right], \quad (3)$$

$$\frac{1}{\text{Fo}} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}. \quad (4)$$

Начальные условия для системы уравнений (1–4)

$$\Psi(X, Y, 0) = \Omega(X, Y, 0) = 0, \quad \Theta(X, Y, 0) = 0. \quad (5)$$

Граничные условия на трех внешних границах области решения

$$\frac{\partial \Theta(X, Y, \tau)}{\partial n} = 0. \quad (6)$$

На левой внешней границе

$$\frac{\partial \Theta(X, Y, \tau)}{\partial Y} = \text{Bi} \cdot \Theta(X, Y, \tau) + \text{Bi} \cdot (\Theta_e). \quad (7)$$

На границах раздела ограждающих конструкций и газа, выполняются условия:

$$\Psi(X, Y, \tau) = \frac{\partial \Psi(X, Y, \tau)}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \Theta_1(X, Y, \tau)}{\partial n} = \lambda_{1,2} \frac{\partial \Theta_2(X, Y, \tau)}{\partial n}, \quad (8)$$

$$\Theta_1(X, Y, \tau) = \Theta_2(X, Y, \tau).$$

$$\Theta(X, Y, \tau) = 1, \quad Y = \frac{H_{LB}}{L}, \quad L_1 < X < L_2, \quad 0 < \tau < \frac{t}{t_0}, \quad (9)$$

где X, Y – безразмерные декартовы координаты; Θ – безразмерная температура; Ω – безразмерный аналог вихря скорости; $\text{Fo} = at_0 / L^2$ – число Фурье; $\text{Gr} = g\beta L^3 (T_{it} - T_0) / \nu^2$ – число Грасгофа; g – ускорение, создаваемое массовыми силами, м/с^2 ; α – коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$; β – температурный коэффициент объемного расширения, К^{-1} ;

$\text{Bi} = \alpha L / \lambda$ – число Био; α – коэффициент теплоотдачи между внешней средой и рассматриваемой областью решения, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $\text{Re} = U \cdot L / \nu_t$ – число Рейнольдса; $\text{Pr} = \nu / a$ – число Прандтля; T – температура, К ; T_0 – температура в начальный момент времени, К ; T_{it} – масштаб температуры, К ; V_0 – масштаб скорости (скорость конвекции), $\text{м}^2/\text{с}$;

U, V – безразмерные скорости; t – время, с; t_0 – масштаб времени, с; λ – коэффициент теплопроводности твердой стенки, Вт/(м·К); $\lambda_{1,2}$ – относительный коэффициент теплопроводности; ν_t – коэффициент турбулентной кинематической вязкости, м²/с; τ – безразмерное время; Ψ – безразмерный аналог функции тока.

Уравнения (1–4) с соответствующими начальными и граничными условиями (5–9) решены методом конечных разностей на равномерной сетке. При решении задачи (1) – (9) использовался алгоритм [7–9], разработанный для численного решения задач естественной конвекции в замкнутых прямоугольных областях с локальными источниками энергии. Турбулизация течения нагретого воздуха описывалась в соответствии с основными положениями [1]: изменением вязкости с ростом скорости движения воздуха. Расчет вязкости проведен в рамках модели Прандтля-Райхарда [1]:

$$\nu_t = \chi [U_{\max} - U_{\min}] \delta(x),$$

где $U_{\max}$ и $U_{\min}$ – максимальная и минимальная величины скорости в слое, δ – полу-

ширина слоя смешения, χ – эмпирический безразмерный параметр, постоянный по толщине слоя, x – расстояние, измеренное в направлении потока.

Модели Прандтля [1] соответствует определение коэффициента турбулентной вязкости по формуле:

$$\nu_t = l_m^2 \left| \frac{\partial v_x}{\partial y} \right|, \quad l_m = k \cdot y,$$

где l_m – путь смешения, x, y – координаты, м; v_x – компонента скорости, м/с; k – универсальный коэффициент пропорциональности, не зависящий от числа Рейнольдса.

Результаты исследования и их обсуждение

Результаты математического моделирования свободно-конвективных течений в замкнутой области при наличии источника тепловыделения представлены на рис. 2–4.

Численные исследования проведены при значениях температур: начальной – $\Theta_0 = 0$, источника тепловыделения – $\Theta_{it} = 1$, окружающей среды – $\Theta_e = 0$.

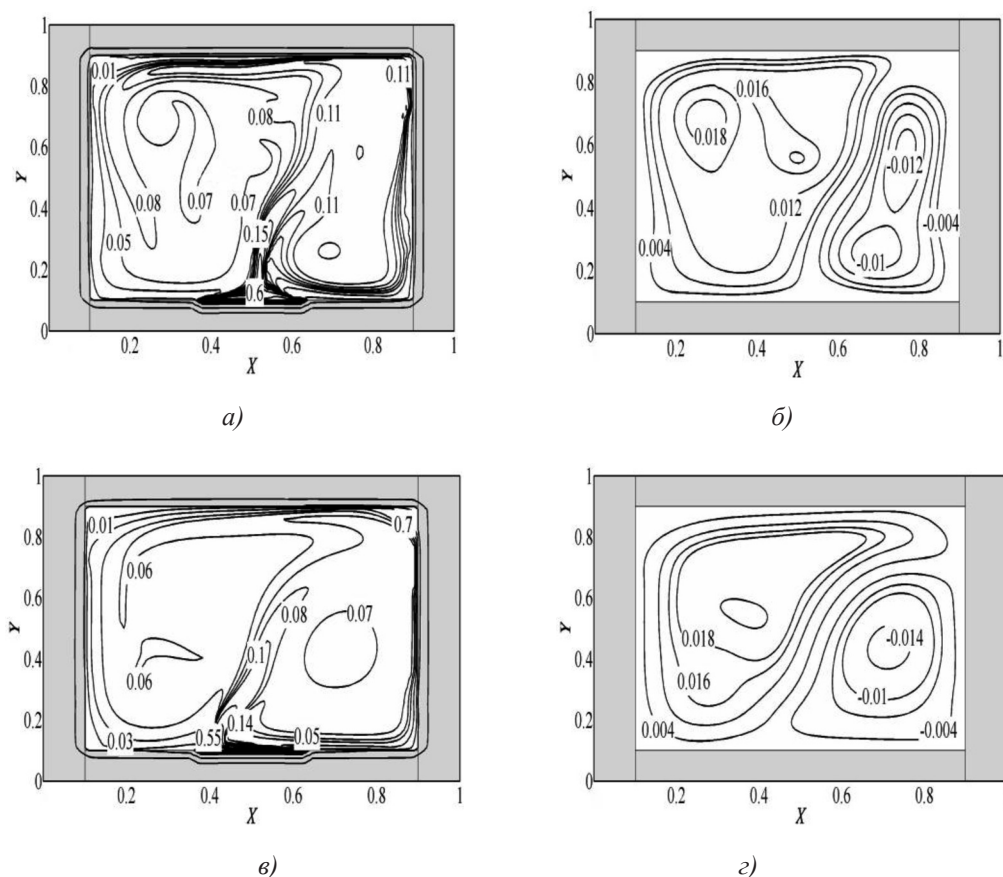


Рис. 2. Поля температур (а, в) и изолинии функции тока (б, з) при $\tau = 500$ для модели Прандтля-Райхарда (а, б) и модели Прандтля (в, з)

При математическом описании исследуемого процесса контролировались условия геометрического подобия реальных систем. В результате численного решения задачи получены распределения температур для исследуемой области и изолинии функции тока, характеризующие основные закономерности процесса теплопереноса (рис. 2–3).

При малых временах, например ($\tau = 50$), теплоотвод с левой внешней границы еще не оказывает заметного воздействия и в воздушной области формируется симметричное температурное поле. Распределение температуры (рис. 2) наглядно иллюстрирует влияние подъемной силы, которая обусловлена неоднородностью поля температур. Анализ средних по газовой области температур позволяет говорить об их существенно неравномерном распределении во времени из-за влияния архимедовой силы (таблица).

На рис. 4–5 приведено изменение среднего числа Нуссельта по вертикальным ($X = L_L$, $X = L_R$) границам раздела

сред во времени, определенного по выражениям [9]:

$$Nu_{avy} = \frac{1}{H_{UP} - H_{LB}} \int_{H_{LB}}^{H_{UP}} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right|_{X=L_L} dY ;$$

$$Nu_{avy} = \frac{1}{H_{UP} - H_{LB}} \int_{H_{LB}}^{H_{UP}} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right|_{X=L_R} dY .$$

При увеличении временного параметра становится заметным вихреобразование. Основной поток нагретого воздуха смещается к правой границе раздела сред, в верхней части которой происходит интенсивный теплообмен между нагретым газом и холодной ограждающей конструкцией. Следствием этого является (рис. 4) увеличение среднего числа Нуссельта на границе $X = L_R$.

Температурные поля, полученные при реализации двух разных подходов к моделированию турбулентности достаточно сопоставимы, направления движения нагретого воздуха совпадают.

Зависимость средней температуры воздуха от времени:
1 – модель Прандтля-Райхарда, 2 – модель Прандтля

t, c	50	100	150	200	250	300	400	450	500
модель Прандтля-Райхарда	278,7	278,8	278,57	278,52	278,66	279,5	279,19	279,17	278,51
модель Прандтля	277,33	278,53	276,91	276,89	276,9	277,23	277,44	277,6	277,64

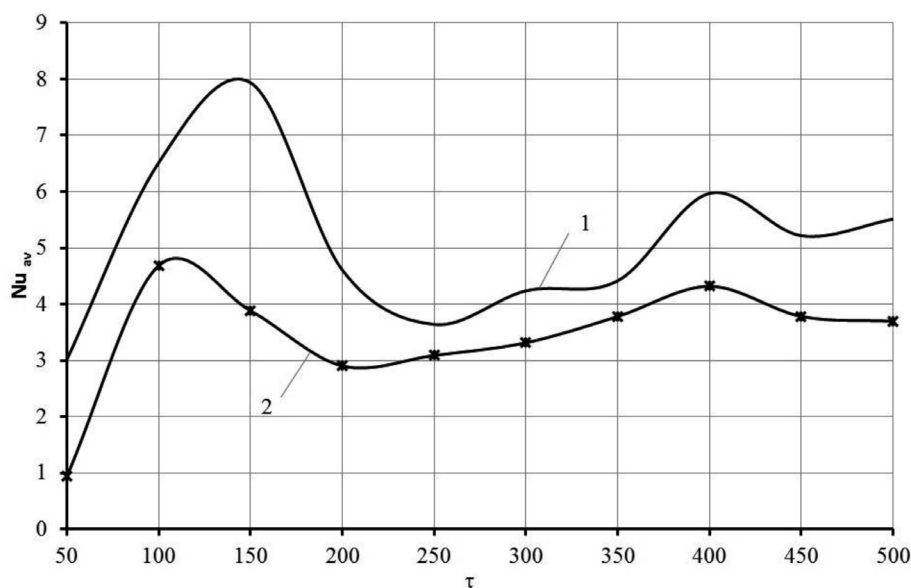


Рис. 3. Зависимость среднего числа Нуссельта от времени для границы $X = L_L$:
1 – модель Прандтля-Райхарда, 2 – модель Прандтля

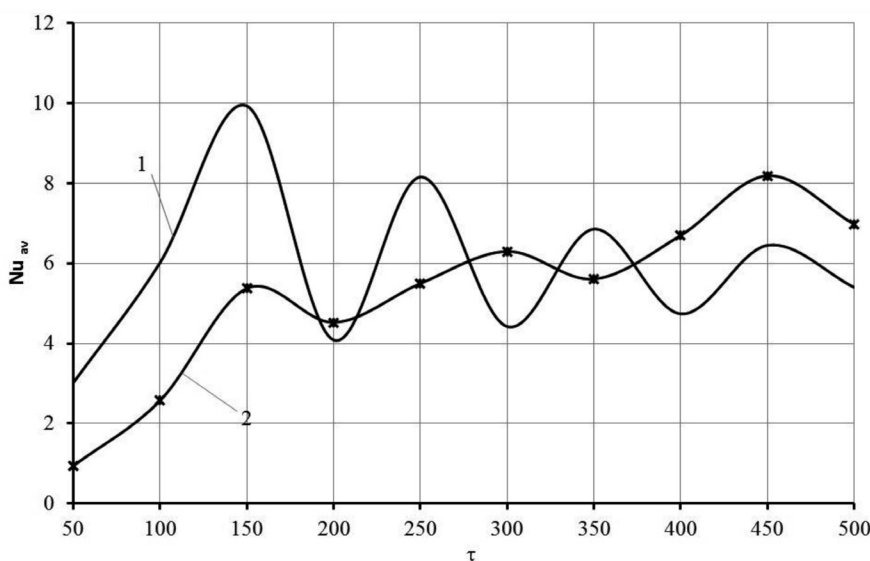


Рис. 4. Зависимость среднего числа Нуссельта от времени для границы $X = L_R$:
1 – модель Прандтля-Райхарда, 2 – модель Прандтля

Можно отметить, что полученные результаты иллюстрируют стабилизацию режимов теплообмена на границах раздела «воздух – твердая стенка» при относительно больших временах ($\tau = 500$), за исключением правой границы раздела «воздух – ограждающая конструкция». При этом средние числа Нуссельта с ростом времени растут по мере увеличения τ более чем в 2 раза. Результаты численного моделирования показывают возможность применения разных подходов к описанию тепловых режимов турбулентной конвекции в замкнутых областях с локальными источниками тепловыделения.

Заключение

Проведено теоретическое исследование турбулентной естественной конвекции в системе с источником тепловыделения. Полученные результаты позволяют оценить характер течения и интенсивность анализируемого процесса теплопереноса, а также новую информацию, которая не только характеризует конвективный режим течения, но и является дополнительной для построения и апробации более сложных моделей турбулентности, учитывающих особенности конвективного теплопереноса в больших замкнутых объемах при локальном нагреве. Результаты математического моделирования позволяют сделать выводы о возможности применения алгебраической модели Прандтля для рассмотрения турбулентных течений при естественной конвекции в геометрически простых областях [2]. Применение данной модели целесообразно в случае, когда движение нагреваемого

источником тепловыделения воздуха осуществляется за счет подъемной силы [10]. Следует отметить, что применение алгебраической модели при расчете свободно-конвективных течений в турбулентном режиме значительно проще и требует меньшего времени вычислений, чем более сложные модели турбулентности.

Работа выполнена в рамках НИР Госзадания «Наука» (Шифр ФЦП 2.1321.2014).

Список литературы

1. Белов И.А., Исаев С.А. Моделирование турбулентных течений: Учебное пособие. – СПб.: Балтийский государственный технический университет, 2001. – 108 с.
2. Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей. – М.: Наука, 1989. – 370 с.
3. Мовчан В.Т., Шквар Е.А. Математическое моделирование пограничных слоев // Прикладная гидромеханика. – 2005. – Т. 79, № 7. – С. 73–85.
4. Соловьев С.В., Хаенко Л.С. Моделирование естественной конвекции в наклонной полости // Вестник ТОГУ. – Физико-математические науки. – 2010. – Т. 16, № 1. – С. 27–34.
5. Ткаченко Г.В., Урюков Б.А. Модель турбулентной естественной конвекции около вертикальной стенки на основе гипотезы С.С. Кутателадзе // РНКТ-4: Труды Четвертой Российской национальной конференции по теплообмену (Москва, 2006). – М., 2006. – Т. 3. – С. 160–163.
6. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 712 с.
7. Heat transfer under heating of a local region of a large production area by gas infrared radiators / Kuznetsov G.V., Kurilenko N.I., Maksimov V.I., Mamontov G.Ya., Nagornova T.A. // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2013. – V. 86, № 3. – P. 519–524.
8. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. Conjugate natural convection in an enclosure with local heat sources // Computational Thermal Sciences. – 2009. – Is. 1. – № 3. – P. 341–360.
9. Maksimov V.I., Nagornova T.A. Influence of heatsink from upper boundary on the industrial premises thermal con-

ditions at gas infrared emitter operation // EPJ Web of Conferences. – 2014. Vol. 76. – Article number 01006.

10. Schmidt W. Turbulente Ausbreitung eines Stormes erhitzter Luft. – ZAMM, 1941. – V. 21, № 5/6. – P. 265–271.

References

1. Belov I.A., Isaev S.A. Modelirovanie turbulentnyh techenij: Uchebnoe posobie. SPb.: Baltijskij gosudarstvennyj tehnikeskij universitet, 2001. 108 p.

2. Lapin Ju.V., Strelec M.H. Vnutrennie techenija gazovyh smesey. M.: Nauka, 1989. 370 p.

3. Movchan V.T., Shkvar E.A. Matematicheskoe modelirovanie pogranichnyh sloev // Prikladnaja gidromekhanika. 2005. Vol. 79. no. 7. pp. 73–85.

4. Solov'ev S.V., Haenko L.S., Modelirovanie estestvennoj konvekcii v naklonnoj polosti // Vestnik TOGU. Fiziko-matematicheskie nauki. 2010. Vol. 16. no. 1. pp. 27–34.

5. Tkachenko G.V., Urjukov B.A. Model' turbulentnoj estestvennoj konvekcii okolo vertikal'noj stenki na osnove gipotezy S.S. Kutateladze // RNKT-4: Trudy Chetvertoj Rossijskoj nacional'oj konferencii po teploobmenu (Moskva, 2006). M., 2006. Vol. 3. pp. 160–163.

6. Shlihning G. Teorija pogranichnogo sloja. M.: Nauka, 1974. 712 p.

7. Heat transfer under heating of a local region of a large production area by gas infrared radiators / Kuznetsov G.V., Kurilenko N.I., Maksimov V.I., Mamontov G.Ya., Nagornova T.A. // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2013. V. 86. no. 3. pp. 519–524.

8. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. Conjugate natural convection in an enclosure with local heat sources // Computational Thermal Sciences. 2009. Is. 1. no. 3. pp. 341–360.

9. Maksimov V.I., Nagornova T.A. Influence of heatsink from upper boundary on the industrial premises thermal conditions at gas infrared emitter operation // EPJ Web of Conferences. 2014. Vol. 76. Article number 01006.

10. Schmidt W. Turbulente Ausbreitung eines Stormes erhitzter Luft. ZAMM, 1941. V. 21. no. 5/6. pp. 265–271.

Рецензенты:

Борисов Б.В., д.ф.-м.н., профессор кафедры «Теоретическая и промышленная теплотехника» НИ ТПУ, г. Томск;

Голдаев С.В., д.ф.-м.н., старший научный сотрудник, профессор кафедры «Теоретическая и промышленная теплотехника» НИ ТПУ, г. Томск.

Работа поступила в редакцию 29.12.2014.