

УДК 51.77

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТРУДОВОГО ПОТЕНЦИАЛА РЕГИОНА ПО ОТРАСЛЯМ ЭКОНОМИКИ

^{1,2}Зайцева И.В., ¹Семенчин Е.А., ¹Гимбицкий В.А.

¹ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет», Ставрополь;

²ФГБОУ ВПО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь, e-mail: ziki@mail.ru

Предложена экономико-математическая модель распределения трудового потенциала региона по различным отраслям экономики. Разработанная модель представляет собой задачу нелинейного программирования. Она позволяет, используя статистические данные о его трудовых ресурсах и экономических показателях, оптимально распределить трудовой потенциал рассматриваемого региона. Параметрами модели являются общая сумма вложений в одного работника отрасли и величина прибыли, которую он приносит отрасли. Они вычисляются по статистическим данным, предоставляемым органами государственной статистики региона. В качестве целевой функции в представленной модели используется функция полезности, определяемая на множестве наборов людских ресурсов различных отраслей экономики. Полученная задача оптимизации является задачей нелинейного программирования. Экономико-математическая модель апробирована на статистических данных распределения трудового потенциала по различным отраслям экономики Ставропольского края.

Ключевые слова: трудовой потенциал, регион, математическая модель

MATHEMATICAL MODEL OF OPTIMAL ALLOCATION OF LABOR POTENTIAL OF THE REGION BY SECTOR

¹Zaytseva I.V., ¹Semenchin E.A., ²Gimbitsky V.A.

¹North-Caucasian Federal University, Stavropol, e-mail: ziki@mail.ru;

²VPO «Stavropol State Agrarian University», Stavropol, e-mail: ziki@mail.ru

An economic-mathematical model of the distribution of the labor potential of the region in various sectors of the economy. The developed model is a nonlinear programming problem. It allows using statistical data on its workforce and economic indicators, the optimal distribution of labor potential of the region. The model parameters are the total investment per employee in the industry and the profit it brings to the industry. They are calculated according to the statistics provided by state statistics in the region. As an objective function of this model is used utility function, defined on the set of sets of human resources in different industries. The resulting optimization problem is a problem of nonlinear programming. Economic and mathematical model was tested by statistical distribution of the labor potential in different sectors of the economy of the Stavropol Territory.

Keywords: labor potential, the region, the mathematical model

Трудовой потенциал страны, конкретного региона является на сегодняшний день одним из важных индикаторов экономического развития данных субъектов: в условиях демографического кризиса в нашей стране он позволяет указать потенциальные возможности устойчивого экономического роста субъекта [2, 3].

Исследования по вопросам формирования и использования трудового потенциала региона немногочисленны и имеют описательный характер. Они должны использовать различные методы: экономические, социальные, математические и т.д., которые позволяют оценить влияния трудового потенциала на экономическое развитие и обобщать способы управления им [1, 4].

В данной работе предложена экономико-математическая модель оптимального распределения трудового потенциала региона по отраслям экономики, которая апробирована на статистических данных по Ставропольскому краю.

Обозначим через A (человек) – общее число трудового потенциала региона, распределенного по различным отраслям

экономики. Пусть в регионе выделено n -отраслей экономики (в том числе и такая специфическая отрасль, как «безработица»). Пронумеруем отрасли числами $1, 2, \dots, n$. Пусть в 1 -й отрасли работает на данный момент времени k_1 человек, во 2 -й – k_2 человек, ..., в n -й отрасли (для определенности считаем, что эта отрасль – «безработица») – k_n человек. Тогда,

$$k_1 + k_2 + \dots + k_n = A.$$

Пусть за одну единицу времени, например, за один год, вложения (затраты) региона (в у.е. – условных единицах) в 1 -ую отрасль региона составляют q_1 (у. е.), во 2 -ю – q_2 (у. е.), ..., в n -ю отрасль – q_n (у. е.). Общая сумма вложений составляет

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = Q \text{ (у. е.)}.$$

Обозначим через p_1 (у. е.) – доход, полученный регионом за счет 1 -й отрасли (за год), p_2 (у. е.) – за счет 2 -й отрасли, ..., p_n (у. е.) – за счет n -ой отрасли. Суммарный доход составляет

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = P \text{ (у. е.)}.$$

Можно рассчитать, какой доход принесет один работник своей отрасли за единицу времени, т.е. один год:

$\alpha_1 = \frac{p_1}{k_1}$ (у. е.) – средний доход, который приносит региону один работник 1-й отрасли;

$\alpha_2 = \frac{p_2}{k_2}$ (у. е.) – средний доход, который приносит региону один работник 2-й отрасли;

.....

$\alpha_n = \frac{p_n}{k_n}$ (у. е.) – средний доход, который приносит региону один работник n -й отрасли (так как на данный момент работник n -ой отрасли по соглашению является безработным, то он требует определенных вложений на свое содержание, т.е. приносит убыток региону; следовательно, α_n будет отрицательным числом).

Рассмотрим затраты за единицу времени из бюджета региона на каждого работника по отраслям:

$\beta_1 = \frac{q_1}{k_1}$ (у. е.) – среднее значение вложений из бюджета региона в работника 1-й отрасли;

$\beta_2 = \frac{q_2}{k_2}$ (у. е.) – среднее значение вложений из бюджета региона в работника 2-й отрасли;

.....

$\beta_n = \frac{q_n}{k_n}$ (у. е.) – среднее значение вложений из бюджета региона в работника n -й отрасли.

Будем предполагать, что полученные таким образом величины $\alpha_i, \beta_i, i = 1, \dots, n$, являются постоянными на некотором интервале времени $[0; T]$. На этом интервале времени изменяются следующие величины:

x_1 – количество работников, занятых в 1-й отрасли;

x_2 – количество работников, занятых во 2-й отрасли;

.....

x_n – количество работников, занятых в n -ой отрасли.

Очевидно, $x_i \geq 0, i = 1, \dots, n$. Множество всевозможных наборов (x_1, x_2, \dots, x_n) обозначим R_+^n , т.е. $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R_+^n$.

Предположим, что на R_+^n определена (например, методами регрессионного анализа) функция $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$, характеризующая «полезность» набора (x_1, x_2, \dots, x_n) (функция полезности).

Цель данной работы: используя статистические данные о трудовых ресурсах и экономических показателях некоторого региона предложить математическую модель распределения трудового потенциала по отраслям, позволяющую максимизировать $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ на R_+^n .

Согласно введенным обозначениям, требуемая модель имеет вид:

$$\begin{cases} u(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max_x, \\ x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sum_{i=1}^n x_i = A, \\ \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n = \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \geq P, (1) \\ \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n = \sum_{i=1}^n \beta_i x_i \leq Q, \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n. \end{cases}$$

Задача оптимизации (1) является задачей нелинейного программирования. Для ее решения можно воспользоваться любой компьютерной программой статистической обработки данных (например, Excel, Statistica, Matlab).

Используем модель (1) для распределения трудового потенциала Ставропольского края по отраслям его экономики, согласно [5], в крае выделяются следующие отрасли, представленные в табл. 1.

Таблица 1

Распределение численности занятого населения Ставропольского края по видам экономической деятельности за 2009 год, тысяч человек¹

№ п/п	Всего занято в экономике	799,2
	в том числе:	
1	Добыча полезных ископаемых	4,1
2	Обрабатывающие производства	148,3
3	Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	36,9
4	Строительство	87,3
5	Оптовая и розничная торговля; ремонт автотранспортных средств, мотоциклов, бытовых изделий	218,1
6	Гостиницы и рестораны	25,7
7	Транспорт и связь	93,6
8	Финансовая деятельность	13,4
9	Операции с недвижимым имуществом, аренда и предоставление услуг	54,8
10	Безработные	117,0

¹ По 2009 г. включительно занятое население учитывалось по фактическому виду деятельности, начиная с 2010 г., распределение численности занятого населения осуществляется по основному виду деятельности организации

В табл. 2 представлены результаты затрат предприятий и организаций Ставропольского края на рабочую силу в 2009 году по выбранным отраслям экономики.

Таблица 2

Затраты предприятий и организаций на рабочую силу в 2009 году, рублей (по обследуемому кругу предприятий, рублей в расчете на одного работника в год)

№ п/п	Всего по обследуемым видам деятельности	2037621,6
	в том числе:	
1	Добыча полезных ископаемых	246501,6
2	Обрабатывающие производства	201170,4
3	Производство и распределение энергии, газа и воды	198495,6
4	Строительство	185923,2
5	Оптовая и розничная торговля, ремонт автотранспортных средств	162267,6
6	Гостиницы и рестораны	103820,4
7	Транспорт и связь	273952,8
8	Финансовая деятельность	401944,8
9	Операции с недвижимым имуществом, аренда и предоставление услуг	228745,2
10	Безработные	2900

Из представленных данных следует, что в (1) $Q = 2037621,6$ рублей.

В табл. 3 представлены финансовые результаты предприятий и организаций Став-

ропольского края в 2009 году по выбранным отраслям экономики.

Таблица 3

Финансовый результат деятельности организаций по видам экономической деятельности за 2009 год, млн рублей

№ п/п	Всего по обследуемым видам деятельности	250235,3
	в том числе:	
1	Добыча полезных ископаемых	2211,6
2	Обрабатывающие производства	34541,0
3	Производство и распределение электроэнергии, газа, тепловой энергии, воды	17000,3
4	Строительство	20155,7
5	Оптовая и розничная торговля, ремонт автотранспорта, бытовых изделий и предметов личного пользования	57460,6
6	Деятельность гостиниц и ресторанов	5185,2
7	Транспорт и связь	30616,4
8	Финансовая деятельность	65431,6
9	Операции с недвижимым имуществом, аренда и предоставление услуг	17632,9
10	Безработные	0

Из представленных данных следует, что в (1) $P = 250235,3$ млн рублей.

Рассчитаем значения коэффициентов α_i и β_i (см. табл. 4, 5).

Таблица 4

Значения α_i на одного человека в рублях

α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	α_9	α_{10}
539414,6	232913	460712,7	230878,6	263459,9	201758,8	327098,3	4882955	321768,2	0

Таблица 5

Значения β_i в (1)

β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}
246501,6	201170,4	198495,6	185923,2	162267,6	103820,4	273952,8	401944,8	228745,2	2900

Экономико-математическая модель (1) оптимального распределения трудового потенциала Ставропольского края будет иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} u(x_1, x_2, \dots, x_{10}) \rightarrow \max_x, x = (x_1, x_2, \dots, x_{10}), \\ x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = \sum_{i=1}^{10} x_i = 799200, \\ \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_{10} x_{10} = \sum_{i=1}^{10} \alpha_i x_i \geq 250235300000, \\ \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_{10} x_{10} = \sum_{i=1}^{10} \beta_i x_i \leq 136361137080, \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 10. \end{array} \right. \quad (2)$$

где α_i и β_i представлены в табл. 4 и 5 соответственно. В качестве целевой функции $u(x_1, x_2, \dots, x_{10})$ в (2) выберем

$$u(x_1, x_2, \dots, x_{10}) = \gamma_1 x_1^{0,7} + \gamma_2 x_2^{0,5} + \gamma_3 x_3^{0,5} + \gamma_4 x_4^{0,5} + \gamma_5 x_5^{0,5} + \gamma_6 x_6^{0,5} + \gamma_7 x_7^{0,5} + \gamma_8 x_8^{0,5} + \gamma_9 x_9^{0,5} + \gamma_{10} \frac{1}{1 + x_{10}}, \quad (3)$$

где $\gamma_i = \frac{\alpha_i}{p}$, $i = 1, \dots, 10$, вычисляются по данным табл. 3 и приведены в табл. 6.

Таблица 6

Значения γ_i

γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8	γ_9	γ_{10}
0,00884	0,13803	0,06794	0,08055	0,22963	0,02072	0,12235	0,26148	0,07047	0,00000

Решив задачу нелинейного программирования (2), (3), найдем $x_1 = 44072$, $x_2 = 104152$, $x_3 = 17043$, $x_4 = 31720$, $x_5 = 227730$, $x_6 = 1519$, $x_7 = 78220$, $x_8 = 274892$, $x_9 = 19852$, $x_{10} = 0$. При этом максимальный суммарный доход составит 1 497 770 060 296 рублей.

Таким образом, для получения максимального суммарного дохода в размере 1 497 770 060 296 рублей при заданных ресурсах необходимо запланировать количество трудовых ресурсов по отраслям в соответствии с указанными значениями x_i .

Список литературы

1. Зайцева И.В. Балансовые модели как основа экономико-математических методов исследования трудовых ресурсов // Вестник Ставропольского государственного университета, 2012. – Вып. 79 (2). – С. 38–43.
2. Зайцева И.В. Демографическое развитие Ставропольского края как основа формирования трудовых ресурсов / И.В. Зайцева, М.В. Попова // Научный журнал КубГАУ. – 2012. – № 81(07). – 16 с. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/69.pdf>.
3. Зайцева И.В. Развитие понятия «трудовой потенциал» как социально-экономической категории / И.В. Зайцева, М.В. Попова, Я.В. Ворохобина // Управление экономическими системами: электронный научный журнал. – 2013. – № 1. – Режим доступа: <http://www.uecs.ru/index.php>.
4. Зайцева И.В. Системный подход к определению структуры трудового потенциала региона / И.В. Зайцева, М.В. Попова // Системный анализ и информационные технологии (САИТ-2013): материалы 15-й международной научно-технической конференции САИТ 2013. – Киев, УНК «ИПСА»НТУУ «КПИ», 2013. – 516 с. – С. 101–102.

5. Труд и занятость в Ставропольском крае. 2012: стат. сб. // Ставропольстат. – Ставрополь, 2012. – 137 с.

References

1. Zaitseva I.V. Balansovye model as the basis of mathematical economics research manpower // Bulletin of the Stavropol State University, 2012. Issue 79 (2). pp. 38–43.
2. Zaitsev I.V. The demographic development of the Stavropol Territory as a basis for the formation of labor / I.V. Zaitseva, M. Popova // Journal KubGAU, no. 81 (07), 2012. pp. 16. – Mode of access: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/69.pdf>.
3. Zaitsev I.V. The development of the concept of «working capacity» as a socio-economic category / I.V. Zaitseva, M. Popov, Y. Vorohobina / Management economic systems: electronic scientific journal in 2013. no. 1. Mode of access: <http://www.uecs.ru/index.php>.
4. Zaitsev I.V. A systematic approach to determining the structure of the labor potential of the region / I.V. Zaitseva, M. Popova // System Analysis and Information Technology (SAIT 2013): Proceedings of the 15th International Scientific and Technical Conference SAIT in 2013. Kiev, the ESC «IASA» NTU «KPI», 2013. 516 p. pp. 101–102.
5. Labor and Employment in the Stavropol region. 2012: The Stat.sb. / Stavropolstat. Stavropol, 2012. 137.

Рецензенты:

Гурнович Т.Г., д.э.н., профессор кафедры финансового менеджмента и банковского дела, Ставропольский государственный аграрный университет, г. Ставрополь;
Калмыков И.А., д.т.н., профессор, заместитель директора по научной работе института информационных технологий и телекоммуникаций, ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет», г. Ставрополь.

Работа поступила в редакцию 04.06.2013.