

УДК 621.822.574

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ СЖИМАЕМОЙ СМАЗКИ В ЗАЗОРЕ ЧАСТИЧНО ПОРИСТОГО ПОДШИПНИКА С ВНЕШНИМ НАДДУВОМ ГАЗА

Логинов В.Н., Космынин А.В., Широкова З.В., Медведовская Ю.В.

*Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет,
Комсомольск-на-Амуре, e-mail: vnl_1955@mail.ru*

Рассмотрено аналитическое решение задачи определения поля давления в зазоре частично пористого цилиндрического подшипника с внешним наддувом газа, работающего в режиме подвеса (при не вращающемся вале) и в гибридном режиме (при вращающемся вале). Решение базируется на классических в теории газовой смазки допущениях о течении смазочного слоя в зазоре подшипника. В основе лежит решение модифицированного уравнения Рейнольдса и уравнения течения сжатого газа через пористую матрицу. В рамках метода непрерывных линий наддува газа уравнения течения смазки при неподвижном вале решаются методом разделения переменных. Газодинамическая составляющая давления в гибридном режиме работы находится с помощью метода разложения по малому параметру. Это позволяет сравнительно просто определить поле давления в зазоре подшипника. Сравнение теоретических результатов с опытными данными показало вполне удовлетворительную для инженерных расчетов точность.

Ключевые слова: пористая среда, газовый подшипник, газовая смазка, смазочный слой, несущая способность, относительный эксцентриситет, число сжимаемости

MATHEMATICAL MODEL OF FLOW OF COERCIBLE GREASING IN GAP PARTLY POROUS BEARING WITH EXTERNAL SUPERCHARGE OF GAS

Loginov V.N., Kosmyinin A.V., Shyroкова Z.V., Medvedovskaya Y.V.

Komsomolsk-na-Amure state technical university, Komsomolsk-on-Amur, e-mail: vnl_1955@mail.ru

Analytical solution of the considered task definition's pressure in the gap partially porous cylindrical bearings with external supercharged gas suspension mode (when not rotating shaft) and hybrid mode (with the rotating shaft). The solution is based on the classical theory of gas lubrication for lubricating layer assumptions in the gap of the bearing. The decision was based on a modified Reynolds equation and the equation of compressed gas flow through porous matrix. The method of continuous lines of gas flow adjuster, equations with fixed shaft lubrication are solved by separation of variables. Gas-dynamic pressure component in a hybrid mode decomposition method is a small parameter. This makes it relatively easy to determine the pressure field in the gap of the bearing. Comparison of the theoretical results with experienced data showed quite satisfactory for engineering calculations precision.

Keywords: the porous medium, the gas bearing, the gas greasing, lubricating layer, load capacity, the relative eccentricity, number of compressibility

Использование в высокоскоростных роторных системах подшипников на газовой смазке связано с необходимостью практической реализации прорывных технологий, например, в ситуациях, когда применение газовых опор является единственно возможным решением, обеспечивающим нормальную работу узлов трения. Известно успешное применение газовых подшипников в станкостроении [1, 4, 5, 7], криогенной и авиакосмической технике, метрологическом оборудовании, гироскопических устройствах, газотурбинных установках, в атомной энергетике и т.д. При этом следует указать на достаточно ограниченную информацию о реальном внедрении газовых опор в различные механизмы, что связано с коммерческой и оборонной секретностью.

К настоящему времени заложены хорошие основы расчета эксплуатационных характеристик газовых подшипников, которые в целом говорят о надежных результатах, получаемых с применением численных методов [3, 6, 10]. Между тем результаты исследования, представленные в работах [8, 9], показывают на вполне удовлетвори-

тельное согласование опытных и теоретических результатов, полученных на основе аналитической методики расчета с использованием разложением по малому параметру, в качестве которого принято число сжимаемости. Однако с ростом числа сжимаемости (больше 0,4) наблюдается заметное рассогласование теоретических и экспериментальных данных.

С целью расширения сведений о характеристиках подшипников, работающих в широком диапазоне изменения числа сжимаемости, в КНАГТУ разработана аналитическая методика расчета, в основе которой лежит метод разложения по малому параметру, в качестве которого принят относительный эксцентриситет. Эта методика и излагается в настоящей работе.

Пусть газ из камеры нагнетания под давлением P_s поступает через пористые вставки в смазочный слой цилиндрического подшипника. Пористые вставки расположены равномерно по окружности в два ряда. Форма пористых вставок цилиндрическая. На вал действует внешняя радиальная нагрузка F (рис. 1).

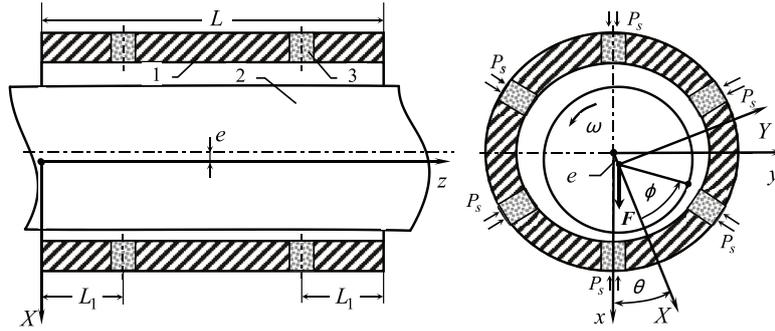


Рис. 1. Газовый статический подшипник с двумя рядами пористых вставок: 1 – непроницаемая часть вкладыша подшипника; 2 – вал; 3 – пористая вставка

Используя общепринятые допущения [2], получим уравнения для определения поля давления в зазоре: в непроницаемой части вкладыша подшипника

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(H^3 P \frac{\partial P}{\partial s} \right) + H^3 \frac{\partial}{\partial z} \left(P \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu\omega R \frac{\partial(HP)}{\partial s}; \quad (1)$$

в пористой среде

$$\frac{\partial^2 \eta_\delta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta_\delta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta_\delta}{\partial z^2} = 0, \quad (2)$$

где $s = \phi R$ – длина дуги в смазочном слое; R – радиус вала; ϕ – полярный угол, отмеряемый от линии действия нагрузки (сечение с максимальным давлением); H – толщина смазочного слоя, $H = c(1 - \varepsilon \cos \phi)$; c – средний радиальный зазор, $\varepsilon = e/c$ – относительный эксцентриситет; e – эксцентриситет; $P = P(s, z)$ – абсолютное давление в смазочном слое подшипника, $\eta_\delta = \eta_\delta(x, y, z) \equiv P_\delta^2$ – квадрат давления в пористой среде (здесь и далее индекс δ означает характеристики пористой среды); μ – коэффициент вязкости; ω – угловая скорость вращения вала; $L = 2L_0$ – длина подшипника.

При работе подшипника в режиме подвеса ($\omega = 0, \theta = 0$) ряды пористых вставок в первом приближении заменим эквивалентными им по площади пористыми кольцевыми втулками шириной Δ (метод непрерывных линий наддува). В работе [8] найдено приближенное решение системы уравнений (1), (2) и определены наибольший и наименьший квадрат давления в области пористых вставок:

$$\eta_{\max} = \eta_\Delta(0); \quad \eta_{\min} = \eta_\Delta(\pi),$$

где

$$\eta_\Delta = \frac{\eta_s}{1 + K_0}; \quad K_0 = \frac{K_c^3 h^3 R^2}{L_1 \Delta};$$

$$K_c = \sqrt[3]{\frac{c^3 \ln(1 + \delta/R)}{12 k_p R}}$$

– конструктивный параметр, $h = H/c$, $h = 1 - \varepsilon \cos \phi$ – относительная толщина смазочного слоя.

Переходя в уравнении (1) к безразмерным переменным, получаем

$$\frac{1}{h^3} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(h^3 \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right) + r^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} = 0, \quad (3)$$

где $\zeta = z/L_0$, $\zeta \in [0, 1]$, $\psi = \eta/\Delta\eta$ – относительный квадрат давления, $\Delta\eta = \eta_{\max} - \eta_{\min}$, $r = R/L_0$ – относительный радиус вала.

Решение уравнения (3) найдем в виде $\psi(\phi, \zeta) = X(\phi)Z(\zeta)$. Подставляя эту функцию в уравнение и разделяя переменные, получим систему уравнений:

$$r^2 Z'' + \lambda^2 Z = 0; \quad (4)$$

$$hX'' + 3h'X' - \lambda^2 hX = 0. \quad (5)$$

Из уравнения (4) находим:

$$Z_\alpha(\zeta) = A \sin(\alpha\zeta) + B \cos(\alpha\zeta);$$

$$\alpha = \lambda/r; \quad \lambda \neq 0; \quad (6)$$

$$Z_0(\zeta) = k\zeta + d; \quad \lambda = 0. \quad (7)$$

Решения уравнения (5), соответствующие (6) и (7), обозначим: $X_\alpha = X_\alpha(\phi)$; $X_0 = X_0(\phi)$. Таким образом, решение уравнения (3) представляется в виде

$$\psi(\phi, \zeta) = X_0(\phi)Z_0(\zeta) + X_\alpha(\phi)Z_\alpha(\zeta). \quad (8)$$

Решение уравнения (5) при $\lambda \neq 0$ было найдено в работе [9] в виде ряда по степеням $\tau = \cos \phi$, но этот ряд медленно сходится и распределение давления в сечениях $\zeta = \text{const}$ существенно зависит от числа слагаемых в приближенном решении.

В связи с этим зависимость $h = h(\varphi)$ заменим линейной

$$h_0 = h_0(\varphi),$$

где

$$h_0(\varphi) = -k_0\varphi + b, \quad \varphi < 0;$$

$$h_0(\varphi) = k_0\varphi + b, \quad \varphi \geq 0;$$

$$b = 1 - \varepsilon; \quad k_0 = 2\varepsilon / \pi.$$

В полученное решение подставим $h = h(\varphi)$, что равносильно замене производной h' в уравнении (5) ее средним значением $\langle h' \rangle$.

В этом случае при $\lambda = 0$ нормированное решение, удовлетворяющее условиям: $X_0(0) = 1, X_0(\pi) = 0$, будет иметь

$$X_0(\varphi) = \frac{h^{-2}(\varphi) - h^{-2}(\pi)}{h^{-2}(0) - h^{-2}(\pi)}.$$

При $\lambda \neq 0$ после перехода к новой независимой переменной

$$\tau = (1 + \cos \varphi) / 2, \quad \tau \in [0, 1],$$

$$h = (1 + \varepsilon)(1 - k_1\tau), \quad k_1 = 2\varepsilon / (1 + \varepsilon),$$

получим:

$$(1 - k_1\tau) \frac{d^2 X}{d\tau^2} - 3k_1 \frac{dX}{d\tau} - v^2(1 - k_1\tau)X = 0; \quad v = \pi\lambda. \quad (9)$$

Решение последнего уравнения будем искать в виде ряда

$$X(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \tau^n.$$

Подставляя $X(\varphi)$ в уравнение (9) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях τ , получим рекуррентные формулы для вычисления коэффициентов a_n :

$$a_0 = 0; \quad a_1 = 1; \quad a_2 = \frac{3k_1 a_1 + v^2 a_0}{2};$$

$$a_{n+1} = \frac{k_1 n(n+2)a_n + v^2(a_{n-1} - k_1 a_{n-2})}{n(1+n)};$$

$$n = 1, 2, \dots$$

Полагаем

$$X(\varphi) \approx X_N(\varphi) = \sum_{n=0}^N a_n \tau^n.$$

Ряд $X(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \tau^n$ быстро сходится при всех значениях φ , так как при $n \gg 1$ и максимальном значении $\tau(0) = 1$ его остаток эквивалентен ряду из членов бесконечно

убывающей геометрической прогрессии со знаменателем $q = k_1$.

Таким образом, нормированное решение уравнения (5)

$$X_\alpha(\varphi) = X(\varphi) / X(0).$$

Неизвестные постоянные в (6) и (7) определяются из граничных условий и условий непрерывности и гладкости решений.

В непроницаемой части подшипника, расположенной между линией наддува и торцом подшипника, решения будем искать в виде:

$$Z_{\alpha_1}(\zeta) = A_1 \sin(\alpha_1 \zeta);$$

$$Z_0(\zeta) = k\zeta.$$

В осевом сечении с максимальным давлением ($\varphi = 0$):

$$X_0(0) = X_{\alpha_1}(0) = 1;$$

$$Z_1(\zeta) \equiv \psi(0, \zeta) = Z_{\alpha_1}(\zeta) + Z_0(\zeta).$$

Коэффициенты A_1 и α_1 определяются из условия максимума давления в сечении $\zeta = \zeta_1$, где $\zeta_1 = L_1/L$ – относительная координата линии наддува, т.е. из условий: $Z_1(\zeta_1) = 1, Z_1'(\zeta_1) = 0$, что эквивалентно системе уравнений

$$A_1 \sin(\alpha_1 \zeta_1) + k\zeta_1 = 1;$$

$$A_1 \alpha_1 \cos(\alpha_1 \zeta_1) + k = 0.$$

Откуда находим

$$A_1 = -k(\alpha_1 \cos(\alpha_1 \zeta_1))^{-1},$$

где α_1 – корень уравнения

$$k \sin(\alpha_1 \zeta_1) + (1 - k\zeta_1) \alpha_1 \cos(\alpha_1 \zeta_1) = 0.$$

Аналогично в непроницаемой части подшипника, расположенной между линиями наддува:

$$Z_{\alpha_2}(\zeta) = A_2 \sin(\alpha_2 \zeta) + B_2 \cos(\alpha_2 \zeta);$$

$$Z_0(\zeta) = k\zeta;$$

$$Z_2(\zeta) \equiv \psi(0, \zeta) = Z_{\alpha_2}(\zeta) + Z_0(\zeta).$$

Из условий максимума давления в сечении $\zeta = \zeta_1$ и отсутствия перетекания смазки в сечении $\zeta = 1$: $Z_2(\zeta_1) = 1; Z_2'(\zeta_1) = 0; Z_2'(1) = 0$.

Последние равенства эквивалентны системе уравнений:

$$A_2 \sin(\alpha_2 \zeta_1) + B_2 \cos(\alpha_2 \zeta_1) + k\zeta_1 = 1;$$

$$A_2 \alpha_2 \cos(\alpha_2 \zeta_1) - B_2 \alpha_2 \sin(\alpha_2 \zeta_1) + k = 0;$$

$$A_2 \alpha_2 \cos \alpha_2 - B_2 \alpha_2 \sin \alpha_2 + k = 0.$$

Откуда находим:

$$\begin{aligned} A_2 &= -k\alpha_2^{-1} \cos(\alpha_2 \zeta_1) + (1 - k\zeta_1) \sin(\alpha_2 \zeta_1); \\ B_2 &= k\alpha_2^{-1} \sin(\alpha_2 \zeta_1) + (1 - k\zeta_1) \cos(\alpha_2 \zeta_1), \end{aligned}$$

где α_2 – корень уравнения

$$k \cos(\alpha_2(1 - \zeta_1)) + (1 - k\zeta_1)\alpha_2 \sin(\alpha_2(1 - \zeta_1)) - k = 0.$$

Подставляя найденные решения в (8), получим:

$$\begin{aligned} \psi(\phi, \zeta) &= X_0(\phi)Z_0(\zeta) + X_{\alpha_1}(\phi)Z_{\alpha_1}(\zeta), \quad \zeta < \zeta_1; \\ \psi(\phi, \zeta) &= X_0(\phi)Z_0(\zeta) + X_{\alpha_2}(\phi)Z_{\alpha_2}(\zeta), \quad \zeta \geq \zeta_1. \end{aligned}$$

Таким образом, квадрат давления определяется по формулам:

$$\begin{aligned} \eta(\phi, \zeta) &= \eta_{\min} (Z_0(\zeta) + Z_{\alpha_1}(\zeta)) + \Delta\eta (X_0(\phi)Z_0(\zeta) + X_{\alpha_1}(\phi)Z_{\alpha_1}(\zeta)), \quad \zeta < \zeta_1; \\ \eta(\phi, \zeta) &= \eta_{\min} + \Delta\eta (X_0(\phi)Z_0(\zeta) + X_{\alpha_2}(\phi)Z_{\alpha_2}(\zeta)), \quad \zeta \geq \zeta_1. \end{aligned}$$

Работа подшипника в гибридном режиме вращения вала в отличие от случая работы в режиме подвеса приводит к асимметричному распределению давления газа в зазоре подшипника [4, 5, 7, 10]. Вследствие этого вал

смещается от равновесного положения в направлении своего вращения и образует отличный от нуля угол ориентации нагрузки θ .

Дифференциальное уравнение для поля давления в этом случае принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \left(h^3 p \frac{\partial p}{\partial \phi} \right) + r^2 h^3 \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(p \frac{\partial p}{\partial \zeta} \right) = \Lambda \frac{\partial (hp)}{\partial \phi}, \quad (10)$$

где $p = P / \langle P \rangle$ – относительное давление; $\langle P \rangle$ – среднее давление в зазоре подшипника, работающего в режиме подвеса,

$$\Lambda = \frac{6\mu\omega R^2}{c^2 \langle P \rangle} - \text{число сжимаемости.}$$

Будем считать, что в гибридном режиме работы поле давления в зазоре подшипника формируется двумя независимыми составляющими: давления внешнего наддува газа, найденного выше, и давления $p_\omega = p_\omega(\phi)$, обусловленного эффектом смазочного клина. Тогда уравнение (10) для $p_\omega = p_\omega(\phi)$ принимает вид

$$(h^3 p_\omega p_\omega')' = \Lambda (hp_\omega)'$$

$$\begin{aligned} (1 - 3\varepsilon \cos \phi + 3\varepsilon^2 \cos^2 \phi - \varepsilon^3 \cos^3 \phi) \cdot \left(\sum_{j=1}^{\infty} p_j' \varepsilon^j + \sum_{i,j=1}^{\infty} p_i p_j' \varepsilon^{i+j} \right) = \\ = \Lambda \left(1 - C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (p_k - p_{k-1} \cos \phi - C_k) \varepsilon^k \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Отсюда сразу находим $C_0 = 1$. Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях ε , получим, что (13) – бесконечная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Решения уравнений системы (13) содержат постоянные интегрирования, которые определяются из

условия [2] $\int_{-\pi}^{\pi} p h d\phi = 2\pi$, откуда получим

Первым интегралом этого уравнения является

$$h^3 p_\omega p_\omega' = \Lambda (hp_\omega - C). \quad (11)$$

Разложим относительное давление в ряд по степеням ε :

$$p_\omega = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} p_i \varepsilon^i. \quad (12)$$

Постоянная интегрирования C в уравнении (11) также зависит от ε , поэтому:

$C = \sum_{k=0}^{\infty} C_k \varepsilon^k$. Подставляя эти разложения

в уравнение (11), получим

$$\int_{-\pi}^{\pi} (p_m - p_{m-1} \cos \phi) d\phi = 0, \quad m = 1, 2, \dots \quad (14)$$

Первое уравнение системы (13) имеет вид

$$p_1' = \Lambda p_1 - \Lambda (\cos \phi + C_1).$$

Его решение

$$p_1 = K_1(\phi) e^{\Lambda \phi},$$

где

$$K_1(\phi) = -\Lambda \int (\cos \phi + C_1) e^{-\Lambda \phi} d\phi = -\Lambda \left(\frac{-\Lambda \cos \phi + \sin \phi}{\Lambda^2 + 1} - \frac{C_1}{\Lambda} \right) e^{-\Lambda \phi} + K_1^0.$$

Таким образом,

$$p_1 = \gamma_0 (\Lambda \cos \phi - \sin \phi) + C_1 + K_1^0 e^{\lambda \phi},$$

где $\gamma_0 = \frac{\Lambda}{\Lambda^2 + 1}$. Постоянная интегрирования $K_1^0 = 0$ из условия периодичности функции p_1 ($p_1(-\pi) = p_1(\pi)$), а постоянная $C_0 = 0$ из первого равенства системы (14) ($m = 1$).

Окончательно:

$$p_1 = \gamma_0 (\Lambda \cos \phi - \sin \phi);$$

$$p_1' = -\gamma_0 (\Lambda \sin \phi + \cos \phi).$$

Второе уравнение системы (13) примет вид

$$p_2 = \gamma_1 \frac{-\Lambda \cos 2\phi + 2 \sin 2\phi}{\Lambda^2 + 4} + \gamma_2 \frac{-2 \cos 2\phi - \Lambda \sin 2\phi}{\Lambda^2 + 4} + C_2^0 + K_2^0 e^{\Lambda \phi},$$

при этом из условия периодичности функции p_2 получим $K_2^0 = 0$, а из системы (13) при $m = 2$ находим $C_2^0 = 0,5\lambda\gamma_0$. Таким образом,

$$p_2 = \gamma_3 \cos 2\phi + \gamma_4 \sin 2\phi + C_2^0;$$

$$p_2' = \Lambda p_2 + f_2(\phi),$$

где

$$f_2(\phi) = -\Lambda(p_1 \cos \phi + C_2) - p_1 p_1' + 3p_1' \cos \phi.$$

Подставляя в эти уравнения найденные p_1 и p_1' и используя формулы тригонометрии, находим:

$$f_2(\phi) = \gamma_1 \cos 2\phi + \gamma_2 \sin 2\phi - \Lambda C_2^0;$$

$$\gamma_1 = 0,5\gamma_0(-\Lambda^2 + 2\Lambda\gamma_0 - 3);$$

$$\gamma_2 = 0,5\gamma_0(\Lambda^2\gamma_0 - 2\Lambda - \gamma_0);$$

$$C_2^0 = C_2 + 0,5\Lambda\gamma_0 + 1,5\gamma_0 / \Lambda.$$

Решением второго уравнения является функция

$$\gamma_3 = \frac{-\Lambda\gamma_1 - 2\gamma_2}{\Lambda^2 + 4}; \quad \gamma_4 = \frac{2\gamma_1 - \Lambda\gamma_2}{\Lambda^2 + 4}.$$

Третье уравнение системы (13)

$$p_3' = \Lambda p_3 + f_3(\phi),$$

где

$$f_3(\phi) = -\Lambda(p_2 \cos \phi + C_3) - (p_1 p_2)' + 3p_2' \cos \phi - 3p_1' \cos^2 \phi + 3p_1 p_1'.$$

Функция $f_3(\phi)$ выражается через синусы и косинусы одинарного и тройного углов:

$$f_3(\phi) = \gamma_5 \cos 3\phi + \gamma_6 \sin 3\phi + \gamma_7 \cos \phi + \gamma_8 \sin \phi - \Lambda C_3;$$

$$\gamma_5 = -0,5\Lambda\gamma_3 + 3\gamma_4 + 0,75\gamma_0 + 1,5\gamma_0\gamma_3 - 1,5\Lambda\gamma_0\gamma_4 - 1,5\Lambda\gamma_0^2;$$

$$\gamma_6 = -0,5\Lambda\gamma_4 - 3\gamma_3 + 0,75\Lambda\gamma_0 + 1,5\Lambda\gamma_0\gamma_3 + 1,5\gamma_0\gamma_4 - 0,75(\Lambda^2 - 1)\gamma_0^2;$$

$$\gamma_7 = -0,5\Lambda\gamma_3 + 3\gamma_4 + 2,5\gamma_0 - 0,5\gamma_0\gamma_3 - 0,5\Lambda\gamma_0\gamma_4 - \Lambda\gamma_0^2 - 0,5\Lambda^2\gamma_0;$$

$$\gamma_8 = -0,5\Lambda\gamma_4 - 3\gamma_3 + 0,75\Lambda\gamma_0 + 0,5\Lambda\gamma_0\gamma_3 - 0,5\gamma_0\gamma_4 - 0,75(\Lambda^2 - 1)\gamma_0^2 + 0,5\Lambda^2\gamma_0.$$

Интегрируя третье уравнение системы (13) с использованием третьего равенства системы (14), получим:

$$p_3 = \gamma_9 \cos 3\phi + \gamma_{10} \sin 3\phi + \gamma_{11} \cos \phi + \gamma_{12} \sin \phi;$$

$$\gamma_9 = \frac{-\Lambda\gamma_5 - 3\gamma_6}{\Lambda^2 + 9}; \quad \gamma_{10} = \frac{3\gamma_5 - \Lambda\gamma_6}{\Lambda^2 + 9};$$

$$\gamma_{11} = \frac{-\Lambda\gamma_7 - \gamma_8}{\Lambda^2 + 1}; \quad \gamma_{12} = \frac{\gamma_7 - \Lambda\gamma_8}{\Lambda^2 + 1}.$$

При интегрировании уравнений системы (13) коэффициенты γ_i прямо пропорционально зависят от малых величин $(\Lambda^2 + m^2)^{-1}$ и $\Lambda(\Lambda^2 + m^2)^{-1}$. В связи с этим при $m \geq 4$ слагаемыми $P_i P_j'$ можно пренебречь.

Таким образом, при $m \geq 4$ уравнения имеют вид

$$p_m' = \Lambda p_m + f_m(\phi),$$

где $f_m(\phi) = -\Lambda(p_{m-1} \cos \phi + C_m) + 3p'_{m-1} \cos \phi - 3p'_{m-2} \cos^2 \phi + p'_{m-3} \cos^3 \phi$,

которые легко интегрируются.

В результате получим приближенное решение уравнения (11) с точностью $o(\varepsilon^5)$:

$$p_\omega = 1 + p_1\varepsilon + p_2\varepsilon^2 + p_3\varepsilon^3 + p_4\varepsilon^4 + p_5\varepsilon^5.$$

Квадрат давления находится по формулам

$$\eta(\phi, \zeta) = \eta_{\min} (Z_0(\zeta) + Z_{\alpha_1}(\zeta)) + (P_\omega(\phi) + \sqrt{\Delta\eta X_0(\phi)})^2 Z_0(\zeta) + \\ + (P_\omega(\phi) + \sqrt{\Delta\eta X_{\alpha_1}(\phi)})^2 X_{\alpha_1}(\phi) Z_{\alpha_1}(\zeta), \quad \zeta < \zeta_1;$$

$$\eta(\phi, \zeta) = \eta_{\min} + (P_\omega(\phi) + \sqrt{\Delta\eta X_0(\phi)})^2 Z_0(\zeta) + (P_\omega(\phi) + \sqrt{\Delta\eta X_{\alpha_2}(\phi)})^2 Z_{\alpha_2}(\zeta), \quad \zeta \geq \zeta_1,$$

где $P_\omega(\phi) = \langle P_0 \rangle p_\omega(\phi)$.

Сравнение теоретических результатов расчета с экспериментальными данными проводилось по коэффициенту несущей способности C_Q .

Зависимости коэффициента несущей способности подшипника C_Q от относительного эксцентриситета ε при $K_c = 0,266$, $r = 0,833$ и $\zeta_1 = 0,5$ показаны на рис. 2.

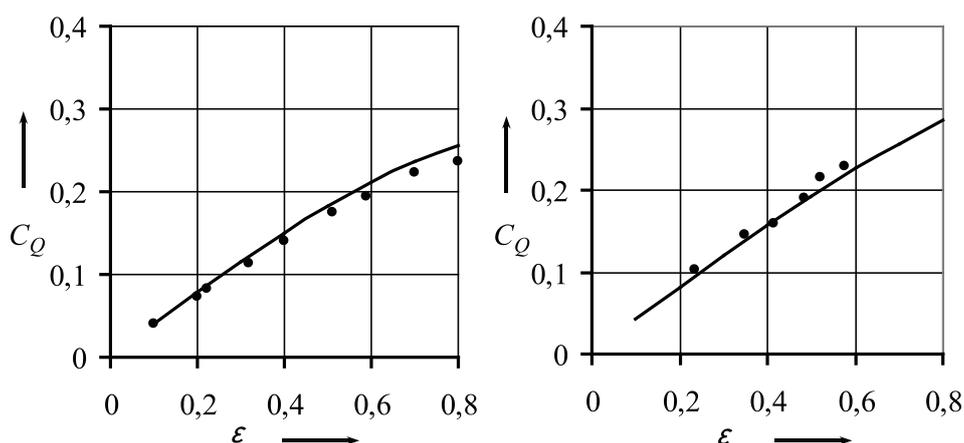


Рис. 2. Зависимости коэффициента несущей способности C_Q от относительного эксцентриситета ε : а – неподвижный вал ($\Lambda = 0$; $p_s = 0,167$), б – вращающийся вал ($\Lambda = 0,126$; $p_s = 0,362$)
— теория; • – эксперимент

Сравнение расчетных и опытных данных показывает их вполне удовлетворительную для инженерной практики точность. Относительная погрешность при определении C_Q не превосходит 8%.

Работа выполнена в рамках гранта Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 11-08-00049-а).

Список литературы

1. Высокоскоростной шпиндельный узел внутришлифовального станка для прецизионной обработки деталей летательных аппаратов / А.В. Космынин, В.С. Щетинин,

А.С. Хвостиков, А.В. Смирнов, С.С. Блинков // Фундаментальные исследования. – 2011. – Ч.1, № 8. – С. 137–138.

2. Константинову В.Н. Газовая смазка. – М.: Машиностроение, 1968. – 718 с.

3. Космынин А.В., Чернобай С.П., Виноградов С.В. Расчет частично пористых газовых подшипников высокоскоростных шпиндельных узлов // Автоматизация и современные технологии. – 2008. – № 10. – С. 8–12.

4. Космынин А.В., Шаломов В.И. Аэростатические шпиндельные опоры с частично пористой стенкой вкладыша // Современные проблемы науки и образования. – 2006. – № 2. – С. 69–70.

5. Космынин А.В., Щетинин В.С. Расчет несущей способности газомангнитных опор высокоскоростных шпиндельных узлов // СТИН. – 2010. – № 9. – С. 6–8.

6. Космынин А.В., Щетинин В.С. Эксплуатационные показатели высокоскоростных шпиндельных узлов металлообрабатывающего оборудования с газомангнитными опорами // Успехи современного естествознания. – 2009. – № 11. – С. 69–70.

7. Космынин А.В., Щетинин В.С., Иванова Н.А. Методика расчета несущей способности газомангнитного подшипника высокоскоростного шпиндельного узла // Вестник Самарского ГТУ. – 2010. – № 4. – С. 226–229.

8. Логинов В.Н., Космынин А.В., Широкова З.В. Аналитическое решение задачи определения характеристик цилиндрического газового подшипника // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 5. – С. 121–121.

9. Математическая модель опорного газового подшипника, работающего в гибридном режиме / В.Н. Логинов, А.В. Космынин, З.В. Широкова, Ю.В. Медведовская // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 6. – С. 79–79.

10. Щетинин В.С., Космынин А.В. Математическая модель расчета несущей способности высокоскоростного шпиндельного узла на газомангнитной опоре // Трение и смазка в машинах и механизмах. – 2010. – № 8. – С. 31–35.

References

1. Kosmynin A.V., Shhetinin V.S., Hvostikov A.S., Smirnov A.V., Blinkov S.S. *Fundamental'nye issledovaniya*, 2011, no. 8 (1), pp. 137–138.

2. Konstantinesku V.N. *Gazovaya smazka* (The gas greasing), Moskow, 1968, 718 p.

3. Kosmynin A.V., Chernobay S.P., Vinogradov S.V. *Avtomatizaciya i sovremennye tehnologii*, 2008, no. 10, pp. 8–12.

4. Kosmynin A.V., Shalomov V.I. *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya*, 2006, no. 2, pp. 69–70.

5. Kosmynin A.V., Shhetinin V.S. *STIN*, 2010, no. 9, pp. 6–8.

6. Kosmynin A.V., Shhetinin V.S. *Uspehi sovremennogo estestvoznaniya*, 2009, no. 11, pp. 69–70.

7. Kosmynin A.V., Shhetinin V.S., Ivanova N.A. *Vestnik Samarskogo GTU*, 2010, no. 4, pp. 226–229.

8. Loginov V.N., Kosmynin A.V., Shirokova Z.V. *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya*, 2012, no. 5, pp. 121–121.

9. Loginov V.N., Kosmynin A.V., Shirokova Z.V., Medvedovskaya Y.V. *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya*, 2012, no. 6, pp. 79–79.

10. Shhetinin V. S., Kosmynin A. V. *Trenie i smazka v mashinah i mehanizmah*, 2010, no. 8, pp. 31–35.

Рецензенты:

Феоктистов С.И., д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Технология самолетостроения», ФГБОУ ВПО «Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет», г. Комсомольск-на-Амуре;

Биленко С.В., д.т.н., доцент, зав. кафедрой «Технология машиностроения», ФГБОУ ВПО «Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет», г. Комсомольск-на-Амуре.

Работа поступила в редакцию 18.06.2013.