

УДК 620.1.08.620.22

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЛАКСАЦИИ НАПРЯЖЕНИЯ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ПОСТОЯННОЙ ДЕФОРМАЦИИ

¹Железняков А.С., ²Шеромова И.А., ³Старкова Г.П.

¹Новосибирский технологический институт (филиал) Московского государственного университета дизайна и технологии, Новосибирск, e-mail: gas@ntimgudt.ru;

²ФГБОУ ВПО «Владивостокский государственный университет экономики и сервиса»
Минобрнауки РФ, Владивосток, e-mail: Irina.Sheromova@mail.ru

В статье рассматриваются вопросы формализации и моделирования процесса релаксации напряжения легкодеформируемых волокнистых материалов при постоянной деформации. Целью исследований является анализ возможностей использования механических аналогов для формализации процесса релаксации напряжения при постоянной деформации материала применительно к легкодеформируемым композитам. Объектом исследований являются легкодеформируемые волокнистые материалы. При проведении исследований применялись аналитические методы, базирующиеся на использовании механических аналогов, в сочетании с экспериментальными подходами. Вследствие нелинейности процесса релаксации напряжения композитных материалов для условий постоянной деформации в качестве базовой принята механическая модель Фойгта – Кельвина, в которую введено звено Лидермана с переменным условным модулем упругости. При этом показано, что при фиксированной деформации расчётные значения коэффициента изменения модуля упругости оказывают влияние на процесс релаксации лишь в начальный период времени, а в ходе процесса релаксации усилия его значение стремится к нулю. Таким образом, установлено, что для расчёта кинетики процесса релаксации напряжения при фиксированной деформации и оценки остаточного напряжения легкодеформируемых композитных материалов при их обработке в тепловом поле с определёнными допущениями возможно использование аналитики на базе механической модели Фойгта – Кельвина.

Ключевые слова: легкодеформируемые волокнистые материалы, процесс релаксации напряжения при фиксированной деформации, моделирование, механические модели, модель Фойгта – Кельвина

MODELING OF TENSION RELAXATION OF COMPOSITE MATERIALS AT CONSTANT DEFORMATION

¹Zheleznyakov A.S., ²Sheromova I.A., ³Starkova G.P.

¹Novosibirsk Technological Institute of Moscow State University of Design and Technology, Novosibirsk, e-mail: gas@ntimgudt.ru;

²Vladivostok State University of Economics and Service, Vladivostok, e-mail: Irina.Sheromova@mail.ru

The article deals with the formalization and modeling of easily deformable fibrous materials tension relaxation process at constant strain. The research purpose is to analyze the possibility of using mechanical analogs for the formalization of the tension relaxation process at constant material deformation in relation to an easily deformable composite. Study object is easily deformable fibrous materials. When conducting studies use analytical methods based on the use of mechanical analogues, in combination with experimental approaches. Due to the nonlinearity of the composite materials tension relaxation for the conditions of constant deformation as a basic Voigt – Kelvin mechanical model, which introduced Liderman link apparent a variable modulus of elasticity. It is shown that at a constant material deformation rate changes calculated values of the elastic modulus influence the relaxation process only in the initial period of time, and during the tension relaxation process its value tends to zero. Thus, it was found that for the calculation of the tension relaxation kinetics at a fixed deformation and deformable composite materials residual stress evaluation as they are processed in a thermal field with certain assumptions may use intelligence-based mechanical model of Voigt – Kelvin.

Keywords: easily deformable fibrous material, the tension relaxation process at a fixed deformation, modeling, mechanical models, the model of Voigt – Kelvin

Прогнозирование поведения материалов при выполнении технологических операций в различных режимах взаимодействия с обрабатывающей средой особенно необходимо, когда лабораторные и производственные методы испытаний затруднены или практически невозможны. В этих случаях для решения технологических задач предпочтительным, а иногда единственным возможным является использование модельных методов исследования и расчёта режимов обработки.

Это обстоятельство становится особенно важным в условиях производства и эксплуатации швейных изделий из легкодеформируемых композитных материалов, которые при воздействии внешней среды в процессе их изготовления и эксплуатации испытывают разнонаправленные деформации.

Целью исследований является анализ возможностей использования механических аналогов для формализации процесса релаксации напряжения при постоянной деформации.

ции материала применительно к легкодеформируемым волокнистым композитам.

Материал и методы исследований

Объектом исследований являются легкодеформируемые волокнистые материалы (ЛДВМ), а их предметом – моделирование процесса релаксации ЛДВМ при постоянной деформации. При проведении исследований использовались аналитические методы, базирующиеся на использовании механических аналогов, в сочетании с экспериментальными подходами.

Результаты исследования и их обсуждение

Деформационно-релаксационный характер поведения легкодеформируемых материалов при действии внешних механических сил значительно отражается на качестве готовых изделий. Однако эти вопросы далеко не всегда учитываются в практике проектирования и выборе пакета материалов на изделие. Причиной тому являются недостаточные исследования механизма деформационно-релаксационных процессов, протекающих в структуре материалов и конструктивно-технологических блоках изделий при выполнении технологических операций. Для формализации процесса релаксации напряжения при постоянной деформации материала в той или иной степени могут быть использованы аналитические методы, базирующиеся на использовании механических аналогов, в сочетании с экспериментальными подходами [1–6, 8].

Одним из ключевых вопросов исследования напряжённо-деформированного состояния (НДС) легкодеформируемых композитных материалов является возможность определения посредством расчёта продолжительности процесса формования изделий для придания им устойчивой пространственной формы при выполнении операции влажно-тепловой обработки и обеспечения ее устойчивости при эксплуатации [2, 7]

Вследствие нелинейности процесса релаксации напряжения композитных матери-

алов для условий постоянной деформации в работе в качестве базовой принята механическая модель Фойгта – Кельвина, математическое отображение которой имеет вид [1]

$$\frac{d\delta}{dt} + \frac{1}{\lambda_2 \eta} \delta = \frac{1}{\eta} \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) P + \lambda_1 \frac{dP}{dt}, \quad (1)$$

где λ_1 и λ_2 – податливости упругих элементов; η – вязкость демпфера; P – сила нагружения.

В качестве одного из упругих элементов этой модели для приближения к реальному процессу релаксации напряжения при постоянной деформации в задачу аналитических исследований введём негуковское звено Лидермана [5] (рис. 1).

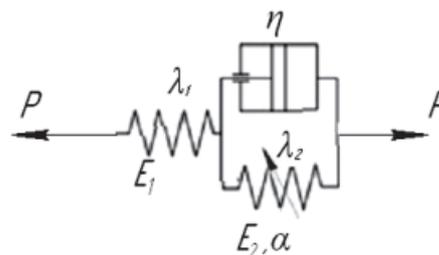


Рис. 1. Трёхпараметрическая модель Фойгта – Кельвина – Лидермана

В этом варианте деформация (ε_2) негуковского звена моделируется в контексте релаксации напряжённо-деформированного состояния исследуемой части тела с некоторым переменным коэффициентом $\alpha = \alpha(\sigma)$ условного модуля упругости E_2 .

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma(t)}{E_2} [1 + \alpha \sigma(t)]. \quad (2)$$

Переходя к использованию негуковского элемента Лидермана в механической модели Фойгта – Кельвина с учетом (2) при одноосном нагружении, будем иметь

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{[1 + \alpha \sigma(t)] E_2 \varepsilon}{\eta} = \frac{1}{E_1} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \frac{[E_1 + (1 + \alpha \sigma(t)) E_2]}{E_1} \sigma(t), \quad (3)$$

где ε – приведенная деформация модели материала; E_1 и E_2 – соответственно условные модули упругости элементов рассматриваемой механической модели; $\sigma(t)$ – текущее напряжение элементов модели вследствие релаксации силового взаимодействия.

При завершении процесса релаксации усилия после формования изделия при

влажно-тепловой обработке (ВТО) значение приведенной деформации ε исследуемого тела принимает установившееся фиксированное значение, т.е. $\frac{d\varepsilon}{dt} = 0$.

Исходя из этого и с учётом принятых допущений после выполнения преобразования (1), получим

$$\frac{[1 + \alpha\sigma(t)]E_2\varepsilon}{\eta} = \frac{1}{E_1} \dot{\sigma}(t) + \frac{1}{\eta} \frac{[E_1 + 1 + \alpha\sigma(t)]E_2}{E_1}, \quad (4)$$

где $\dot{\sigma}(t)$ – производная от параметра σ .

Решая уравнение (4) относительно $\dot{\sigma}(t)$, получим

$$\dot{\sigma}(t) = \frac{E_2[1 + \alpha\sigma(t)][E_1\varepsilon - \sigma(t)]}{\eta} - \frac{E_1\varepsilon}{\eta}. \quad (5)$$

$$\dot{\sigma}(t) + A\sigma(t) = B[E_1\varepsilon - \sigma(t)][1 + \alpha \cdot \sigma(t)]. \quad (7)$$

Проведя дополнительные преобразования уравнения (7), что принципиально

Для удобства аналитического исследования модели введём условные константы реологических свойств элементов композитного материала:

$$A = \frac{E_1}{\eta}; \quad B = \frac{E_2}{\eta}. \quad (6)$$

Тогда выражение (5) примет вид

важно для расчетов, получим в символьной форме функцию $\alpha = \varphi(\sigma)$:

$$\alpha = \varphi(\sigma) = -\frac{\dot{\sigma}(t) + B[\sigma(t) - E_1\varepsilon] + A\sigma(t)}{B[\sigma(t)(\sigma(t) - E_1\varepsilon)]}. \quad (8)$$

Полученная функция $\alpha = \varphi(\sigma)$ представляет собой трансцендентное уравнение, которое может быть решено численными методами, но только в случае, если для материала известна функция релаксации напряжения при фиксированной деформации $\sigma(t)$. Для приведения коэффициентов A и B к известным реологическим свойствам [2], введя в анализ постоянную времени процесса (параметр T_R), воспользуемся соотношениями (6).

$$T_R = \frac{\eta}{E_1 + E_2}. \quad (9)$$

Приведённый показатель упругости рассматриваемого тела механической модели композитного материала будет иметь вид

$$E_\infty = \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}, \quad (10)$$

где с учётом (6) получим

$$\frac{1}{E_\infty} = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \frac{\eta}{\eta} = \frac{1}{A\eta} + \frac{1}{B\eta}; \quad (11)$$

$$E_\infty = \frac{AB\eta^2}{\eta(A+B)} = \frac{AB\eta}{(A+B)} = \frac{BE_1}{(A+B)}. \quad (12)$$

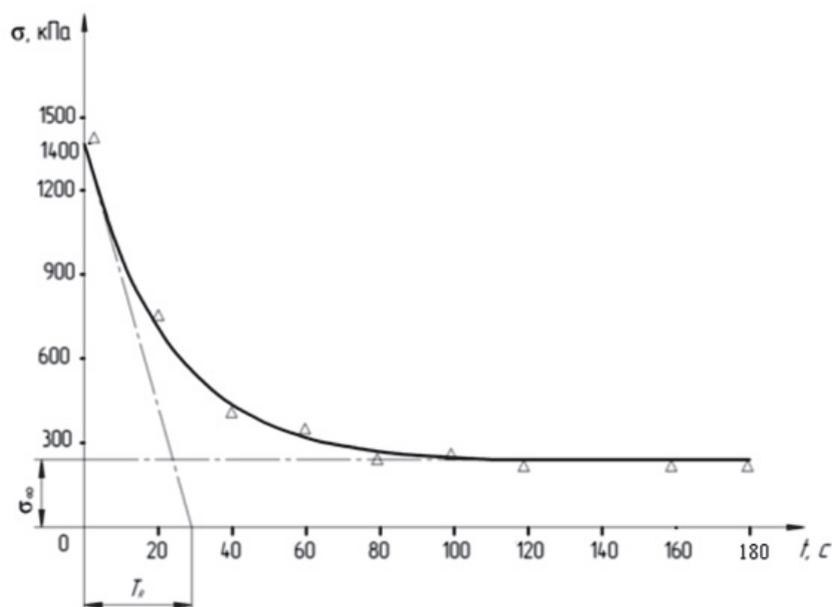


Рис. 2. Экспериментальные результаты релаксации напряжения при влажно-тепловой обработке 120°C и фиксированной деформации (вид материала: ткань костюмная; волокнистый состав: шерсть 57%, полиэфир 43%)

Решая систему уравнений (11) и (12), получим расчётные значения постоянных A и B .

$$A = \frac{E_1 - E_2}{E_1 \cdot T_R}; \quad B = \frac{E_\infty}{E_1 \cdot T_R}.$$

Исходные реологические свойства для конкретного типа композитного материала

можно определить экспериментальным путем. Проведенные на базе стенда [7] экспериментальные исследования для костюмной ткани (волокнистый состав: 57% шерсть; 43% полиэфир) и полученные фрагменты результатов (рис. 2) позволяют определить искомые параметры:

$$T_R = 33,7 \text{ с}; \quad \sigma^{t=\infty} = 280 \text{ кПа}; \quad \varepsilon = 0,5; \quad \sigma^{t=0} = 1400 \text{ кПа}.$$

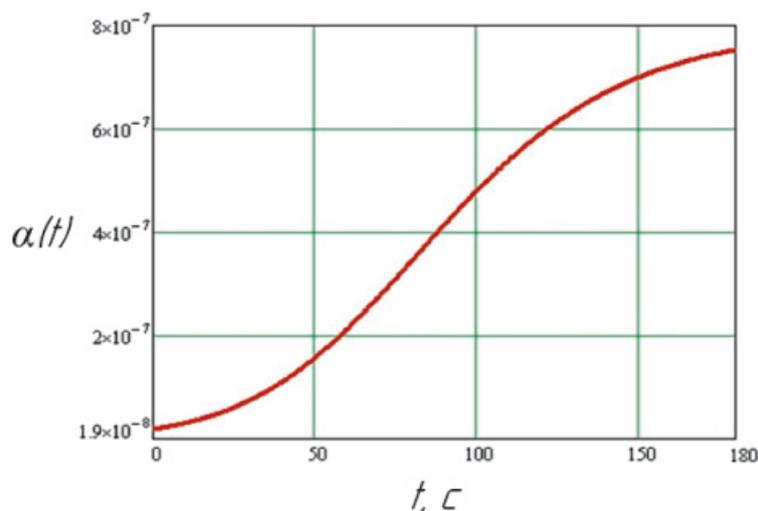


Рис. 3. Изменение коэффициента $\alpha = \varphi(t)$ условного модуля упругости

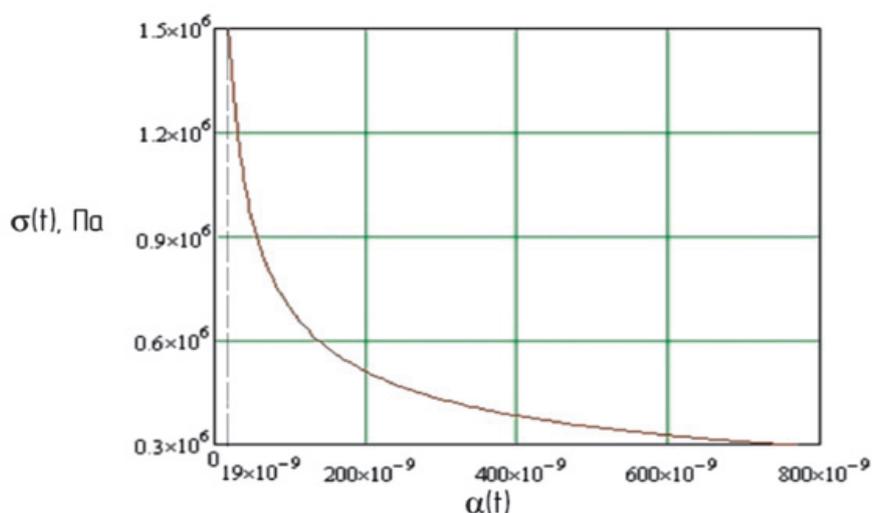


Рис. 4. Расчётная зависимость коэффициента $\alpha = f(\sigma)$ условного модуля упругости от релаксации напряжения при постоянной деформации

Таким образом, экспериментально определенная для рассматриваемой ткани функция релаксации напряжения при фиксированной деформации $\sigma(t)$ в виде эмпирической формулы имеет вид

$$\sigma(t) = 280 + 1125 e^{-\frac{t}{T_R}}.$$

На базе полученных данных с использованием пакета программ MhatCad14 определены численные значения функций $\alpha = f(\sigma)$, $\alpha = \varphi(t)$ и построены соответствующие графические зависимости (рис. 3; 4), позволяющие установить требуемые параметры технологической обработки, прежде

всего продолжительность процесса ВТО при формовании деталей изделий.

Заключение

Таким образом, при моделировании процесса релаксации ЛДВМ при фиксированной деформации показано, что расчётные значения коэффициента изменения модуля упругости оказывают влияние на него лишь в начальный период времени, когда действуют максимальные напряжения, а в ходе процесса релаксации усилия значение $\alpha = f(\sigma)$ стремится к нулевому значению, т.е. $\alpha = f(\sigma) \rightarrow 0$. При этом установлено, что для расчёта кинетики процесса релаксации напряжения при фиксированной деформации и оценки остаточного напряжения легкодеформируемых композитных материалов при их обработке в тепловом поле с определёнными допущениями можно пользоваться аналитикой на базе механической модели Фойгта – Кельвина [2].

Список литературы

1. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов: учебное пособие. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 560 с.
2. Железняков А.С., Шеромова И.А., Старкова Г.П. Моделирование и автоматизация подготовительных процессов швейного производства. – Новосибирск: Сибвузиздат, 2007. – 204 с.
3. Клименко А.Я., Герасимова А.Н., Павлов В.И. Исследование релаксационных свойств тканей некоторых структур // Известия вузов. Технология легкой промышленности. – 1977. – № 5. – С. 51–55.
4. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация. – М.: Высшая школа, 1976. – 277 с.
5. Милашус В. Исследование текстильных материалов при постоянной деформации // Известия вузов. Технология легкой промышленности. – 1974. – № 4. – С. 36–39.
6. Павлов В.И., Аскадский А.А., Слонимский Г.Л. Графоаналитический способ расчёта механических характеристик материала по релаксации напряжения при постоянной деформации // Механика полимеров. – 1965. – № 6. – С. 16–19.

7. Старкова Г.П., Данилов А.А., Слесарчук И.А., Железняков А.С. Устройство для исследования кинетики релаксации напряженного состояния легкодеформируемых материалов при фиксированной деформации // Патент РФ № 2399913. 2010. Бюл. № 26.

8. Смирнов В.И. Курс высшей математики. – Т.2 – М.: Наука, 1974. – 656 с.

References

1. Birger I.A., Mavlyutov R.R. *Soprotivlenie materialov: Uchebnoe posobie* [Strength of materials: a manual]. Moscow, The Science Publ. Editorial physical-Mat. Literature, 1986. 560 p.
2. Zheleznyakov A.S., SHERomova I.A., Starkova G.P. *Modelirovanie i avtomatizatsiya podgo-tovitel'nykh protsessov shvejnogo proizvodstva* [Modeling and automation of the preparation processes of garment production]. Novosibirsk, Sibvuzizdat Publ., 2007, 204 p.
3. Klimenko A.YA., Gerasimova A.N., Pavlov V.I. *Izvestiyavuzov. Tekhnologiya legkoj promyshlennosti – Of the universities. Technology of light industry*, 1977, no. 5, pp. 51–55.
4. Koltunov M.A. *Polzuchest' i relaksatsiya* [Creep and relaxation]. Moscow, High School Publ., 1977, 277 p.
5. Milashyus V. *Izvestiyavuzov. Tekhnologiya legkoj promyshlennosti – Of the universities. Technology of light industry*, 1974, no. 4, pp. 36–39.
6. Pavlov V.I., Askadskij A.A., Slonimskij G.L. *Mekhanika polimerov*. [Mechanics of Polymers], 1965, no 6, pp. 16–19.
7. Patent RU no 2399913, 20. 09. 2010.
8. Smirnov V.I. *Kurs vysshej matematiki*. [The course of higher mathematics.]. T. 2. Moscow, The Science Publ., 1974, 656 p.

Рецензенты:

Мансуров Ю.Н., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Материаловедение и технология материалов» Инженерной школы, профессор кафедры «Инноватика, качество, стандартизация и сертификация», Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток;

Бойцова Т.М., д.т.н., профессор, директор института сервиса, туризма и дизайна, ФГБОУ ВПО «Владивостокский государственный университет экономики и сервиса» Минобрнауки РФ, г. Владивосток.

Работа поступила в редакцию 28.11.2014.