УДК 624.131+539.215

УПЛОТНЕНИЕ НАСЛЕДСТВЕННО-СТАРЕЮЩИХ НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЙ

[1]Дасибеков А., [1]Юнусов А.А., [2]Юнусова А.А., [1]Айашова А.

[1]Южно-казахстанский государственный университет имени М. Ауэзова, Шымкент, e-mail: Yunusov1951@mail.ru;

[2]Казахская академия транспорта и коммуникации имени М. Тынышпаева, Алматы

В данной работе исследован процесс одномерного уплотнения наследственно-стареющих глинистых грунтов. При этом приведены уравнения уплотнения земляных масс, обладающих свойствами неоднородности, ползучести. Компрессионная зависимость между коэффициентом пористости и суммой главных напряжений представлена в линейной и нелинейной форме. Упругоползучее свойство уплотняемого грунта подчиняется теории Маслова–Арутюняна. Неоднородность грунта учитывается через его модуль деформации. Она изменяется по глубине согласно степенному закону $E = E_m z^m$. Г.К. Клейном впервые разработана методика расчета балок, лежащих на грунтовом основании, модуль деформации которого подчиняется этому закону. В такой постановке рассмотрен случай уплотнения слоя сжимаемого наследственно-стареющего грунта толщиной h, расположенного между фильтрующими слоями (например, песчаными). В момент времени $t = \tau_1$ этот слой подвержен действию внешней распределенной нагрузки с интенсивностью $q = q(z, t)$. Верхняя и нижняя поверхности уплотняемого массива водопроницаемы. Решение данной задачи относительно порового давления представлено в виде комбинации Бесселевых и функции Куммера. Такое решение дает возможность определить напряжение в скелете грунта и осадок уплотняемого массива, обладающего свойствами неоднородности и ползучести. При этом одновременный учет старения и ползучести скелета грунта снижает величину порового давления в процессе консолидации. Увеличивает величину начальной осадки и замедляет скорость протекания осадки по сравнению с фильтрационной теорией уплотнения земляных масс. При этом продолжительность протекания осадки по сравнению с фильтрационной теорией сокращается

Ключевые слова: процесс, уплотнение, грунт, деформация, давление, фундамент, граничные условия, функция, фильтрация

COMPACTION OF HEREDITARY-AGING HETEROGENEOUS EARTH FOUNDATIONS

[1]Dasibekov A., [1]Yunusov A.A., [2]Yunusova A.A., [1]Aiashova A.

[1]M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, e-mail: Yunusov1951@mail.ru;

[2]M. Tynyshpayev Kazakh Academy of Transport and Communications, Almaty

One-dimensional compaction process of hereditary-aging clay ground was studied in the work. Equations for compaction of earth having heterogeneity and creeping properties are given here also. Compression dependence between fractional porosity and sum of main stresses is given in linear and non-linear forms. The elastic-creeping property of compact earth is adhered to Maslov-Arutyunyan theory. The heterogeneity of earth is considered though its deformation module. It is changed on depth according to the exponential law $E = E_m z^m$. G.K. Klein for the first time developed method for calculation of hammer brace laying on the earth foundation which deformation module is adhered to this law. In this statement there was considered a case of compaction of layer pressed hereditary-aging ground with thickness h ordered between filter layers (for example, sand layers). In the point of time $t = \tau_1$ this layer is exposed by external distributed loading with the intensity $q = q(z, t)$. The upper and lower faces of compactible massive are water-permeable. Solution of this task concerning interstitial pressure is given in the form of Bessel combination and Kummer function. Such solution gives possibility to determine strain in the soil skeleton and settlement of compatible ground having heterogeneity and creeping properties. At this, simultaneous keeping of aging and creeping of the soil skeleton decompresses value of interstitial pressure in the consolidation process. It increases value of initial settlement and delays leaking of settlement in comparison with filtrational theory for compaction of earth. At this, duration of the settlement leaking in comparison with the filtrational theory decreases.

Keywords: process, compaction, earth (ground, soil), deformation, pressure, foundation, groundwork, boundary conditions, elastic-creeping, functions, filtration, equations

Грунт – это минерально-дисперсное тело, обладающее определенной пористостью. Изменения пористости под влиянием внешних нагрузок от сооружения подчиняются следующим закономерностям: во-первых, изменению коэффициента пористости от давления, сдвигу при трении и скольжения; ламинарной фильтрации; во-вторых, линейной или нелинейной деформируемости. Здесь при оценке сжимаемости грунтов важно выяснить зависимость между изменениями внешней нагрузки и изменением коэффициента пористости грунтов. Если неоднородная грунтовая среда в общем случае обладает свойством нелинейной ползучести, то зависимость между коэффициентом пористости и суммой главных напряжений имеет вид

$$\varepsilon(x,y,z,t) = \varepsilon(\tau_1) - \frac{a_0(x,y,z,t)}{1+(n-1)\xi}\theta(x,y,z,t) + \frac{1}{1+(n-1)\xi}\int_{\tau_1}^{r}\theta(x,y,z,\tau)\frac{\partial a_0(x,y,z,\tau)}{\partial\tau}d\tau + \frac{1}{1+(n-1)\xi}\int_{\tau_1}^{r} f[\theta(x,y,z,\tau)]\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau, \quad (1)$$

где $$C(t,\tau)=\phi(\tau)\cdot a_1\left[1-e^{-\gamma_1(t-\tau)}\right]; \qquad (2)$$

$\varepsilon(t)$, $\theta(t)$ – эти функции также изменяются по координатам x, y, z; $f[\theta(\tau)]$ – функция, характеризующая нелинейную зависимость между коэффициентом пористости $\varepsilon(t)$ и суммой главных напряжений $\theta(t)$ в скелете грунта; $\varphi(\tau)$ – функция старения; a_1, γ_1 – параметры ползучести; $\tau_1\tau_1$ – момент приложения внешней нагрузки; ξ – коэффициент бокового давления; a_0 – коэффициент сжимаемости грунта, который в общем виде может зависеть от глубины исследуемой точки и времени; n – размерность рассматриваемой задачи; $C(t, \tau)$ – мера ползучести. Причем здесь функция $f[\theta(\tau)]$ может изменяться в виде

$$f[\theta(t)]=\theta(t)+\beta^{(H)}\theta^m(t). \qquad (3)$$

Зависимость (1) при $n = 1$ и (2), т.е. для одномерной задачи уплотнения однородных грунтов впервые была применена В.А. Флориным [6]. Он теорию упругоползучего тела Г.Н. Маслова–Н.Х. Арутюняна [1] смог применить к описанию процесса уплотнения глинистых грунтов, обладающих свойством ползучести. Экспериментальные исследования С.Р. Месчяна [5] доказали применимость этой теории к водонасыщенным глинистым грунтам.

Для линейной задачи теории механики уплотняемых пористых упругоползучих неоднородных грунтов зависимость (1) переходит к следующему виду

$$\varepsilon(x,y,z,t)=\varepsilon(\tau_1)-\frac{a_0(x,y,z,t)}{1+(n-1)\xi}\theta(t)+\frac{1}{1+(n-1)\xi}\int_{\tau_1}^{r}\theta(x,y,z,\tau)\frac{\partial\delta(x,y,z,t,\tau)}{\partial\tau}d\tau, \qquad (4)$$

где функции $f[\theta(t)]$ и $\delta(t, \tau)$, входящие соответственно в состав формул (3) и (4), находятся из зависимостей

$$f[\theta(x,y,z,t)]=\theta(x,y,z,t);\quad \delta(x,y,t,\tau)=\frac{1}{E(x,y,z,\tau)}+\phi(\tau)a_1\cdot[1-e^{-\gamma_1(t-\tau)}]. \qquad (5)$$

Здесь $E(x, y, z, t)$ – модуль деформации неоднородного уплотняемого грунта. Функция старения $\varphi(\tau)$ в (5) обычно представляется в виде [1].

$$\phi(\tau)=C_0+\frac{A_1}{\tau}. \qquad (6)$$

Здесь C_0, A_1 – опытные данные; τ – время приложения нагрузки.

Эти зависимости, т.е. (1)–(6) будут описывать состояние скелета слабых глинистых грунтов, находящихся под давлением тех или иных внешних нагрузок. Для неоднородного упругого грунта зависимость (4) имеет вид

$$\varepsilon(x,y,z,t)=\varepsilon(\tau_1)-\frac{a_0(x,y,z,t)}{1+(n-1)\xi}\theta(t). \qquad (7)$$

Выражение (7) для одномерной задачи теории консолидации однородного изотропного грунта имеет вид [7]

$$\varepsilon_0-\varepsilon=a_0\sigma, \qquad (8)$$

где величины ε_0, a_0 находятся путем эксперимента или вычислением; a_0 – коэффициент сжимаемости; ε_0 и ε – коэффициенты пористости для начального и конечного моментов времени. Причем, проф. Цытович Н.А. считал, что этот закон в механике грунтов имеет такое же большое значение, как и закон Гука в теории сопротивления материалов и коэффициент сжимаемости, a_0 является очень важной характеристикой при расчете осадки сооружения.

Между коэффициентом сжимаемости a_0 и модулем общей деформации E существует зависимость [7]

$$E_0=\frac{\beta(1+\varepsilon_0)}{a_0}, \qquad (9)$$

где β – коэффициент, равный для глин 0,43; для суглинков – 0,57; для супесей – 0,72; для песчаных грунтов – 0,76. Зная значение для a_0, всегда из (9) можно определить E_0.

Основные разрешающие уравнения механики уплотняемых неоднородных упругоползучих грунтов определим следующим образом. Для этого возьмем уравнение уплотнения для пространственной задачи механики уплотняемых неоднородных грунтов без учета его ползучести, обладающих различными свойствами в вертикальном и горизонтальном направлениях

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=-\frac{1}{1+\varepsilon_{\text{ср}}}\cdot\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}, \qquad (10)$$

где

$$\left.\begin{aligned} v_x&=-k_x\left(\frac{1}{\gamma_\text{в}}\frac{\partial p}{\partial x}\right),\\ v_y&=-k_y\left(\frac{1}{\gamma_\text{в}}\frac{\partial p}{\partial y}\right),\\ v_z&=-k_z\left(\frac{1}{\gamma_\text{в}}\frac{\partial p}{\partial z}\right),\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

откуда

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{k_x}{\gamma_в} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2};$$
$$\frac{\partial v_y}{\partial y} = \frac{k_y}{\gamma_в} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}; \qquad (12)$$
$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{k_z}{\gamma_в} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial z^2},$$

где k_x, k_y, k_z – соответственно коэффициенты фильтрации грунта в вертикальном и горизонтальном направлениях; $\varepsilon_{ср}$ – средний коэффициент пористости в процессе уплотнения; v_x, v_y, v_z – скорости при фильтрации воды к дрену.

Имея в виду (11), (12) уравнение (10) приводим к виду

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\frac{1+\varepsilon_{ср}}{\gamma_в} \cdot \left(k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right). \quad (13)$$

Если в место $\varepsilon(t)$ примем (1), то

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{1+(n-1)\xi} \left[\begin{array}{l} -a_0(x,y,z,t)\theta'(x,y,z,t) + a_1\gamma_1\phi(t) f[\theta(x,y,z,t)] + \\ +a_1\gamma_1 \int\limits_{\tau_1}^{t} f[\theta(x,y,z,t)] \cdot [\phi'(\tau) + \gamma_1\phi(\tau)] \cdot e^{-\gamma_1(t-\tau)} d\tau \end{array} \right].$$

Подставив в (13) последнее соотношение, находим

$$\begin{gathered} a_0(x,y,z,t)\theta'(x,y,z,t) + a_1\gamma_1\phi(t) f[\theta(x,y,z,t)] - \\ -a_1\gamma_1 \int\limits_{\tau_1}^{t} f[\theta(x,y,z,t)] \cdot [\phi'(\tau) + \gamma_1\phi(\tau)] \cdot e^{-\gamma_1(t-\tau)} d\tau = \\ = \frac{(1+\varepsilon_{ср})[1+(n-1)\xi]}{\gamma_в} \cdot \left(k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right). \end{gathered} \qquad (14)$$

Дифференцируя последнее уравнение (14) по t, затем сложив полученное равенство с (14), предварительно умножив его на γ_1, получим следующее нелинейное уравнение второго порядка относительно $\theta(t)$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \left[a_0'(z,t) + \gamma_1 a_0(z,t)\right]\frac{\partial \theta}{\partial t} + a_1\gamma_1\phi(t) \cdot \frac{\partial f[\theta(t)]}{\partial t} = \nabla^2\theta, \qquad (15)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \overline{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \overline{y}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \overline{z}^2};$

$$C_{1V}(z,t) = \frac{k(1+\varepsilon_{ср})[1+(n-1)\xi]}{\gamma_в a_0(x,y,z,t)}; \quad (16)$$

$$\overline{x} = x\sqrt{\frac{k}{k_x}}; \quad \overline{y} = y\sqrt{\frac{k}{k_y}}; \quad \overline{z} = z\sqrt{\frac{k}{k_z}}. \quad (17)$$

Для одномерной задачи теории консолидации глинистых грунтов

$$C_{1V}(z,t) = \frac{k(1+\varepsilon_{ср})}{\gamma_в a_0(z,t)}, \qquad (18)$$

для двумерной задачи

$$C_{2V}(z,t) = \frac{k(1+\varepsilon_{ср})(1+\xi)}{\gamma_в a_0(x,z,t)}, \qquad (19)$$

для трехмерной задачи

$$C_{3V}(z,t) = \frac{k(1+\varepsilon_{ср})(1+2\xi)}{\gamma_в a_0(x,y,z,t)}. \qquad (20)$$

Следовательно, для нахождения искомой функции $\theta(t)$, кроме граничных условий, должны быть заданы еще два начальных условий. Одно из них определяется из (14) при $t = \tau_1 = 0$, т.е.

$$\left.\frac{\partial \theta}{\partial t}\right|_{t=\tau_1=0} + a_1\gamma_1\phi(0) f[\theta(0)] = C_{1V}(z,0) \cdot \nabla^2\theta(t)\big|_{t=\tau_1=0}. \qquad (21)$$

Второе начальное условие вытекает непосредственно из характера приложения нагрузки, т.е.

$$\theta_0 = \theta_0^*(q) = 0. \qquad (22)$$

Если вместо нелинейной функции $f[\theta(t)]$ примем (3), то нелинейное уравнение (15) имеет вид

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}+\left[a_0'(x,y,z,t)+\gamma_1 a_0(x,y,z,t)+a_1\gamma_1\phi(t)\right]\cdot\frac{\partial\theta}{\partial t}= \\ =C_{nV}\left(\gamma_1+\frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2\theta-m\beta a_1\gamma_1\phi(t)\theta^{m-1}\frac{\partial\theta}{\partial t}. \tag{23}$$

Таким образом, решение нелинейной задачи механики уплотняемых неоднородных глинистых грунтов сводится к решению нелинейного уравнения (23) при (21), (22) начальных и граничных условиях, соответствующих рассматриваемой задаче.

Рассмотрим некоторые частные случаи уравнения (23).

1. Пусть состояние скелета слабых водонасыщенных глинистых грунтов подчиняется линейной наследственной теории Г.Н. Маслова–Н.Х. Арутюняна [1], т.е. уравнению (4). Тогда уравнение (23) приводится к виду

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}+[a_0'(x,y,z,t)+\gamma_1 a_0(x,y,z,t)+a_1\gamma_1\phi(t)]\cdot\frac{\partial\theta}{\partial t}=C_{nV}\left(\gamma_1+\frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2\theta \tag{24}$$

Начальные условия для уравнения (24) будут

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial t}\right|_{t=\tau_1=0}=C_{nV}(z,0)\,\nabla^2\theta(t)\Big|_{t=\tau_1=0}; \tag{25}$$

$$\theta(t)\Big|_{t=\tau_1=0}=0. \tag{26}$$

2. Если состояние скелета глинистых грунтов подчиняется закону (7), то уплотняющая среда является упругой и уравнение (23) приводится к виду

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=C_{nv}\cdot\nabla^2\theta(t). \tag{27}$$

Начальное условие уравнения (27) имеет вид

$$\theta(t)\Big|_{t=\tau_1=0}=0. \tag{28}$$

Следует заметить, что все основные уравнения механики уплотняемых водонасыщенных глинистых грунтов приведены относительно суммы главных напряжений $\theta(t)$. Можно эти уравнения представить относительно порового давления $p(t)$. Для этого используем условие равновесия вида

$$\theta(t)=n\left[\left(\frac{\theta^*}{n}+p^*\right)-p(t)\right]. \tag{29}$$

Использовав выражение (29), уравнение (23) относительно порового давления приводим к виду

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}+[a_0'(x,y,z,t)+\gamma_1 a_0(x,y,z,t)+a_1\gamma_1\phi(t)]\frac{\partial p}{\partial t}= \\ =C_{nv}\left(\gamma_1+\frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2 p-nm\beta a_1\gamma_1\phi(t)n\left[\frac{\theta^*}{n}+p^*-p(t)\right]^{m-1}\frac{\partial p}{\partial t}- \\ -n\left(\frac{\ddot\theta^*}{n}+\ddot p\right)-n\,[a_0'(x,y,z,t)+\gamma_1 a_0(x,y,z,t)+ \\ +a_1\gamma_1\phi(t)]\cdot\left(\frac{\dot\theta^*}{n}+\dot p^*\right). \tag{30}$$

Если состояние скелета водонасыщенного уплотняемого грунта подчиняется закону (4), т.е. где учитывается его линейное свойство ползучести, то основное разрешающее уравнение механики уплотняемых глинистых грунтов имеет вид

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}+[a_0'(x,y,z,t)+\gamma_1 a_0(x,y,z,t)+a_1\gamma_1\phi(t)]\frac{\partial p}{\partial t}=C_{nv}\left(\gamma_1+\frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2 p. \tag{31}$$

Начальными условиями для (31) будут

$$\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_{t=\tau_1}+\frac{a_1}{a_0(z,t)}\gamma_1\phi(\tau_1)p(\tau_1)=C_{nv}\nabla^2 p(\tau_1)+a_1\gamma_1\phi(\tau_1)\left(\frac{\theta^*}{n}+p^*\right); \quad (32)$$

$$p_0(\tau_1)=\frac{\theta^*}{n}+p^*. \quad (33)$$

Для упругой задачи уравнение (31) имеет вид

$$\frac{\partial p}{\partial t}=C_{nv}\nabla^2 p, \quad (34)$$

где θ^*, p^* – сумма главных напряжений и давление в поровой жидкости, соответствующие состоянию мгновенного уплотнения грунта.

Следует заметить, что при решении некоторых задач механики уплотняемых глинистых грунтов, связанных с расчетами вертикальных дрен, песчаными и известковыми сваями уместно использовать указанные выше уравнения (30), (34) соответственно при (32), (26) в цилиндрических координатах.

Эти координаты с декартовыми ортогональными координатами связаны следующими зависимостями

$$x = r\cos\varphi, \quad y = r\sin\varphi, \quad z = z. \quad (35)$$

Учитывая (35) основные уравнения механики уплотняемых анизотропных по водопроницаемости глинистых грунтов (30), (31), (34), соответственно можно записать в цилиндрических координатах. При этом выражение для $\nabla^2 p$ имеет вид

$$\nabla^2 p=\frac{\partial}{\partial r}\left(k_r\frac{\partial p}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(k_r p)+\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial\phi}\left(k_\phi\frac{\partial p}{\partial\phi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k_z\frac{\partial p}{\partial z}\right), \quad (36)$$

или вместо (36)

$$\nabla^2 p=\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{r}^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial\bar{r}}+\frac{1}{\bar{r}^2}\cdot\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{\phi}^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{z}^2}, \quad (37)$$

где

$$\bar{r}=r\sqrt{\frac{k}{k_r}};\quad \bar{\phi}=\kappa\sqrt{\frac{k}{k_\phi}};\quad \bar{z}=z\sqrt{\frac{k}{k_z}}.$$

Если иметь в виду, что распределение порового давления не зависит от угла $\bar{\phi}$, то вместо (37) будем иметь

$$\nabla^2 p=\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{r}^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial\bar{r}}+\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{z}^2}. \quad (38)$$

Тогда уравнение (31) при (38) имеет вид

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}+[a_0'(x,y,z,t)+\gamma_1 a_0(x,y,z,t)+a_1\gamma_1\phi(t)]\frac{\partial p}{\partial t}=$$
$$=C_{nv}\left(\gamma_1+\frac{\partial}{\partial t}\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{r}^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial\bar{r}}+\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{z}^2}\right). \quad (39)$$

Таким образом, решив уравнения (30), (31), (34), (39) при соответствующих краевых условиях находим решение той или иной задачи теории консолидации земляных масс.

В качестве иллюстрации решим уравнение (31) применительно к одномерной задаче теории уплотнения неоднородных упругоползучих грунтов. Здесь неоднородность грунта изменяется по глубине согласно закону:

$$E = E_m z^m, \quad (40)$$

где E_m – модуль деформации на глубине $z = 1$; m – показатель неоднородности основания, который связан с коэффициентом Пуассона μ_0 так $\mu_0(2 + m) = 1$. Здесь следует заметить, что Г.К. Клейном [4] разработана методика расчета балок, лежащих на грунтовом основании, модуль деформации которого изменяется по закону (40). Учитывая выражения (9) и (40) для коэффициента сжимаемости, получим

$$a_0 = az - m;\quad a=\frac{\beta(1+\varepsilon_0)}{E_m}. \quad (41)$$

При одномерном уплотнении элементарный кубик, выделенный из массива грунта, деформируется в условиях отсутствия бокового расширения. Причем направление сжимаемости кубика-образца совпадает с направлением действия наибольшего главного напряжения. В двух других направлениях деформации равны нулю. В этих условиях относительная деформация уплотнения равна относительной объемной деформации грунта.

Для выяснения общего характера протекания процесса уплотнения достаточно будет рассмотреть отдельные решения именно этой задачи, физическая сторона которой не очень отличается от аналогичных решений трехмерных задач. С другой стороны, исследования одномерного уплотнения более доступны, чем двух- и трехмерных. Кроме того, это дает возможность при рассмотрении процесса уплотнения учесть некоторые факторы, сильно влияющие на него, в частности, можно указать на одновременный учет неоднородности, старения и ползучести уплотняемых грунтов. В связи с этим ниже исследуем процесс уплотнения, происходящий в слое двухфазного грунта.

Рассмотрим случай уплотнения слоя сжимаемого наследственно-стареющего грунта толщиной h, расположенного между фильтрующими слоями (например, песчаными). Пусть он в момент времени $t = \tau_1$ подвержен действию внешней распределенной нагрузки с интенсивностью $q = q(z,\ t)$. Верхняя и нижняя поверхности уплотняемого массива водопроницаемы.

Основное уравнение одномерной задачи механики однородных уплотняемых наследственно-стареющих трехфазных грунтов находим из (30), приняв $n = 1$, $\theta^* + P^* = q(z,\ t)$. Если модуль деформации уплотняемого грунта изменяется по глубине, подчиняясь закону (40), а коэффициент сжимаемости по выражению (41), то основное уравнение уплотнения (31) имеет следующий вид:

При этом это уравнение в безразмерных координатах имеет вид:

$$\frac{\partial^2 P(\xi,T)}{\partial T^2}+\gamma_1\left[\left(1+a_1c_0a^{-1}\right)\frac{h^2}{c_{1\nu}}+\frac{a_1a^{-1}A_1}{T}\right]\frac{\partial P}{\partial T}=c_{1\nu}\gamma_1\xi^m\left(\frac{\partial}{\partial T}+\frac{h^2}{c_{1\nu}}\right)\frac{\partial^2 P}{\partial \xi^2}+$$
$$+aa^{-1}\ddot{q}+\gamma_1\left[\left(a_1+a_0c_0\right)a^{-1}\frac{h^2}{c_{1\nu}}+a_0A_1\frac{1}{T}\right]\dot{q}, \qquad (42)$$

где
$$c_{1\nu}=\frac{k(1+\varepsilon_{\text{ср}})}{\gamma_b a};\quad T=\frac{c_{1\nu}}{h^2}t;\quad \xi=\frac{x_3}{h}. \qquad (43)$$

Начальными условиями для данной задачи, согласно (32) и (33), будут:

$$\left.\frac{\partial P}{\partial T}\right|_{T=T_1}+\gamma_1\left[a_1a^{-1}c_0\frac{h^2}{c_{1\nu}}+\frac{a_1a^{-1}A_1}{T_1}\right]P(\xi,T_1)=c_{1\nu}\xi^m\frac{\partial^2 P}{\partial\xi^2}+a_0a^{-1}\dot{q}(\xi,T_1)+$$
$$+\gamma_1a_1a^{-1}\left[\frac{c_0h^2}{c_{1\nu}}+\frac{A_1}{T_1}\right]\cdot q(\xi,T_1); \qquad (44)$$

$$P(\xi,T_1)=q(\xi,T_1). \qquad (45)$$

Граничными условиями исследуемой задачи будут:

$$P(z,T)=0,\quad t\in[\tau_1,T_1]\quad \begin{cases}\text{при} & z=0,\\ \text{при} & \text{z}=h\end{cases}$$

или относительно безразмерных координат

$$P(\xi,\ T) = 0 \text{ при } \xi = 0$$

$$\text{и } \xi = 1\ T\in\ [\tau_1,\ T_1], \qquad (46)$$

Следовательно, задача сводится к решению уравнения (42) при начальных (44), (45) и граничных (46) условиях. Подобная задача также исследована в работах [5, 6] Это решение применительно к данной задаче можно представить так:

$$P(\xi,T)=\sum_{j=0}^{\infty}T_j(T)\,W_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_j\xi^{\frac{2}{2-m}}\right),$$

$$T\in\ [T_1,\ T],\ \xi\in\ [0,\ 1],\ m\neq 2. \qquad (47)$$

Здесь функция $W_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_j\,\xi^{\frac{2-m}{2}}\right)$ для целого индекса $\frac{1}{2-m}$, $m \neq 2$ имеет вид:

$$W_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_j\xi^{\frac{2-m}{2}}\right)=Y_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_j h^{\frac{2-m}{2}}\right]\cdot J_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_j\xi^{\frac{2-m}{2}}\right)-$$
$$-J_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_j h^{\frac{2-m}{2}}\right]\cdot Y_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_j\xi^{\frac{2-m}{2}}\right). \quad (48)$$

Она для дробного индекса $\frac{1}{2-m}$ $m\neq 2$ представлена следующим образом:

$$W_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_j\xi^{\frac{2-m}{2}}\right)=J_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_j h^{\frac{2-m}{2}}\right]\cdot J_{-\frac{1}{2-m}}\left(\nu_j\xi^{\frac{2-m}{2}}\right)-$$
$$-J_{-\frac{1}{2-m}}\left[\nu_j h^{\frac{2-m}{2}}\right]\cdot J_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_j\xi^{\frac{2-m}{2}}\right); \quad (49)$$

$$T_j(T)=C_{1j}F\left[r_j(T)\right]+C_{2j}G\left[r_j(T)\right]+$$
$$+\int_{T_1}^{T}\frac{Q_j(\tau)\left\{G\left[r_j(\tau)\right]\cdot F\left[r_j(T)\right]-F\left[r_j(\tau)\right]\cdot G\left[r_j(T)\right]\right\}}{G\left[r_j(\tau)\right]\cdot\dot F\left[r_j(\tau)\right]-F\left[r_j(\tau)\right]\cdot\dot G\left[r_j(\tau)\right]}\cdot d\tau, \quad (50)$$

где

$$G\left(\alpha_j,c,r_j\right)=\frac{\Gamma(1-c)}{\Gamma(\alpha_j-c-1)}\cdot G\left(\alpha_j,c,r_j\right)-\frac{F(1-c)}{F(\alpha_j)}\cdot r_j^{1-c}\left(1+\alpha_j-r_j;1-c;\ r_j\right);$$

$$F\left(\alpha_j,c,r_j\right)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\alpha_j)k}{(ck_k)!}\cdot r_j^k;\quad M_j^{(1)}=\gamma_1\left[\left(1+a_1c_0a^{(1)}\right)\frac{h^2}{c_{1\nu}}+\frac{\beta_j^2}{\gamma_1}\right];\quad D^{(1)}=a_1a^{(1)}A_1;$$

$$M_j^{(1)}=\gamma_1h^2\frac{\beta_j^2}{c_{1\nu}};\qquad r_j=\sqrt{\left[M_j^{(1)}\right]^2-N_j^{(1)}T};\qquad c=2-D^{(1)};$$

$$a_j=0,5\left(M_j^{(1)}-\sqrt{\left[M_j^{(1)}\right]^2-4N_j^{(1)}}\right);$$

$$\alpha_j=\left[\beta_j\left(2-D^{(1)}\right)-\left(1-D^{(1)}\right)M_j^{(1)}\right]\Big/\sqrt{\left[M_j^{(1)}\right]^2-4N_j^{(1)}};$$

$$Q_j(T)=2/n\int_0^1F(\xi,T)\sin\frac{2j+1}{2}\pi\xi d\xi;\quad \beta_j^2=\left[\frac{(2j+1)\pi}{2}\right]^2;$$

$$F(\xi,T)=a_1a^{(1)}\ddot q+\gamma_1\left[\left(a_1+a_0c_0\right)\cdot a^{(1)}\frac{h^2}{c_{1\nu}}+a_0A_1\frac{1}{T}\right]\dot q.$$

Параметры находятся как решение следующих трансцендентных уравнений для целого индекса $\frac{1}{2-m}$

$$J_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_j\right)Y_{\frac{m-1}{2-m}}\left[\nu_j h^{\frac{2-m}{2}}\right]-Y_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_j\right)J_{\frac{m-1}{2-m}}\left[\nu_j h^{\frac{2-m}{2}}\right]=0, \quad (51)$$

для дробного индекса $\frac{1}{2-m}$

$$J_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_j\right)J_{\frac{m-1}{2-m}}\left[\nu_j h^{\frac{2-m}{2}}\right]-J_{-\frac{1}{2-m}}\left(\nu_j\right)J_{\frac{m-1}{2-m}}\left[\nu_j h^{\frac{2-m}{2}}\right]=0. \quad (52)$$

Уравнение (51) и (52) для конкретного числа m имеют бесчисленные множества корней

$$\frac{2}{2-m}\lambda = \nu.$$

Учитывая (48)–(52) расчетную формулу для вычисления распределения порового давления в уплотняемом массиве мощностью h с водопроницаемыми верхней и нижней поверхностями в безразмерных координатах представим следующим образом.

$$P(\xi,T) = \sum_{j=0}^{\infty}\Big\{T^{1-c}\Big[c_{1j}F\Big(\alpha_j, 2-c; \sqrt{B_j^2 - D_j}\Big) + c_{2j}G\Big(\alpha_j, 2-c; \sqrt{B_j^2 - D_j}\Big)\Big]\cdot e^{\lambda_j T} +$$
$$+\int_{T_1}^{T}\frac{Q_j(\tau)\big\{G\big[r_j(\tau)\big]\cdot F\big[r_j(T)\big] - F\big[r_j(\tau)\big]\cdot G\big[r_j(T)\big]\big\}}{G\big[r_j(\tau)\big]\cdot \dot{F}\big[r_j(\tau)\big] - F\big[r_j(\tau)\big]\cdot \dot{G}\big[r_j(\tau)\big]}\cdot d\tau\Big\}\, W_{\frac{1}{2-m}}\Big(\nu_j \xi^{\frac{2-m}{2}}\Big) \qquad (53)$$

где

$$c_{KJ} = (-1)\forall_{kj}(T_1)D_j(T), \qquad k = 1,2,$$

где

$$\forall_{1j}(T_1) = F\big(r_j(T_1)\big)L_{1j}\big(r_j(T_1)\big) - \dot{F}\big(r_j(T_1)\big)L_{0j}(T_1) - L_{0j}(T_1)F(T_1)A_j;$$
$$\forall_{2j}(T_1) = G\big(r_j(T_1)\big)\cdot L_{1j}(T_1) - \dot{G}\big(r_j(T_1)\big)L_{0j}(T_1)T_1^{1-\beta} - L_{0j}\dot{G}(T_1)A_j;$$
$$A_j = T_1^{1-\beta}\Big[1 - B - \big(\chi - c_{1\nu}\beta^2\lambda_j^2\big)T_1\Big];$$
$$D_j = \frac{e^{\chi(T_1)}}{T_1^{2(1-B)}}\cdot\frac{1}{\dot{F}\big(r_j(T_1)\big)\cdot G\big(r_j(T_1)\big) - F\big(r_j(T_1)\big)\cdot \dot{G}\big(r_j(T_1)\big)}.$$

Напряжение в скелете грунта находится из следующего соотношения

$$\sigma(\xi,T) = q(\xi,T) - \sum_{j=0}^{\infty}T_j(T)W_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_j \xi^{\frac{2}{2-m}}\right), \qquad (54)$$

где $T_j(T)$ находится из (50) или (51).

Для вычисления осадок $S(T)$ грунта в безразмерной координате используем формулу вида

$$S(T) = \frac{a_0 h}{1+\varepsilon_0}\int_0^1 \sigma(\xi,T)d\xi, \qquad (55)$$

где $\sigma(\xi, T)$ – напряжение в скелете грунта. Причем при $T \to 0$ имеем, что $\sigma(\xi, T) \to 0$, а при $T \to \infty$ напряжение стремится к q. Следовательно, если поровое давление изменится от q до 0, то напряжение принимает значение от 0 до q. При этом $S(T)$ изменится от 0 до

$$S_\infty = \frac{a_0 h}{1+\varepsilon_0}\int_0^1 q(\xi,\infty)d\xi. \qquad (56)$$

Если $q(\xi, T) = q = \mathrm{const}$ то из (48) находим, что $S_\infty = \frac{a_0 q h}{1+\varepsilon_0}$, т.е. неустановившаяся осадка слоя уплотняемого грунта во времени изменяется в диапазонах от 0 до $\frac{a_0 q h}{1+\varepsilon_0}$.

Таким образом, процесс возникновения и возрастания порового давления является сложным процессом, зависящим не только от величины, приложенной внешней нагрузкой, но и от времени, плотности и водонасыщенности грунта. Причем, чем плотнее грунт и вязок, тем больше период времени, необходимый для достижения его стационарного напряженного состояния.

Устойчивость самого сооружения в этот период будет в основном зависеть от распределения приложенных нагрузок между скелетом и поровой жидкостью. В этом плане, чем раньше большую нагрузку будет воспринимать на себя скелет, тем устойчивее грунт. Следовательно, сам процесс перераспределения напряжений между скелетом и поровой жидкостью во времени имеет большое практическое значение. При этом одновременный учет старения и ползучести скелета грунта снижает величину порового давления в процессе консолидации. Увеличивает величину начальной осадки и замедляет скорость протекания осадки по сравнению с фильтрационной теорией уплотнения земляных масс. При этом продолжительность протекания осадки по сравнению с фильтрационной теорией сокращается.

Следует заметить, что решению подобных вопросов также посвящены работы [2, 3, 8].

Список литературы

1. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. – М.: Гостехтеориздат. 1952. – 323с.

2. Об уплотнении наследственно-стареющих неоднородных грунтов с неоднородными граничными условиями / М.Ж. Бердыбаева, А.Д. Дасибеков, Д.А. Ахметов, А.Р. Ахметов // Вестник НИИстройпроекта. – Алматы, 2006. – № 1-2 (8). – С. 65–72.

3. Влияние переменности коэффициента фильтрации и модуля деформации на процесс уплотнения / А.Д. Дасибеков, А. Асибеков, Г. Макашева, Г.А. Такибаева // Тр. межд. науч.-метод. конф. при ун-те Дружбы народов. – Шымкент, 2006. – Ч.1.– С. 228–232.

4. Клейн Г.К.расчет осадок сооружений по теории неоднородного линейно-деформируемого +полупространства Гидротехническое строительства. – 1948. – № 2. – С. 7–14.

5. Месчян С.Р. Экспериментальная реология глинистых грунтов. – М.: Недра, 1985. – 342 с.

6. Флорин В.А. Основы механики грунтов. – М.: Госстройиздат, Т.2. 1961. – С. 60–276.

7. Цытович Н.А. Механика грунтов. – М.: Изд-во литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1963. – 633 с.

8. Консолидация неоднородных упругих и упруго ползучих, грундов / А.А. Юнусов, А. Дасибеков, Н. Сейдуллаева, А.А. Юнусова // Международный журнал экспериментального образования. – 2012. – № 8. – С. 67–73.

References

1. Arutynyan N.KH. Some questions of the theory of creep. M.: Gostehtheorizdat . 1952, pp. 323.

2. Berdybaeva M.ZH., Dasibekov A.D., Akhmetov D.A., Akhmetov A.R. About compacting hereditary-aging heterogeneous soils with inhomogeneous boundary conditions //journal of SRI stroyproekt.-Almaty, 2006, no. 1–2 (8). pp. 65–72.

3. Dasibekov A.D., Asibekov A., Makasheva G., Takibaeva G.A. The impact of the variability coefficient of filtration and modulus of deformation on process seal // Proc. of Int. scientific-methodical conf. at the University of Friendship of peoples.-Shymkent, 2006. Part 1. pp. 228–232.

4. Klein G.K.расчет sediment structures on the theory of inhomogeneous linearly deformable +half-Hydraulic engineering construction. 1948, no. 2 pp. 7–14.

5. Meschan S.R. Experimental rheology clay soils. M.:Nedra, 1985. 342 p.

6. Florin V.A. Fundamentals of soil mechanics. M.: Gosstroiizdat, Vol. 2. 1961, pp. 60–276.

7. Tsytovich N.A. Soil mechanics. M.: Publishing literature on construction, architecture and building materials. 1963. 633 p.

8. Yunusov A.A. Dasibekov A.D. Seydullaeva N. Yunusova, A.A. Consolidation of inhomogeneous elastic and elastic creeping soils // International journal of experimental education, 2012, no. 8, pp. 6–73.

Рецензенты:

Арапов Б., д.т.н., профессор, Южно-казахстанский государственный университет имени М. Ауэзова, г. Шымкент;

Бровко И., д.т.н., профессор, Южно-казахстанский государственный университет имени М. Ауэзова, г. Шымкент.

Работа поступила в редакцию 01.07.2013.