ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 532.543

# ВЛИЯНИЕ ПЛАНОВОЙ ГЕОМЕТРИИ РЕЧНОГО РУСЛА НА ДИФФУЗИЮ И ДИСПЕРСИЮ ПРИМЕСИ

### Волынов М.А.

ГНУ «Всероссийский научно-исследовательский институт гидротехники и мелиорации им. А.Н. Костякова», Москва, e-mail: v1532133@yandex.ru

В статье рассмотрено влияние плановой геометрии речного русла на процесс рассеяния примесей. Перенос примесей из одних частей речного потока в другие его части осуществляется кроме механизма турбулентной диффузии также и механизмом конвективной дисперсии. С использованием гипотезы Буссинеска и динамического уравнения для потока на повороте русла показано, что подобие течения в этом случае определяется не только числом Фруда, но также произведением степени распластанности русла на коэффициент гидравлического сопротивления. На основе обобщения лабораторных и натурных данных получены формулы для коэффициентов эффективной диффузии примесей в продольном и поперечном направлении по отношению к оси потока. Для течения на повороте русла получено условие равенства продольной и поперечной составляющих напряжения трения. Предложено выражение для коэффициента поперечной эффективной диффузии на повороте речного потока, отражающее влияние распластанности русла, радиуса поворота и коэффициента гидравлического сопротивления. Установлена степень влияния турбулентной составляющей на процесс переноса примесей. Показано, что масштаб турбулентных образований, ответственных за рассеяние примеси в распластанных руслах, соизмерим с глубиной потока. Полученные зависимости для эффективных коэффициентов продольной и поперечной диффузии позволяют производить расчеты рассеяния примесей на прямолинейных участках русел и в излучинах с использованием одномерных и двумерных илеализаций течения

Ключевые слова: речной поток, турбулентная диффузия, конвективная дисперсия, коэффициент эффективной диффузии на прямолинейных участках и поворотах речного русла

## INFLUENCE OF RIVER PLAN GEOMETRYON THE DIFFUSION AND DISPERSION PROCESES

### Volynov M.A.

All-Russian research Institute of hydraulic engineering and land reclamation them A.N. Kostyakova, Moscow, e-mail: v1532133@yandex.ru

The article considered the impact of the river channel's plan geometry on the impurity's scattering process. The impurity's transfer from one parts of the flow to the others materializes by mechanisms of the turbulent diffusion and convective dispersion. Using the Bussinesq's hypothesis and the dynamic equation for the flow on the channel's bend, it was shown, that the flow dynamic similarity in this case is dependent on not only the Fruid number, but also on the relative river channel's width multiplied by the friction factor. On the base of the experimental and nature investigation data's generalization there was obtained the formulas for the coefficients of the effective impurity diffusion in longitudinal and transversal direction against the flow axis. For the flow on the channel's bend there was obtained the condition of longitudinal and transversal resistance tension components' equality. The turbulent formations' scale, responsible for the impurity's scattering process in the width river channel were commensurate with the flow depth. The obtained effective coefficients of longitudinal and transversal directions of longitudinal and transversal diffusion's formulas let to calculate the impurity's scattering process along the straight section and the bend of river channel, using the one- and two dimensional idealization of flow.

Keywords: river flow, turbulent diffusion and convective dispersion, coefficient of effective diffusion in straight sections and bends of the river channel

Различные примеси, поступающие в речную сеть, имеют значительные периоды распада [1], что позволяет рассматривать их во многих задачах переноса как консервативные. Характерной особенностью речных потоков является их распластанность при ширине, многократно превышающей глубину. Это приводит к сравнительно быстрому выравниванию концентрации по глубине потока, что позволяет рассматривать процесс переноса как двумерный и производить расчет в рамках плановой задачи. Уравнения переноса в этом случае имеют вид [2]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \sum_{i=s,n} u_i \frac{\partial C}{\partial x_i} + \frac{w}{h} \left( \overline{C_H} - \overline{C_{z_0}} \right) = \sum_{i=s,n} \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x_i} h D_i \frac{\partial C}{\partial x_i} - \sigma_s D_n \frac{\partial C}{\partial n} + \sigma_n D_s \frac{\partial C}{\partial s} + \frac{G_H - G_{z_0}}{h} + f_{\text{HCT}}; (1)$$

где C – средняя по глубине концентрация примеси;  $C_n$ ,  $C_s$  – концентрация примеси соответственно у поверхности и вблизи дна;  $h = H_{cp} - z_0$ ; w – гидравлическая крупность взвеси; *s*, *n*, *z* – криволинейные координаты соответственно продольная, поперечная

и вертикальная; 
$$\sigma_s = -\frac{1}{s} \frac{\partial n}{\partial s}; \sigma_n = -\frac{1}{n} \frac{\partial s}{\partial n};$$

$$G_H = \varepsilon_z \left( \frac{\partial C}{\partial z} \right)_H; \ G_{z_0} = \varepsilon_z \left( \frac{\partial C}{\partial z} \right)_{z_0} - \text{ поток}$$

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ №6, 2013

### примеси через свободную поверхность и дно соответственно; є – коэффициент турбулентной диффузии.

Два указанных механизма рассеяния примесей действуют одновременно и, как обычно считается, независимо один от другого. Эта независимость является в достаточной степени условной, поскольку неравномерность распределения скоростей по поперечному сечению потока тесно связана с его турбулентной структурой. Трудность анализа процесса переноса в трехмерной и даже в двухмерной постановке часто заставляют принимать одномерную модель явления и с использованием гипотезы Буссинеска суммировать эффект этих двух механизмов с помощью так называемого суммарного или эффективного коэффициента диффузии [3]

$$D_e = D_{\kappa} + D_{\tau 1}, \qquad (2)$$

где  $D_{\kappa}$  – слагаемое, связанное с конвективной дисперсной;  $D_{_{T1}}$  – коэффициент турбулентной диффузии.

Процесс конвективного переноса примеси в широком канале был рассчитан Дж. Элдером [4], причем установлено, что составляющая  $D_{\kappa}$  коэффициента эффективной диффузии при этом значительно превосходит  $D_{T1}$ . По результатам исследований Дж. Эйлёра было установлено, что  $D = 6,1u_*h$ . Однако экспериментальные исследования показали, что числовой множитель в этом соотношении не остается постоянным, а изменяется в широких пределах от 6 до 25 и более. На величину этого коэффициента оказывает влияние не только вертикальный профиль скорости, но также плановое распределение скорости и интенсивность возникающих вторичных течений. Возможно, именно неустойчивость вторичных течений рождает наиболее крупномасштабные нерегулярности течения в потоке. В тех случаях, когда относительная ширина

потока  $\frac{B}{h}$  становится небольшой, система вторичных течений изменяется в зависимо-сти от  $\frac{B}{h}$ , что сказывается существенно на

процессах переноса. Отмечается также [5], что и коэффициент гидравлического сопротивления, характеризующий процесс переноса импульса, начинает зависеть от отно-R

сительной ширины потока при 
$$\frac{D}{h} < 25...30$$
.

Влияние относительной ширины потока особенно сильно проявляется в условиях большой шероховатости, заметной неоднородности дна и боковых частей русла, а также при наличии поворотов потока. Наличие поворотов, неодинаковость шероховатости по смоченному периметру, влияние боковых поверхностей трения приводит к образованию интенсивных циркуляций в потоке, связанных с искривлением траекторий движущихся жидких частиц с отклонением их от направления осредненного течения.

Рассмотрим динамическое равновесие элемента потока, движущегося на повороте русла стационарно с радиусом кривизны *г*. Уравнение равновесия в проекции на ось  $x_{2}$ , совпадающую с радиусом кривизны, имеет ВИД

$$\frac{d}{dx_2}\left(\frac{V^2}{2g}\right) - \frac{V^2}{gr} = \frac{dh}{dx_2} + \frac{V^2}{C^2h},\qquad(3)$$

где V – радиальная компонента скорости те-

чения;  $\frac{dh}{dx_2}$  – поперечный уклон свободной

поверхности потока;  $\frac{V^2}{C^2 h}$  – поперечная компонента сил трения.

При этой записи уравнения баланса сил геометрия сечения в поперечном направлении считается не изменяющейся. Учитывая пропорциональность между  $\frac{\lambda}{g}$  и  $\frac{1}{C^2}$ , и заменяя производную по x<sub>2</sub> ее оценкой, преобразуем уравнение баланса к виду

$$\frac{1}{B}\left(\frac{V^2}{2g}\right) - \frac{V^2}{gr} = \frac{h}{B} + \lambda \frac{V^2}{8gh}.$$
 (4)

Считая, что радиус кривизны соизмерим с шириной потока *r* ~ *B* имеем

$$-\frac{V^2}{gB} = \frac{h}{B} + \lambda \frac{V^2}{8gh}.$$
 (5)

Отсюда уравнение баланса сил находим в критериальном виде

$$-1 = \frac{gh}{V^2} + \lambda \frac{B}{8h}.$$
 (6)

Таким образом, при наличии интенсивных поперечных циркуляций (вторичных течений) подобие сил определяется не только числом Фруда, но также и дополнительным критерием  $\lambda \frac{B}{8h}$ , что согласуется с позицией В.М. Ляхтера и А.М. Прудовского по данному вопросу [5]. При анализе данных по коэффициенту

эффективной диффузии обычно сопоставляют безразмерный комплекс  $\frac{D_e}{u_*h}$  с величиной  $\frac{B}{h}$ . С учетом полученных выше результатов был выполнен анализ лабораторных

и натурных данных по величине продольного коэффициента эффективной диффузии. Использованы данные Таллиннского политехнического института [6, Пааль] и данные других авторов. Результаты обобщения



ставлены на рис. 1.





Данные по естественным водотокам отобраны лишь те, которые относятся к чистым и слабозаросшим руслам. Результаты лабораторных и натурных исследований (см. рис. 1) удовлетворительно аппроксимируются зависимостью

$$\lg \frac{D_{1e}}{u_* h} = 1, 7 + 0, 5 \lg \lambda \frac{B}{h},$$
(7)

которая может быть записана и в иной форме:

$$\frac{D_{1e}}{u_*h} = 50\sqrt{\lambda\frac{B}{h}}.$$
(8)

Зависимость получена по опытным данным в диапазоне изменения  $3 < \frac{B}{h} < 20$ . Можно предполагать, что при увеличении  $\frac{B}{h} > 30$  степень зависимости  $\frac{D_e}{u_*h}$  от  $\frac{B}{h}$  будет ослабевать, однако надежных количественных данных, подтверждающих это предположение, пока не имеется.

Перенос примеси в поперечном направлении также характеризуется эффективным коэффициентом поперечной диффузии  $D_{2e}$ , который равен сумме коэффициентов поперечной дисперсии и поперечной турбулентной диффузии. Как показывают расчеты и экспериментальные исследования, интенсивность поперечного переноса значитель-

но более низкая по сравнению с переносом в продольном направлении. По данным исследования М. Бансала [7], обобщившего обширные натурные данные, эффективный коэффициент поперечной диффузии определяется относительной шириной русла (рис. 2).

Данные могут быть аппроксимированы следующей зависимостью:

$$\frac{D_{2e}}{u_*h} \approx 2 \cdot 10^{-3} \left(\frac{B}{h}\right)^{1.5}.$$
 (9)

Следует отметить также, что зависи-*D B* 

мость  $\frac{D_e}{u_*h}$  от  $\frac{B}{h}$  при весьма больших значе-

ниях  $\frac{B}{h}$  (вплоть до  $\frac{B}{h}$  = 400 + 600) представ-

ляется труднообъяснимой.

Ряд исследователей указывает на существенное влияние извилистости русла [8]. При извилистом русле массы жидкости на повороте находятся под действием центробежных сил, направленных по радиусу кривизны *r* 

$$f_{u.6} = \frac{m \cdot u^2}{r},\tag{10}$$

где  $m = \rho h \cdot 1 \cdot 1$  – рассматриваемая масса жидкости.



Рис. 2.  $\Diamond$ — р. Миссисипи; ⊕— р. Канзас; △— р. Смуки Хилл; ⊖— р. Салина; — р. Соломон;  $\Box$ — р. Биг Блю;  $\bullet$ — р. Миссури; ×— р. Патуксент;  $\blacksquare$ — р. Патомак;  $\blacktriangle$ — р. Грин; \*— р. Саут Платт

Одновременно масса жидкости участвует в продольном движении и находится под действием продольных касательных напряжений  $\tau_0$ . Сопоставим величину напряжений, возникающих от действия центробежных сил с продольными касательными напряжениями. Найдем напряжения от действия центробежных сил в виде

$$\tau_{u\delta} = \frac{f_{u,\delta}}{1\cdot 1} = \frac{\rho \cdot h \cdot 1 \cdot 1 \cdot u^2}{1\cdot 1 \cdot r} = \rho \frac{h}{r} \frac{8u_{*0}^2}{\lambda}, (11)$$

где  $u_{*0} = \sqrt{\tau_0/\rho} - продольная динамическая скорость.$ 

Тогда

$$\frac{\tau_{u.6}}{\tau_0} = \frac{8u_{*0}^2 \frac{1}{\lambda} \frac{h}{r}}{u_{*0}^2} = \frac{8}{\lambda} \frac{h}{r}.$$
 (12)

Эти напряжения равны по величине, если

$$\frac{1}{8}\lambda \frac{r}{h} = 1. \tag{13}$$

При среднем значении  $\lambda \approx 0.03 \frac{r}{h} \approx 250_{-}$ это соотношение определяет кривизну потока, при которой продольные касательные напряжения и центробежные напряжения равны. При  $\frac{r}{h} < 250$  центробежные напряжения превышают продольные касательные напряжения. Можно предположить, что поперечные составляющие пульсации скорости в этих случаях будут связаны с неустойчивостью криволинейного движения и будут определяться величиной центробежных напряжений:

$$u_{2}' = u_{*_{\rm uf}} = u_{*_{0}} \sqrt{\frac{8}{\lambda} \frac{h}{r}}.$$
 (14)

Поскольку вторичные течения захватывают всю ширину потока, очевидно, что масштаб турбулентности, определяющий эффективный массоперенос в этом случае, будет пропорционален ширине потока *B*. Тогда эффективный коэффициент диффузии оказывается связанным с интегральными параметрами потока следующим соотношением:

$$D_{2e} \sim u_2' L_{2e} \sim u_{*0} K_1 B \sqrt{\frac{8}{\lambda} \frac{h}{r}},$$
 (15)

где  $K_1 = \frac{L_{2e}}{B}$  – отношение поперечного масштаба к ширине русла.

Таким образом, находим, что

$$\frac{D_{2e}}{u_{*0}K_1B} \sim \sqrt{\frac{8}{\lambda}\frac{h}{r}} \,. \tag{16}$$

Как известно, радиус кривизны потока *г* для естественных водотоков может задаваться произвольно лишь в условиях лаборатории. В условиях естественного водотока  $r \sim K_2 B$ , причем для равнинных условий величина  $K_2 = 5...10$  [9]. Следует отметить, что величина масштаба  $L_{2e}$  пропорциональна ширине потока, по-видимому, лишь при B/h < 20...30. При большей относительной ширине потока связь между масштабом возмущений и шириной потока должна теряться. (Известно, что при B/h > 20 процесс переноса импульса перестает зависеть от B/h). Поэтому в дальнейшем при обработке экспериментальных данных величина  $K_1$ принималась равной 1 при B/h < 30. Если величина r не была известна, то она принималась по соотношению  $r = K_2 B$  при  $K_2 = 7,5B$ . Результаты обработки экспериментальных данных ряда авторов [10] в координатах

$$\frac{D_{2e}}{u_{*02}L_e} = f \sqrt{\frac{1}{\lambda} \frac{h}{r}}$$
 представлены на рис. 3.



*Puc. 3*.

+ — данные Беатлоса (р. Атабаска); ⊕— данные Энгманна (р. Лессерслейс); ○— данные Сэйра (р. Миссури); × — данные Йоцукури (р. Миссури); ⊗ — данные Гловера (р. Колумбия). Лабораторные криволинейные каналы: ●— данные Фишера; ● — данные Энгманна;
 Ø — данные Энгманна (ледовый режим); Q — данные Кришнапанна

Поскольку для имевшихся натурных данных не были известны значения *r*, при их обработке учитывалось, что

$$\frac{D_{2e}}{u_{*0}B} \sim \frac{K_1\sqrt{8}}{\sqrt{K_2}}\sqrt{\frac{1}{\lambda}\frac{h}{B}}.$$

С достаточной для натурных измерений точностью данные, приведенные на рис. 3, могут быть аппроксимированы соотношением:

$$\frac{D_{2e}}{u_{*02}L_e} = 0,02+0,3\left(\sqrt{\frac{1}{\lambda}\frac{h}{r}}-0,4\right),(17)$$

которое справедливо для  $\sqrt{\frac{1}{\lambda}\frac{h}{r}} \ge 0,4.$ 

Выполненная обработка натурных данных с последующим сравнением результатов с данными лабораторных измерений позволили установить их отчетливую качественную схожесть. Количественное совпадение достигалось подбором  $K_1$  при среднем значении  $K_2 = 7,5$ . Общая сводка результатов обработки, представленная на рис. 3, позволяет отметить хорошее согласие результатов лабораторных и натурных измерений, в том числе и для потоков с относительной шириной B/h > 25...30 при выборе  $K_1 = 0,01$ . Это указывает на то, что в условиях очень широкого русла масштабы возмущений, ответственных за перенос веществ в поперечном направлении, составляют (1...2) h. Приведенная выше аппроксимационная за-

висимость показывает, что при 
$$\frac{1}{\lambda} \frac{h}{r} < 0,16$$
  
центробежные напряжения становятся  
близкими к продольным касательным на-  
пряжениям и интенсивность возмущений  
и их масштаб определяются в основном  
параметрами продольного течения. В этих  
условиях поперечный перенос будет но-  
сить практически чисто диффузионный ха-  
рактер. Согласно имеющимся данным [10],  
коэффициент поперечной турбулентной  
диффузии в этом случае  $\frac{D_{2T}}{u_{*0}h} \approx 0,15$ , что от-

вечает 
$$\frac{D_{2T}}{u_{*0}B} = 0.15 \frac{h}{B}.$$

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ №6, 2013

При 
$$\frac{B}{h}$$
 ~7,5...10 значение коэффици-

ента поперечной турбулентной диффузии согласуется с данными, приведенными на рис. 3.

Полученные зависимости для эффективных коэффициентов продольной и поперечной диффузии позволяют осуществлять расчеты переноса примесей в речных потоках с использованием одномерных и двумерных идеализаций явления.

#### Список литературы

1. Каплин В.Т. Превращение органических соединений в водоемах // Гидрохим. материалы. – 1967. – т. 45. – С. 207–226.

2. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика // Механика турбулентности. Ч. 1. – М.: Наука, 1965. – 639 с.

3. Шеренков И.А. Прикладные плановые задачи гидравлики спокойных потоков. – М.: Энергия, 1978. – 240 с.

4. Elder J.W. The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow // J. Fluid Mech. -1959.  $- N_{\text{P}} 4$ . - P. 544-560.

5. Лятхер В.М., Прудовский А.М. Гидравлическое моделирование. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 390 с.

6. Пааль Л.Л., Тутт М.А. О расчетах концентрации вещества загрязнения в реках при периодических выпусках сточных вод // Доклад и сообщ. по вопросам самоочищения водоемов и смешения сточных вод. – Таллин, 1967. – С. 38–45.

7. Bansal M.K. Dispersion in natural streams // J. Hudr. Div. Proc. ASCE. – 1971. – P. 1866–1867.

8. Fesher H.P. Longitudinal dispersion and turbulent mixing in open channel flow // Ann Rev. Fluid Mech. - 1973. – No 5. – P. 59–78.

9. Курдюмов Л.Д. Закономерности эрозионно-аккумулятивного процесса. – Л.: Гидрометеоиздат, 1977. – 134 с.

10. Beltaos S. Transverse mixing in natural streams // Can. Journ. Civ. Eng. – 1979. – Vol. 6. – P. 4.

#### References

1. Kaplin V.T. Prevrashhenie organicheskih soedinenij v vodoemah [The transformation of organic compounds in water bodies]. Moscow, Hydrochemistry mat., 1967, pp. 207–226.

2. Monin A.S., Yaglom A.M. Statisticheskaya gidromekhanika. Mehanika turbulentnosti. T 1. [Statistical hydromechanics. Mechanics of turbulence]. Moscow: Science, 1965, 639 p.

3. Sherenkov N.A. Prikladnye planovye zadachi gidravliki spokojnyh potokov [Applications of the plane tasks of smooth flows hydraulics]. Moscow: Energiya, 1978, 240 p.

4. Elder J.W. The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow // J. Fluid Mech., no. 4, 1959, pp. 544–560.

5. Lyather V.M. Prudovsky A.M. Gidravlicheskoe modelirovanie. [Hydraulic modeling.] Moscow: Energoatomizdat, 1984. 390 p.

6. Paal' L.L., Tutt M.A. O raschetakh kontsentratsii veshchestva zagryazneniya v rekakh pri periodicheskikh epyurakh vypuska stochnykh vod [Calculations of the substance pollution concentration in the rivers by waste water runoff] // Doklad i soobshch. po voprosam samoochishcheniya vodoemov i smesheniya stochnykh vod. Tallin. 1967, pp. 38–45.

7. Bansal M.K. Dispersion in natural streams // J. Hudr. Div. Proc. ASCE, 1971, pp. 1866–1867.

8. Fesher H.P. Longitudinal dispersion and turbulent mixing in open channel flow // Ann Rev. Fluid Mech.,  $N_{0}$  5, 1973, pp. 59–78.

9. Kurdyumov L.D. Zakonomernosti erozionno-akkumulyativnogo processa [The patterns of erosion-accumulative process]. Leningrad, Gidrometeoizdat, 1977, 134 p.

10. Beltaos S. Transverse mixing in natural streams // Can. Journ. Civ. Eng. v. 6, 1979, p. 4.

#### Рецензенты:

Боровков В.С., д.т.н., профессор кафедры гидравлики Московского государственного строительного университета, г. Москва;

Скворцов Л.С., д.т.н., генеральный директор ООО «Экотех-Москва», г. Москва.

Работа поступила в редакцию 16.04.2013.