УДК 536.71

# ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ МАСШТАБНОГО УРАВНЕНИЯ, ОСНОВАННАЯ НА ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ КРИТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

**Рыков С.В., Рыков В.А.**

*Университет ИТМО, Санкт-Петербург, e-mail: togg1@yandex.ru*

На основе обобщенной модели феноменологической теории критических явлений и гипотезе Бенедека, в основе которой лежит утверждение об одинаковом характере поведения ряда термодинамических функций на критической и околокритических изохорах в асимптотической окрестности критической точки, предложено непараметрическое уравнение скейлингового вида в физических переменных. Проведен анализ предложенного уравнения состояния, в структуру которого входят интегралы от дифференциальных биномов, и установлены условия, при которых опорной кривой в предложенной модели является не линия псевдокритических точек, а термическая спинодаль. Показано, что при значениях критических индексов $\alpha = 0{,}11$ и $\gamma = 1{,}446$ обобщенная модель феноменологической теории критических явлений совпадает с моделью Мигдала А.А., в которой роль опорной кривой также выполняет термическая спинодаль.

**Ключевые слова: спинодаль, линия псевдокритических точек, масштабное уравнение, изохорная теплоемкость, изотермическая сжимаемость, критические явления, псевдоспинодаль**

# GENERALIZED MODEL OF THE SCALE EQUATION, BASED ON THE PHENOMENOLOGICAL THEORY OF CRITICAL PHENOMENA

**Rykov S.V., Rykov V.A.**

*ITMO Universty, St. Petersburg, e-mail: togg1@yandex.ru*

On the basis of a generalized model of the phenomenological theory of critical phenomena and the Benedek hypothesis, which is based on the assertion of the same nature of the behavior of thermodynamic functions on the critical and near-critical isochores in the asymptotic vicinity of the critical point, it is proposed nonparametric scaling equation of state in the physical variables. The analysis of the proposed equation of state, the structure of which consists of integrals of differential binomials, and establish the conditions under which the reference curve in the proposed model is not a line of pseudocritical points but thermal spinodal. It is shown that when the values of the critical exponents $\alpha = 0{,}11$ and $\gamma = 1{,}446$ the generalized model of the phenomenological theory of critical phenomena coincides with the Migdal model, in which the role of the reference curve also performs thermal spinodal.

**Keywords: spinodal, line of pseudocritical points, scale equation of state, isothermal compressibility, isothermal compressibility, critical phenomena, pseudospinodal**

Начиная с первых работ (см. обзор [5]), посвященных разработке уравнений состояния скейлингового вида, удовлетворяющих масштабной теории критических явлений, их авторы пытались использовать в качестве опорной кривой термическую спинодаль, положение которой на термодинамической поверхности определяется равенством

$$\left(\partial p/\partial \rho\right)_T = 0, \qquad (1)$$

где $p$ – давление; $\rho$ – плотность; $T$ – абсолютная температура.

При этом в силу того, что в рамках МТ изохорная теплоемкость $C_v$ имеет особенность в критической точке, то спинодаль отождествляли с линией сингулярности $C_v$, т.е. с геометрическим местом точек, в которых выполняется равенство

$$\left(\partial T/\partial s\right)_\rho = 0, \qquad (2)$$

где $s$ – энтропия.

Линию, в каждой точке которой выполняются равенства (1) и (2), назвали псевдоспинодалью. Однако в работе [9] показано, что имеет место следующее утверждение: в каждой точке линии псевдокритических точек (линии сингулярности изохорной теплоемкости) выполняются равенства

$$\left(\partial T/\partial s\right)_\rho = 0 \Leftrightarrow \left(\partial \rho/\partial p\right)_T = 0, \qquad (3)$$

и только в критической точке одновременно выполняются равенства (1) и (2). Отметим, что в работах [10, 11, 12] метод псевдокритических точек [9] получил свое физическое обоснование.

И именно на основе соотношений (3) были сконструированы масштабные функции в физических переменных [2, 4, 7, 8], в том числе и не содержащие в своей структуре интегралов от дифференциальных биномов [2, 4], которые уступают по своим расчетным характеристикам наиболее удачным масштабным функциям, полученным в рамках параметрического представления масштабной гипотезы [15].

Таким образом, до настоящего времени не удалось построить масштабное уравнение, в котором роль опорной кривой выполняет спинодаль (1), а не линия псевдокритических точек (3). Решению этой задачи и посвящена данная работа.

**Материал и методы исследования**

Рассмотрим обобщенную модель масштабного уравнения (МУ), используя в качестве базовой функции изотермическую сжимаемость $K_t$:

$$\Delta\mu \cdot K_t^{(\beta+\gamma)/\gamma} = \varphi_0 m + \varphi_{1+\varepsilon} m^{1+\varepsilon}, \qquad (4)$$

где $\Delta\mu = (\rho_c / p_c)(\mu - \mu_0(T))$; $\rho_c$, $p_c$ – критические плотность и давление соответственно; $\mu$ – химический потенциал; $\mu_0(T)$ – регулярная функция; $\beta$, $\gamma$ – критические индексы; $\varepsilon$ – варьируемый параметр.

Параметр $m$ в формуле (4) согласно [6] задается равенством

$$m = \Delta\rho \cdot K_t^{\beta/\gamma}, \qquad (5)$$

где $\Delta\rho = \rho / \rho_c - 1$.

Подставляя (5) в (4), получим

$$\Delta\mu \cdot K_t^{1+\beta/\gamma} = \varphi_0 \Delta\rho \cdot K_t^{\beta/\gamma} + \varphi_{1+\varepsilon} \cdot \operatorname{sign}(\Delta\rho) \cdot |\Delta\rho|^{1+\varepsilon} \cdot K_t^{\beta(1+\varepsilon)/\gamma}. \qquad (6)$$

Решим (6) относительно $\Delta\mu$:

$$\Delta\mu = \varphi_0 \Delta\rho \cdot K_t^{-1} + \varphi_{1+\varepsilon} \cdot \operatorname{sign}(\Delta\rho) \cdot |\Delta\rho|^{1+\varepsilon} \cdot K_t^{-1+\varepsilon\beta/\gamma}. \qquad (7)$$

Учтем, что согласно экспериментально подтвержденной гипотезе [13] об одинаковом характере поведения изотермической сжимаемости на критической и околокритических изохорах в асимптотической окрестности критической точки справедлива зависимость [11]:

$$K_t = A \cdot |\Delta\rho|^{-\gamma/\beta} \cdot (x + x_1)^{-\gamma}, \qquad (8)$$

где $x$ – масштабная переменная; $A$ и $x_1$ – постоянные.

Подставим (8) в (7) и проведем ряд преобразований:

$$\Delta\mu = \frac{\varphi_0}{A} \Delta\rho \cdot |\Delta\rho|^{\delta-1} \left( (x + x_1)^{\gamma} + \varphi^*_{1+\varepsilon} (x + x_1)^{\gamma-\varepsilon\beta} \right), \qquad (9)$$

где $\varphi^*_{1+\varepsilon} = \varphi_{1+\varepsilon} / \varphi_0 \cdot A^{\varepsilon/\gamma}$.

Или, учитывая, что $x = \tau / |\Delta\rho|^{1/\beta}$, получим из (9)

$$\Delta\mu = \frac{\varphi_0}{A} \left( \Delta\rho \cdot \left(\tau + x_1 |\Delta\rho|^{1/\beta}\right)^{\gamma} + \varphi^*_{1+\varepsilon} |\Delta\rho|^{1+\varepsilon} \left(\tau + x_1 |\Delta\rho|^{1/\beta}\right)^{\gamma-\varepsilon\beta} \right). \qquad (10)$$

Так как

$$\mu = \frac{p_c}{\rho_c} \Delta\mu + \mu_0(T), \qquad (11)$$

а свободная энергия Гельмгольца $F$ связана с химическим потенциалом выражением

$$\rho F(\rho, T) = \int \mu d\mu + \rho_c A_0(T), \qquad (12)$$

где $A_0(T)$ – регулярная функция температуры, подставляя (11) в равенство (12), получим:

$$\rho F(\rho, T) = \frac{p_c}{\rho_c} \left\{ \frac{\varphi_0}{A} \int \left( \Delta\rho \cdot \left(\tau + x_1 |\Delta\rho|^{1/\beta}\right)^{\gamma} + \varphi^*_{1+\varepsilon} |\Delta\rho|^{1+\varepsilon} \left(\tau + x_1 |\Delta\rho|^{1/\beta}\right)^{\gamma-\varepsilon\beta} \right) d\rho \right\} + \qquad (13)$$
$$+ \rho \cdot \mu_0(T) + \rho_c \cdot A_0(T).$$

Перейдем в (13) к новой переменной $t$:

$$t = \tau + x_1 |\Delta\rho|^{1/\beta} \Rightarrow |\Delta\rho|^{1/\beta} = \frac{t - \tau}{x_1} \Rightarrow \Delta\rho = \frac{(t-\tau)^{\beta}}{x_1^{\beta}} \Rightarrow d(\Delta\rho) = \frac{\beta (t-\tau)^{\beta-1}}{x_1^{\beta}} dt, \qquad (14)$$

и в результате получим

$$\rho F(\rho, T) = \frac{p_c}{A} \cdot \frac{\beta\varphi_0}{x_1^{\beta}} \int \left[ \frac{(t-\tau)^{\beta}}{x_1^{\beta}} \cdot t^{\gamma} + \varphi^*_{1+\varepsilon} \frac{(t-\tau)^{(1+\varepsilon)\beta}}{x_1^{(1+\varepsilon)\beta}} \cdot t^{\gamma-\varepsilon\beta} \right] \times$$
$$\times (t-\tau)^{\beta-1} dt + \rho \cdot \mu_0(T) + \rho_c \cdot A_0(T) = \qquad (15)$$
$$= \frac{p_c}{A} \cdot \frac{\beta\varphi_0}{x_1^{2\beta}} \left[ \int (t-\tau)^{2\beta-1} \cdot t^{\gamma} dt + \frac{\varphi^*_{1+\varepsilon}}{x_1^{\varepsilon\beta}} \int (t-\tau)^{(2+\varepsilon)\beta-1} t^{\gamma-\varepsilon\beta} dt \right] + \rho \cdot \mu_0(T) + \rho_c \cdot A_0(T).$$

Представляя интегралы от дифференциальных биномов, в виде ряда получим следующее выражение для свободной энергии Гельмгольца:

$$\rho F(\rho,T)=\frac{p_c}{A}\cdot\frac{\beta\varphi_0}{x_1^{2\beta}}\left[t^{2-\alpha}\left(\frac{1}{2-\alpha}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(2\beta-1)(2\beta-2)..(2\beta-n)}{(2-\alpha-n)n!}\frac{\tau^n}{t^n}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\varphi_{1+\varepsilon}^*}{x_1^{\varepsilon\beta}}t^{2-\alpha}\left(\frac{1}{2-\alpha}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(2\beta+\varepsilon\beta-1)(2\beta+\varepsilon\beta-2)...(2\beta+\varepsilon\beta-n)}{(2-\alpha-n)n!}\frac{\tau^n}{t^n}\right)\right]+ \quad (16)$$
$$+\rho\cdot\mu_0(T)+\rho_c\cdot A_0(T),$$

где α – критический индекс изохорной теплоемкости.

Перейдем в (16) от переменной $t$ к масштабной переменной $x$:

$$\frac{\rho}{p_c}F(\rho,T)=\frac{\beta\varphi_0}{x_1^{2\beta}A}|\Delta\rho|^{\delta+1}(x+x_1)^{2-\alpha}\left[\frac{1}{2-\alpha}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(2\beta-1)...(2\beta-n)}{(2-\alpha-n)n!}\frac{x^n}{(x+x_1)^n}+\right.$$
$$\left.+\frac{\varphi_{1+\varepsilon}^*}{x_1^{\varepsilon\beta}}\left(\frac{1}{2-\alpha}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(2\beta+\varepsilon\beta-1)(2\beta+\varepsilon\beta-2)...(2\beta+\varepsilon\beta-n)}{(2-\alpha-n)n!}\frac{x^n}{(x+x_1)^n}\right)\right]+ \quad (17)$$
$$+\frac{\rho}{p_c}\mu_0(T)+\frac{\rho_c}{p_c}A_0(T).$$

Так как имеет место термодинамическое равенство

$$p=\rho^2(\partial F/\partial\rho)_T, \quad (18)$$

то, подставляя (13) в (18), найдем выражение для давления:

$$p(\rho,T)=\frac{p_c}{\rho_c}\left\{\frac{\varphi_0}{A}\int\left(\Delta\rho\cdot t^{\gamma}+\varphi_{1+\varepsilon}^*|\Delta\rho|^{1+\varepsilon}t^{\gamma-\varepsilon\beta}\right)d\rho\right\}+$$
$$+\frac{p_c\rho}{\rho_c}\left\{\frac{\varphi_0}{A}\int\left(\Delta\rho\cdot t^{\gamma}+\varphi_{1+\varepsilon}^*|\Delta\rho|^{1+\varepsilon}t^{\gamma-\varepsilon\beta}\right)d\rho\right\}-\rho_cA_0(T). \quad (19)$$

Для того, чтобы найти выражение для изотермической сжимаемости $K_t$, необходимо найти частную производную $(\partial p/\partial\rho)_T$:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_T=\frac{p_c\rho}{\rho_c}\left\{\frac{\varphi_0}{A}\left(t^{\gamma}+|\Delta\rho|\frac{\gamma}{\beta}x_1|\Delta\rho|^{1/\beta-1}t^{\gamma-1}\right)+\right.$$
$$\left.+\varphi_{1+\varepsilon}^*(1+\varepsilon)\operatorname{sign}(\Delta\rho)|\Delta\rho|^{\varepsilon}t^{\gamma-\varepsilon\beta}+\varphi_{1+\varepsilon}^*\frac{\gamma-\varepsilon\beta}{\beta}x_1|\Delta\rho|^{1/\beta+\varepsilon}t^{\gamma-\varepsilon\beta-1}\right\}. \quad (20)$$

Если имеет место неравенство

$$\gamma-\varepsilon\beta-1>0\Rightarrow\varepsilon<\frac{\gamma-1}{\beta}, \quad (21)$$

то согласно (21) в каждой точке линии

$$t=\tau+x_1|\Delta\rho|^{1/\beta}=0 \quad (22)$$

выполняется равенство (1). Это означает, что в случае если параметр ε удовлетворяет условию (21), то уравнение (22) описывает на термодинамической поверхности термическую спинодаль (1), а не линию псевдокритических точек (3).

Неизвестный параметр $\varphi_{1+\varepsilon}^*$ можно найти из условия равенства нулю на линии насыщения $x=-x_0$ масштабной функции $h(x)$ химического потенциала, которая согласно (9) имеет вид

$$h(x)=\frac{1}{A}\left((x+x_1)^{\gamma}+\varphi_{1+\varepsilon}^*(x+x_1)^{\gamma-\varepsilon\beta}\right). \quad (23)$$

Таким образом, учитывая равенство $h(-x_0) = 0$ и выражение (23), имеем

$$\left(x_1 - x_0\right)^{\gamma} + \varphi^*_{1+\varepsilon}\left(x_1 - x_0\right)^{\gamma-\varepsilon\beta} = 0 \Rightarrow \varphi^*_0 = -\left(x_1 - x_0\right)^{\varepsilon\beta}. \quad (24)$$

Так как энтропия и свободная энергия Гельмгольца связаны термодинамическим равенством $s = -\left(\partial F/\partial T\right)_{\rho}$, выражение для энтропии $s$ имеет вид

$$s = -\frac{p_c}{\rho}\left\{\frac{\varphi_0}{AT_c}\int\left(\Delta\rho\cdot\gamma\cdot t^{\gamma-1} + \varphi^*_{1+\varepsilon}\left|\Delta\rho\right|^{1+\varepsilon}(\gamma-\varepsilon\beta)t^{\gamma-\varepsilon\beta-1}\right)d\rho\right\} - \mu'_0\ (T) + \frac{\rho_c}{\rho}\cdot A'_0\ (T). \quad (25)$$

Подставляя (25) в термодинамическое равенство $C_v = T\left(\partial s/\partial T\right)_{\rho}$, получим следующее выражение для сингулярной составляющей изохорной теплоемкости

$$C_v^{(n)} = -T\frac{p_c}{\rho}\left\{\frac{\varphi_0\gamma_1}{AT_c^2}\int\left(\Delta\rho\cdot t^{\gamma-2} + \varphi^*_{1+\varepsilon}\left|\Delta\rho\right|^{1+\varepsilon}\gamma_1^*\cdot t^{\gamma-\varepsilon\beta-2}\right)d\rho\right\}, \quad (26)$$

где $\gamma_1 = \gamma(\gamma-1)$; $\gamma_1^* = (\gamma-\varepsilon\beta)(\gamma-\varepsilon\beta-1)$; $C_v^{(n)} = C_v - T\mu''_0\ (T) + (\rho_c/\rho)\cdot TA''_0\ (T)$.

Воспользуемся соотношениями (14) и представим (26) в виде

$$-\frac{\rho T_c^2}{p_c T}C_v^{(n)} = \frac{\varphi_0\gamma_1}{A}\frac{\beta}{x_1^{2\beta}}\int\left[t^{-\alpha-1}\cdot\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(2\beta-1)...(2\beta-n)}{n!}\frac{\tau^n}{t^n}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\varphi^*_{1+\varepsilon}\cdot V}{x_1^{\varepsilon\beta}}t^{-\alpha-1}\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(2\beta+\varepsilon\beta-1)(2\beta+\varepsilon\beta-2)...(2\beta+\varepsilon\beta-n)}{n!}\frac{\tau^n}{t^n}\right)\right]dt, \quad (27)$$

где $V = \gamma_1^*/\gamma_1$.

Вычислим входящий в (27) интеграл и придем к следующему выражению:

$$\frac{\rho T_c^2}{p_c T}C_v^{(n)} = \frac{\varphi_0\gamma_1}{A}\frac{\beta\cdot}{x_1^{2\beta}}\left(x+x_1\right)^{-\alpha}\left[\frac{1}{\alpha}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(2\beta-1)...(2\beta-n)}{(\alpha+n)n!}\frac{x^n}{\left(x+x_1\right)^n}+\right.$$
$$\left.+\frac{\varphi^*_{1+\varepsilon}\cdot V}{x_1^{\varepsilon\beta}}\left(\frac{1}{\alpha}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(2\beta+\varepsilon\beta-1)(2\beta+\varepsilon\beta-2)...(2\beta+\varepsilon\beta-n)}{(\alpha+n)n!}\frac{x^n}{\left(x+x_1\right)^n}\right)\right]. \quad (28)$$

В правую часть (28) входит сомножитель $(x + x_1)^{-\alpha}$, который расходится при $x \to x_1$. Однако изохорная теплоемкость согласно (3) остается конечной на линии $x = -x_1$, за исключением критической точки ($\Delta\rho = 0$; $\tau = 0$). В этом можно непосредственно убедиться, оценив интеграл, входящий в формулу для теплоемкости (26). При этом необходимо учесть, что $\alpha \approx 0,1$; $\gamma \approx 1,24$.

Проверим адекватность предложенной модели масштабного уравнения состояния (10) при выполнении условия (21). Если критические индексы принимают значения $\alpha = 0,11$ и $\gamma = 1,326$, то условие (21) выполняется при $\varepsilon = 1$; а при $\alpha = 0,11$ и $\gamma = 1,446$ условие (21) выполняется при $\varepsilon = 2$. Однако если $\varepsilon = 2$, то из (7) непосредственно следует представление масштабной гипотезы в форме, предложенной в [15] и широко используемой при описании критических явлений [1, 3, 14].

## Заключение

Доказана принципиальная возможность построения масштабного уравнения состояния в физических переменных плотность – температура, в котором в качестве опорной линии используется не линия сингулярности изохорной теплоемкости, а термическая спинодаль (1). Важным обстоятельством является то, что предложенное уравнение строго рассчитано в рамках феноменологической теории критических явлений, базирующейся на результатах работы [6].

## Список литературы

1. Кудрявцева И.В., Рыков А.В., Рыков В.А. Метод расчета равновесных свойств сверхкритических флюидов, используемых в СКФ-технологиях // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. – 2013. – № 2. – С. 29.

2. Кудрявцева И.В., Рыков А.В., Рыков В.А. Непараметрическое уравнение состояния скейлингового вида и метод псевдокритических точек // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Холодильная техника и кондиционирование. – 2013. – № 2. – С. 4.

3. Кудрявцева И.В., Рыков А.В., Рыков В.А., Рыков С.В. Единое неаналитическое уравнение состояния перфторпропана, удовлетворяющее масштабной теории критических явлений // Вестник Международной академии холода. – 2013. – № 3. – С. 22–26.

4. Кудрявцева И.В., Рыков С.В., Рыков В.А. Непараметрическое уравнение состояния скейлингового вида и расчет равновесных свойств сверхкритических флюидов // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. – 2013. – № 2. – С. 28.

5. Лысенков В.Ф., Попов П.В., Рыков В.А. Параметрические масштабные уравнения состояния для асимптотической окрестности критической точки // Обзоры по теплофизическим свойствам веществ. – 1992. – № 1. – С. 78.

6. Мигдал А.А. Уравнение состояния вблизи критической точки // ЖЭТФ. – 1072. – Т. 62. – № 4. – С. 1559–1573.

7. Рыков А.В., Кудрявцева И.В., Рыков В.А. Метод расчета параметров масштабной функции свободной энергии // Научно-технический вестник Поволжья. – 2013. – № 5. – С. 50–53.

8. Рыков В.А. Масштабное уравнение состояния в физических переменных // Теплофизика высоких температур. – 1986. – Т. 25. – № 2. – С. 345.

9. Рыков В.А. Определение «псевдоспинодальной» кривой на основе термодинамических равенств $\left(\partial T/\partial s\right)_v = 0$ и $\left(\partial v/\partial p\right)_T = 0$ // Журнал физической химии. – 1985. – Т. 59. – № 11. – С. 2905.

10. Рыков С.В. Фундаментальное уравнение состояния, учитывающее асимметрию жидкости // Научно-технический вестник Поволжья. – 2014. – № 1. – С. 33–36.

11. Рыков С.В., Кудрявцева И.В. Непараметрическое масштабное уравнение и феноменологическая теория критических явлений // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 9–8. – С. 1687–1692.

12. Рыков С.В., Кудрявцева И.В., Рыков В.А. Физическое обоснование метода псевдокритических точек // Научно-технический вестник Поволжья. – 2014. – № 2. – С. 44–47.

13. Benedek G.B. In polarisation matie et payonnement, livre de Jubile en l'honneur du proffesor A. Kastler (Presses Universitaires de Paris, Paris). – 1968. – P. 71.

14. Kozlov A.D., Lysenkov V.F., Popov P.V., Rykov V.A. Single non-analytic equation of R218 chladon state // Инженерно-физический журнал. – 1992. – Т. 62. – № 6. – С. 840–847.

15. Schofield P. Parametric representation of the equation of state near the critical point // Phys. Rev. Lett. – 1969. – Vol. 22, № 12. – P. 606–609.

## References

1. Kudryavtseva I.V., Rykov A.V., Rykov V.A., Processy i apparaty pishhevyh proizvodstv, 2013, no. 2, pp. 29.

2. Kudryavtseva I.V., Rykov A.V., Rykov V.A., Holodil'naja tehnika i kondicionirovanie, 2013, no. 2, pp. 4.

3. Kudryavtseva I.V., Rykov A.V., Rykov V.A., Rykov S.V., Vestnik of International Academy of Refrigeration, 2013, no. 3, pp. 22–26.

4. Kudryavtseva I.V., Rykov S.V., Rykov V.A., Processy i apparaty pishhevyh proizvodstv, 2013, no. 2, pp. 28.

5. Lysenkov V.F., Popov P.V., Rykov V.A., Obzory po teplofizicheskim svojstvam veshhestv, 1992, no. 1, pp. 78.

6. Migdall A.A., Journal of Experimental and Theoretical Physics, 1972, v. 62, no. 4, pp. 1559–1573.

7. Rykov A.V., Kudryavtseva I.V., Rykov V.A., Nauchno-Tehnicheskij Vestnik Povolzhja, 2013, no. 5, pp. 50–53.

8. Rykov V.A. High Temperature, 1990, v. 25, no. 2, pp. 345.

9. Rykov V.A., Russian Journal of Physical Chemistry A, 1985, v. 59, no. 11, pp. 2905.

10. Rykov S.V. Nauchno-Tehnicheskij Vestnik Povolzhja, 2014, no. 1, pp. 33–36.

11. Rykov S.V., Kudryavtseva I.V. Fundamentalnie issledovania, 2014, no. 9–8, pp. 1687–1692.

12. Rykov S.V., Kudryavtseva I.V., Rykov V.A., Nauchno-Tehnicheskij Vestnik Povolzhja, 2014, no. 2, pp. 44–47.

13. Benedek G.B., Polarisation, matiere et rayonnement. Presses Universitaires de France, Paris. 1969, pp. 49.

14. Kozlov A.D., Lysenkov V.F., Popov P.V., Rykov V.A., Journal of Engineering Physics and Thermophysics, 1992, Vol. 62, no. 6, pp. 840–847.

15. Schofield P. Phys. Rev. Lett, 1969, v. 22, no. 12, pp. 606–609.



**Рецензенты:**

Борзенко Е.И., д.т.н., профессор, зав. кафедрой криогенной техники ИХиБТ, НИУ ИТМО, г. Санкт-Петербург;

Цветков О.Б., д.т.н., профессор, зав. кафедрой теоретических основ тепло- и хладотехники ИХиБТ, НИУ ИТМО, г. Санкт-Петербург.

Работа поступила в редакцию 18.11.2014