

УДК 621.384.634.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИНЖЕКЦИИ ПОЗИТРОНОВ ОТ РАДИОИЗОТОПНОГО ИСТОЧНИКА В ИНДУКЦИОННОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ УСКОРИТЕЛЕ

Лаптев Р.С., Гоголева Т.С., Рычков М.М., Шестак А.П., Маликов Е.Л., Лидер А.М.

*ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет»,
Томск, e-mail: laptevrs@tpu.ru*

Индукционные циклические ускорители позитронов – антибетатроны как источники моноэнергетических частиц с энергией до 10 МэВ представляют собой весьма перспективную техническую базу. Конструктивно антибетатрон во многом идентичен традиционному электронному бетатрону за исключением системы инжекции частиц. В качестве инжектора для антибетатрона возможно использовать радиоактивные изотопы, испускающие позитроны или позитроны, полученные в результате процесса рождения электрон-позитронных пар. В данной работе проведено математическое моделирование процесса инжекции позитронов от радиоизотопного источника ^{44}Ti в ускорительную камеру антибетатрона с азимутально-симметричным полем и с азимутальной вариацией поля. В качестве ускоряющей системы был выбран электромагнит серийного бетатрона МИБ-6. Показано, что частицы, совершая бетатронные колебания, через некоторое число оборотов вновь возвращаются к источнику и либо, потеряв всю энергию, погибают на диске источника, либо, потеряв часть энергии, оседают на стенках камеры. Процессы взаимодействия позитронов с веществом в данных моделях не учитывались. Применение в антибетатроне специальной радиально-гребневой конструкции полюсов не позволило повысить эффективность захвата позитронов в ускорение. Для обеспечения устойчивого захвата необходимо организовывать инжекцию позитронов с параметрами, близкими к параметрам инжекции электронов в классическом электронном бетатроне.

Ключевые слова: метод Монте-Карло, инжектор позитронов, бетатрон, антибетатрон

SIMULATION OF THE INJECTION OF POSITRONS EMITTED BY RADIOISOTOPE SOURCE FOR INDUCTION CYCLIC ACCELERATOR

Laptev R.S., Gogoleva T.S., Rychkov M.M., Shestak A.P., Malikov E.L., Lider A.M.

National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, e-mail: laptevrs@tpu.ru

Induction cyclic accelerators of positrons (antibetatron) are very promising technical basis as sources of monoenergetic particles with energies up to 10 MeV. Structurally, antibetatron is largely identical to the traditional betatron, except for particle injection system. The radioactive isotopes, emitting positrons, or positrons produced by the process of electron-positron pair production can be used as injectors for antibetatron. In this paper, the mathematical modeling of the injection of positrons emitted from radioisotope source ^{44}Ti in the antibetatron accelerator chamber with azimuthally symmetric field and azimuthal variation of the field is done. As the accelerating system the electromagnetic system of MIB-6 betatron was selected. It is shown that the particles, making the betatron oscillations, after a number of turns again return to the source, and either, losing its energy at all and annihilate in the source material, or losing some of the energy and deposit on the chamber walls. The interactions of positrons with matter in these model are not considered. Application of the special radial ridge pole design in the antibetatron not allows to increase the efficiency of positrons capture during the acceleration. To ensure the sustainable capture of positrons the injection should be organized with the parameters close to the parameters of the electrons injected into the classical betatron.

Keywords: Monte Carlo simulation, positron injector, betatron, antibetatron

По своей природе позитроны обладают высокой чувствительностью к дефектам и могут использоваться для определения типа дефектов и их концентрации [1, 11]. Расширение сферы применения методов электрон-позитронной аннигиляции возможно при использовании пучков моноэнергетических позитронов с регулируемой энергией, что позволит проводить прецизионные исследования процесса аннигиляции на различных глубинах, то есть исследовать как поверхности и приповерхностные области, так и дефекты в объеме материалов [12]. Тем не менее, несмотря на потенциально широкую область использования пучков позитронов, их применение сильно ограничено из-за отсутствия доступной техники получения пучков позитронов с требуемыми параметрами. Использование индукционного циклического ускорителя

позитронов – антибетатрона, один из наиболее перспективных способов получения моноэнергетических пучков позитронов.

Конструктивно антибетатрон во многом идентичен традиционному электронному бетатрону за исключением системы инжекции частиц. В качестве инжектора для антибетатрона возможно использовать радиоактивные изотопы, испускающие позитроны или позитроны, полученные в результате процесса рождения электрон-позитронных пар.

Целью данной работы было исследование возможности создания инжектора позитронов для индукционных циклических ускорителей на основе радиоактивных изотопов. Для оптимизации затрат на физическое моделирование предлагаемого инжектора позитронов целесообразно провести математическое моделирование процесса инжекции частиц от радиоизотопного ис-

точника для установления количественного соотношения между инжектированными и захваченными в ускорение позитронами.

В качестве ускоряющей системы выбран электромагнит серийного малогабаритного бетатрона МИБ-6 [7–9]. Проведено математическое моделирование процесса захвата позитронов для антибетатронов с азимутально симметричным полем и с азимутальной вариацией поля.

Параметры моделирования

Источник позитронов на основе изотопа ^{44}Tl с активностью 0,91 МБк представляли в виде плоского диска диаметром 6 мм и толщиной 20 мкм, размещенного в вертикальной плоскости перпендикулярно орбитам ускоряемых частиц. Центр диска расположили на радиусе инжекции, где

показатель спадания магнитного поля $n = 1$. Обычно на этом месте в традиционном бетатроне находится нить накала катода инжектора электронов.

Методом Монте-Карло осуществлялся выбор начальных параметров частиц от радиоизотопного источника: энергии из спектра источника, начальных координат r и z , начальных углов вылета частиц из источника по вертикали и горизонтали, времени влета, соответствующему энергии частиц на равновесной орбите. Начальные углы вылета частиц из источника в горизонтальной плоскости находились в интервале $\alpha = (0^\circ, 180^\circ)$, а в вертикальной плоскости – в пределах $\gamma = \pm 90^\circ$ от горизонтальной плоскости. Напряженность магнитного поля соответствует движению позитрона с энергией 500 кэВ на равновесной орбите.

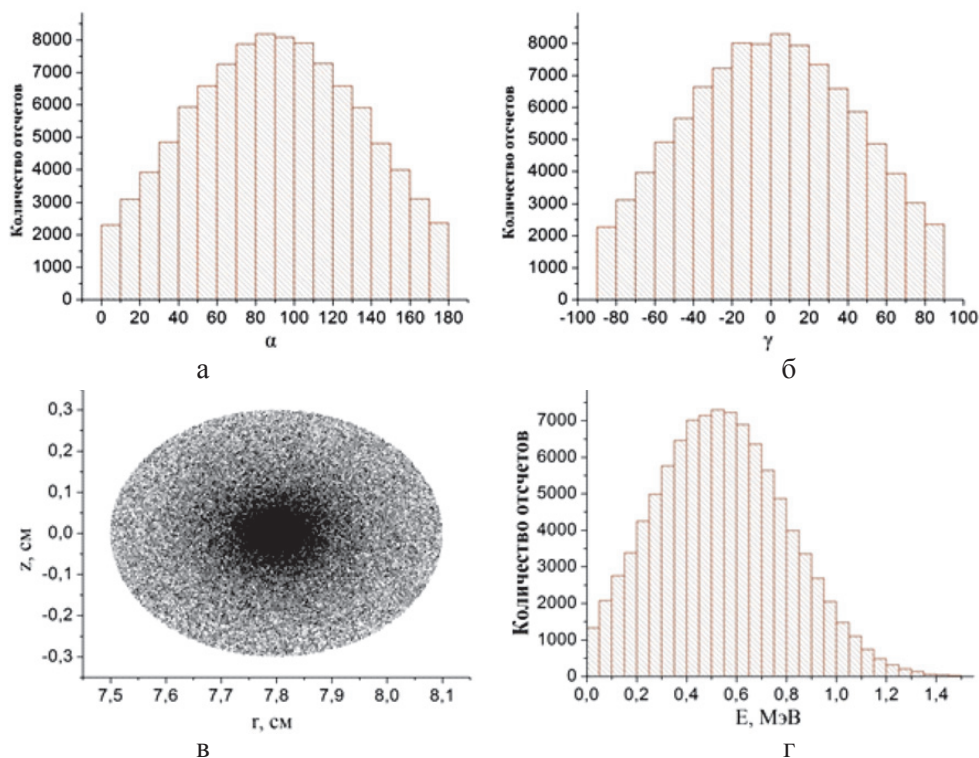


Рис. 1. Параметры частиц от радиоизотопного источника: а – начальные углы вылета частиц из источника в горизонтальной плоскости; б – начальные углы вылета частиц из источника в вертикальной плоскости; в – распределение частиц по координатам; г – распределение частиц по энергии

Электромагнитное поле антибетатрона считали постоянным. Движение одиночного позитрона в магнитном

поле антибетатрона описывали с помощью систем дифференциальных уравнений (1) и (2):

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= + \frac{d\phi}{dt} - \frac{c}{r_0} \frac{\sqrt{E_0(E_0 + 2m_0c^2)}}{E + m_0c^2} \left[\frac{B_z}{B_0} - \frac{B_\phi}{B_0} \frac{\sin \alpha \cdot \sin \gamma}{\cos \gamma} - \frac{B_r}{B_0} \frac{\cos \alpha \cdot \sin \gamma}{\cos \gamma} \right]; \\ \frac{d\gamma}{dt} &= - \frac{c}{r_0} \frac{\sqrt{E_0(E_0 + 2m_0c^2)}}{E + m_0c^2} \left[\frac{B_r}{B_0} \sin \alpha - \frac{B_\phi}{B_0} \cos \alpha \right]. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= -c \frac{\sqrt{E(E+2m_0c^2)}}{E+m_0c^2} \cos \alpha \cdot \cos \gamma; \\ \frac{dz}{dt} &= -c \frac{\sqrt{E(E+2m_0c^2)}}{E+m_0c^2} \sin \gamma; \\ \frac{d\phi}{dt} &= -\frac{c}{r} \frac{\sqrt{E(E+2m_0c^2)}}{E+m_0c^2} \sin \alpha \cdot \cos \gamma. \end{aligned} \right. \quad (2)$$

Здесь E – кинетическая энергия позитрона; E_0 – кинетическая энергия, соответствующая движению частицы по равновесной орбите; c – скорость света в вакууме; α – угол между направлением проекции скорости электрона на плоскость равновесной орбиты V_r и направлением радиуса – вектора r ; γ – угол между направлением полной скорости V_r и направлением ее проекции на плоскость равновесной орбиты V_r [4–5].

Моделирование процесса инжекции и захвата позитронов в антибетатроне с азимутально-симметричным полем

Конфигурация магнитного поля в рабочем зазоре антибетатрона с азимутально-симметричным полем подробно описана в работе [6]. Результаты математического моделирования процесса захвата позитронов от радиоизотопного источника магнитной системой МИБ-6 с азимутально-симметричным полем представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты моделирования процесса захвата позитронов от радиоизотопного источника магнитной системой МИБ-6 с азимутально-симметричным полем

Модель	МИБ-6 с азимутально-симметричным полем
Количество разыгранных историй	100000
Количество позитронов, сделавших 10000 оборотов	0
Количество позитронов, выпавших на стенку	99 654
Количество позитронов, погибших на источнике	346

Анализ результатов показал, что инжекция позитронов от радиоизотопного источ-

ника в ускорительную камеру антибетатрона носит случайный характер. Частицы влетают в поле антибетатрона со случайной величиной энергии, случайными значениями координат и углов вылета из источника и случайным значением времени влета, часто с энергией, не соответствующей энергии частиц на равновесной орбите. Дальнейшее движение позитронов в магнитном поле антибетатрона носит сложный характер: двигаясь по разнообразным орбитам, частицы одновременно совершают вертикальные, радиальные и продольные колебания относительно положения равновесной орбиты. Амплитуда колебаний при этом определяется начальными условиями вылета частиц из источника. Большая часть позитронов теряется на стенках камеры или гибнет на источнике еще на первых оборотах после инжекции в камеру.

Таким образом, для осуществления захвата позитронов от радиоизотопного источника в антибетатроне необходимо использовать дополнительные методы или устройства, улучшающие технику ввода позитронов в ускорительную камеру. Так как большая часть позитронов выпадает на стенку ускорительной камеры, один из возможных вариантов повышения эффективности захвата позитронов – это увеличение линейных размеров самой камеры. Другой способ – это увеличение фокусирующих сил, действующих на пучок. Использование азимутальной вариации позволяет существенно увеличить фокусирующие силы поля бетатрона за счет применения радиально-гребневой конструкции.

Моделирование процесса инжекции и захвата позитронов в антибетатроне с азимутальной вариацией поля

Расчеты проводились для антибетатрона на базе магнитной системы бетатрона типа МИБ-6 с азимутальной вариацией поля [2, 4, 8].

Для моделирования процесса инжекции и захвата позитронов в ускорение в антибетатроне с азимутальной вариацией поля была определена оптимальная величина вариации поля по азимуту, создаваемой гребневой конструкцией ускорителя, которая составила $d(r) = 0,10$.

Для описания конфигурации магнитного поля в рабочем зазоре антибетатрона с азимутальной вариацией использовали теоретическую модель поля, согласно которой выражения для компонент магнитной индукции имеют вид (3)–(5):

$$\begin{aligned} B_r(r, \phi, z) &= -\frac{\sqrt{n_0}}{r_0} \frac{1}{r_0} \int_0^r r B_z(r, z=0) dr \cdot \operatorname{sh} \left(\sqrt{n_0} \cdot \frac{z}{r_0} \right) - \\ &- \delta \cdot r_0 B_0 \cdot k_2 \cdot [a_2 J_{1+\nu}(k_2 r) + b_2 N_{1+\nu}(k_2 r)] \cdot \operatorname{sh}(k_2 z) \cdot \cos(\nu \phi) + \\ &+ \xi \cdot r_0 B_0 \cdot (\nu / r) \cdot [a_3 J_\nu(k_3 r) + b_3 N_\nu(k_3 r)] \cdot \operatorname{sh}(k_3 z) \cdot \cos(\nu \phi), \end{aligned} \quad (3)$$

$$B_\phi(r, \phi, z) = \delta \cdot r_0 B_0 \cdot k_2 \cdot [a_2 J_{1+v}(k_2 r) + b_2 N_{1+v}(k_2 r)] \cdot \text{sh}(k_2 z) \cdot \cos(v\phi) - \xi \cdot r_0 B_0 \cdot \left\{ \begin{aligned} & (v/r) \cdot [a_2 J_{1+v}(k_2 r) + b_2 N_{1+v}(k_2 r)] - \\ & -k_3 \cdot [a_3 J_v(k_3 r) + b_3 N_v(k_3 r)] \end{aligned} \right\} \cdot \text{sh}(k_3 z) \cdot \sin(v\phi), \quad (4)$$

$$B_z(r, \phi, z) = B_z(r, z=0) \cdot \text{ch}\left(\sqrt{n_0} \cdot \frac{z}{r_0}\right) + \delta \cdot r_0 B_0 \times \left\{ \begin{aligned} & k_2 \cdot [a_2 J_v(k_2 r) + b_2 N_v(k_2 r)] - \\ & - (2 \cdot v/r) \cdot [a_2 J_{1+v}(k_2 r) + b_2 N_{1+v}(k_2 r)] \end{aligned} \right\} \cdot \text{ch}(k_2 z) \cdot \cos(v\phi), \quad (5)$$

где r, ϕ, z – радиальная, азимутальная и вертикальная координаты соответственно; r_0 и B_0 – радиус равновесной орбиты антибетатрона и величина индукции на этом радиусе соответственно; δ и ξ – определяют относительный вклад в суммарное поле ускорителя магнитных полей, обеспечивающих периодичную по азимуту структуру поля, определяемых r и z – компонентами векторного потенциала A ; $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ – амплитуды; k_1, k_2, k_3 – параметры разделения; $J_0(k_1 r), N_0(k_1 r), J_1(k_1 r), N_1(k_1 r)$ – цилиндрические функции Бесселя и Неймана нулевого и первого порядка, а $J_v(k_3 r), N_v(k_3 r), J_{v+1}(k_2 r), N_{v+1}(k_2 r)$ – функции Бесселя и Неймана порядка v и $(v + 1)$, n_0 – усредненный по азимуту показатель спадания поля на равновесной орбите [2–5].

Параметры разделения и амплитуды в выражениях (1–3) определяются из краевых условий, которым должно удовлетворять магнитное поле бетатрона на равновесной орбите. Выражения (1–3) позволяют достаточно точно описать распределение магнитного поля как в рабочем зазоре ускорителя, так и за его пределами.

На рис. 4 приведено экспериментально снятое распределение вертикальной составляющей индукции магнитного поля по радиусу $B_z(r, z=0)$, усредненное по азимуту в медианной плоскости ускорителя.

При моделировании источник располагали на азимуте $\phi = 0^\circ$ и радиусе инжекции $r_{\text{инж}}$, а электромагнитное поле антибетатрона считали постоянным.

Результаты математического моделирования процесса захвата позитронов от радиоизотопного источника магнитной системой МИБ-6 с азимутальной вариацией поля представлены в табл. 2.

Использование радиально-гребневой конструкции поля не позволило увеличить коэффициент захвата позитронов, из 10^5 инжектированных позитронов ни одна частица не попала в ускорение.

Рассмотрим параметры частиц, погибших на диске источника.

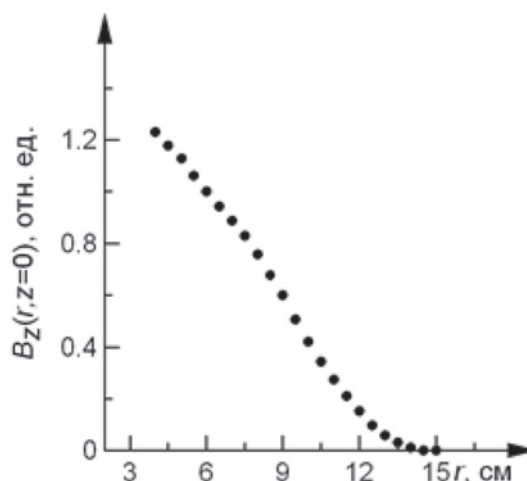


Рис. 2. Радиальное распределение вертикальной составляющей индукции магнитного поля, усредненное по азимуту

Таблица 2

Результаты моделирования процесса захвата позитронов от радиоизотопного источника магнитной системой МИБ-6 с азимутальной вариацией поля

Модель	МИБ-6 с азимутальной вариацией поля
Количество разыгранных историй	100000
Количество позитронов, сделавших 10000 оборотов	0
Количество позитронов, выпавших на стенку	99 802
Количество позитронов, погибших на источнике	198

Из рис. 3 видно, что произошло значительное перераспределение частиц по координатам. По сравнению с азимутально симметричным полем примерно на 70% уменьшилось количество частиц погибших на источнике. Из рис. 4 и 5 видно, что в случае азимутально симметричного поля, значительная доля позитронов погибает на

диске источника еще на первых оборотах (до 15 оборотов), причем в основном на источник попадают низкоэнергетические позитроны с энергией до 100 кэВ. Позитроны

с энергиями, близкими к энергии на равновесной орбите (450–600 кэВ), совершают несколько оборотов и вновь попадают на диск источника.

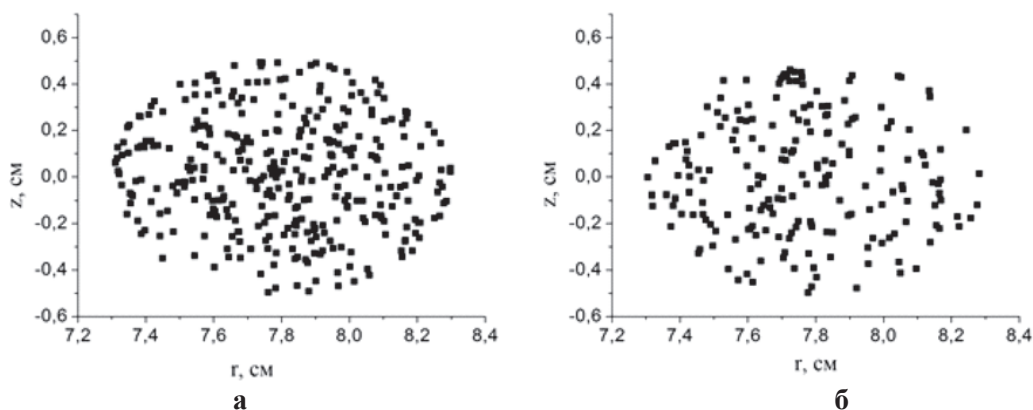


Рис. 3. Распределение позитронов, погибших на диске источника по координатам: а – для азимутально симметричного поля; б – для поля с азимутальной вариацией

В случае же азимутальной вариации поля на диске источника погибают позитроны с энергиями 450–650 кэВ, что говорит о том, что позитроны были за-

хвачены управляющим полем, однако, сделав несколько оборотов (до 50 оборотов), вновь попадают на диск источника.

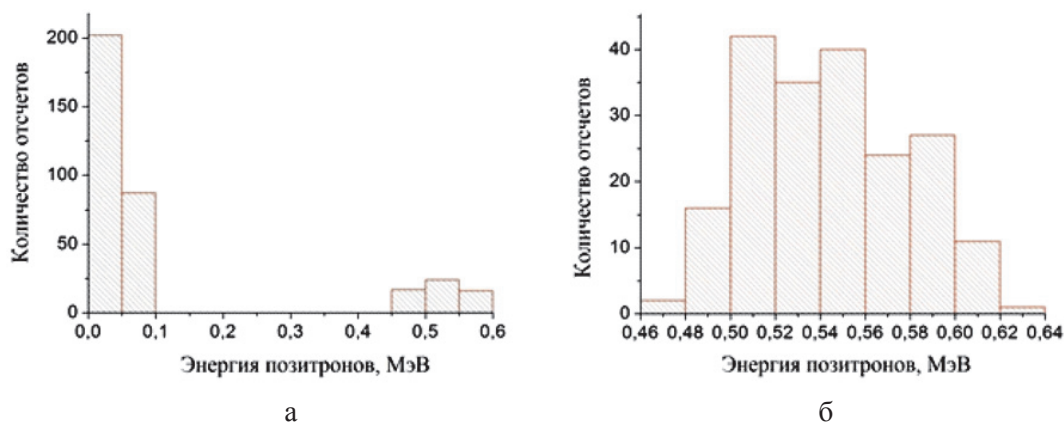


Рис. 4. Энергетическое распределение позитронов, погибших на диске источника: а – для азимутально симметричного поля; б – для поля с азимутальной вариацией

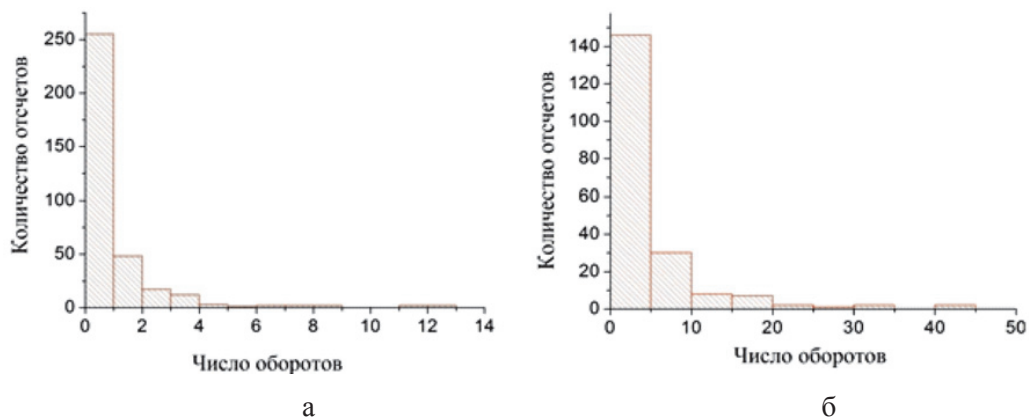


Рис. 5. Распределение позитронов, погибших на диске источника, по числу полных оборотов: а – для азимутально симметричного поля; б – для поля с азимутальной вариацией

Заключение

Проведенное математическое моделирование процесса инжекции позитронов от радиоизотопного источника для антибетатронов с азимутально симметричным полем и с азимутальной вариацией поля позволяет сделать следующие выводы:

1. Радиоизотопный источник не удовлетворяет требованиям для осуществления устойчивого захвата частиц в ускорение, поскольку имеет непрерывный энергетический спектр и непрерывный угловой разброс.

2. Частицы, совершая бетатронные колебания, через некоторое число оборотов вновь возвращаются к источнику и, либо, потеряв всю энергию, погибают на диске источника, либо, потеряв часть энергии, оседают на стенках камеры. Процессы взаимодействия позитронов с веществом в данных моделях не учитывались.

3. Применение в антибетатроне специальной радиально-гребневой конструкции полюсов не позволит повысить эффективность захвата позитронов в ускорение.

4. Для обеспечения устойчивого захвата необходимо организовывать инжекцию позитронов с параметрами, близкими к параметрам инжекции электронов в классическом электронном бетатроне.

Таким образом, для повышения коэффициента захвата необходимо организовать импульсный ввод позитронов длительностью импульса 1–10 мкс и током не менее 10^9 частиц. Необходимо также иметь малый энергетический разброс (не более 1%) и малый угол расходимости инжектируемого пучка (менее 10 градусов). Поэтому для создания ускорителя позитронов, способного ускорять 10^3 – 10^6 позитронов в секунду, целесообразна разработка специального импульсного инжектора позитронов с вышеуказанными параметрами.

Работа выполнена по государственному заданию «Наука», тема № 0.1146.2013.

Список литературы

1. Графутин В.И., Прокопьев Е.П. Применение позитронной аннигиляционной спектроскопии для изучения строения вещества // Успехи физических наук. – 2002. – т. 172. – № 1. – С. 67–83.
 2. Иванилова Т.С., Кашковский В.В. Моделирование захвата электронов в ускорение в бетатроне с азимутальной вариацией поля // Научная сессия МИФИ – 2009: Сборник научных трудов – Москва, 26-30 января 2009. – М.: МИФИ, 2009. – С. 135–138
 3. Иванилова Т.С., Кашковский В.В. Граница освобожения электронного пучка в бетатроне с полюсами гребневого типа // Известия ТПУ. – 2007. – № 2 – Режим доступа: <http://cyberleninka.ru/article/n/granitsa-osvobozhdeniya-elektronnogo-puchka-v-betatrone-s-polyusami-grebnevoego-tipa> (дата обращения: 25.03.2013).
 4. Иванилова Т.С. Моделирование захвата и вывода электронного пучка бетатрона с азимутальной вариацией поля: дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Томск, 2010. – 116 с.
 5. Кашковский В.В. Динамика и параметры электронных пучков бетатронов. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 196 с.
 6. Исследование возможности применения магнитной системы малогабаритного бетатрона для индукционного циклического ускорителя позитронов / Х.М. Кренинг,

Р.С. Лаптев, А.М. Лидер и др. // Контроль. Диагностика. – 2012. – № 13. – С. 192–196

7. Малогабаритные импульсные бетатроны типа МИБ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.epd.tpu.ru/science/mib1.htm> (дата обращения: 25.03.13).

8. Малогабаритные бетатроны с азимутальной вариацией управляющего магнитного поля [Электронный ресурс] / В.Л. Чахлов, А.А. Звонцов. – Электронные текстовые данные (1 файл: 519 Кб) // Известия Томского политехнического университета [Известия ТПУ]; Неразрушающий контроль и диагностика: сборник статей / Томский политехнический университет (ТПУ); под ред. В.Л. Чахлова. – Томск, 1998. – [С. 10–13]. – Заглавие с титульного листа. – Электронная версия печатной публикации.

9. Разработки лаборатории № 41: Компактные ускорители электронов промышленного и медицинского назначения [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://portal.tpu.ru/departments/institut/ink/Files/Lab41/RazLAb41.doc> (дата обращения: 25.03.13).

10. Coleman P.G. Positron beams and their applications. // World Scientific Publishing. – 2002. – 322 p.

11. Krause-Rehberg R., Leipner H.S. Positron Annihilation in Semiconductors. – Berlin: Springer-Verlag. – 1999. – 397 p.

References

1. Grafutin V.I., Prokop'ev E.P. Primenenie pozitronnoj an-nigiljacionnoj spektroskopii dlja izuchenija stroenija veshhestva // Uspehi fizicheskikh nauk. 2002. t.172. no. 1. pp. 67–83.

2. Ivanilova T.S., Kashkovskij V.V. Modelirovanie zahvata jelektronov v uskorenie v betatrone s azimutal'noj variaciej polja // Nauchnaja sessija MIFI – 2009: Sbornik nauchnyh trudov – Moskva, 26-30 janvarja 2009. Moskva: MIFI, 2009. pp. 135–138

3. Ivanilova T.S., Kashkovskij V. V. Granica osvobozhdenija jelektronnogo puchka v betatrone s poljusami grebnevoego tipa // Izvestija TPU 2007 no. 2 Rezhim dostupa: <http://cyberleninka.ru/article/n/granitsa-osvobozhdeniya-elektronnogo-puchka-v-betatrone-s-polyusami-grebnevoego-tipa> (data obrashhenija: 25.03.2013).

4. Ivanilova T.S. Modelirovanie zahvata i vyvoda jelektronnogo puchka betatrona s azimutal'noj variaciej polja: dis. kand. fiz.-mat. nauk. Tomsk, 2010. 116 p.

5. Kashkovskij V.V. Dinamika i parametry jelektronnyh puchkov betatronov. Tomsk: Izd-vo NTL. 2006. 196 p.

6. Krjoning H.M., Laptev R.S., Lider A.M. i dr. Issledovanie vozmozhnosti primeneniya magnitnoj sistemy malogabaritnogo betatrona dlja indukcionnogo ciklicheskogo uskoritelja pozitronov // Kontrol'. Diagnostika. 2012. no. 13. pp. 192–196

7. Malogabaritnye impul'snye betatrony tipa MIB [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <http://www.epd.tpu.ru/science/mib1.htm> (data obrashhenija: 25.03.13).

8. Malogabaritnye betatrony s azimutal'noj variaciej upravljajushhego magnitnogo polja [Elektronnyj resurs] / V.L. Chahlov, A.A. Zvoncov. – Jelektronnye tekstovye dannye (1 fajl: 519 Kb) // Izvestija Tomskogo politehnicheskogo universiteta [Izvestija TPU]; Nerazrushajushhij kontrol' i diagnostika: sbornik statej / Tomskij politehnicheskij universitet (TPU); pod red. V.L. Chahlova. Tomsk, 1998. [pp. 10–13]. – Zaglavie s titul'nogo lista. – Jelektronnaja versija pechatnoj publikacii.

9. Razrabotki laboratorii № 41: Kompaktnye uskoriteli jelektronov promyshlennogo i medicinskogo naznachenija [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <http://portal.tpu.ru/departments/institut/ink/Files/Lab41/RazLAb41.doc> (data obrashhenija: 25.03.13).

10. Coleman P.G. Positron beams and their applications. // World Scientific Publishing. 2002. 322 p.

11. Krause-Rehberg R., Leipner H.S. Positron Annihilation in Semiconductors. // Berlin: Springer-Verlag. 1999. 397 p.

Рецензенты:

Арефьев К.П., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой высшей математики Физико-технического института, ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», г. Томск;

Потылицын А.П., д.ф.-м.н., профессор, заведующей кафедрой прикладной физики Физико-технического института, ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», г. Томск.

Работа поступила в редакцию 07.05.2013.