УДК 519.6

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАРИОЗНЫХ ПРОЦЕССОВ В РАННЕЙ СТАДИИ КАРИЕСА И ПРОЦЕССА ЕГО НЕИНВАЗИВНОГО СПОСОБА ЛЕЧЕНИЯ

[1]Русаков С.В., [1]Беляев А.Ю., [3]Гилева О.С., [2]Изюмов Р.И., [3]Муравьева М.А., [1]Терпугов В.Н.

[1]Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, e-mail: rusakov@psu.ru;

[2]ФГБУН «Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук», Пермь, e-mail: izumov@icmm.ru;

[3]Пермская государственная медицинская академия им. акад. Е.А. Вагнера, Пермь, e-mail: rav.m@mail.ru

Работа посвящена исследованию современного метода лечения кариеса зубов ICON (Infiltration Concept), особенностью которого является отсутствие травмирующих операций, а препятствие разрушению тканей зуба осуществляется нанесением специального состава на поврежденную поверхность зуба, способного диффундировать внутрь эмали и отвердевать под действием света. Актуальность изучения и развития неинвазивных методов лечения кариеса на ранних стадиях заболевания связана с неэффективностью существующих распространенных способов лечения, что подтверждается статистическими данными об огромной распространенности этого заболевания по всему миру. Было проведено исследование процессов, происходящих в микроканалах зубной эмали, на базе полученной математической модели диффузии химически реагирующей смеси в квазистационарном приближении. Выполнены численные эксперименты, результаты которых были применены для дальнейшего исследования процесса проникновения в эмаль композита, применяемого в технологии лечения кариеса, основным механизмом которого являются капиллярные силы. Анализ результатов показал, что созданные модели правдоподобно отображают особенности исследуемых явлений. Рассмотрена оценка макрожесткости зубной эмали, частично поврежденной кариесом, до и после применения фотополимера. Эмаль рассматривалась как композитный материал с периодической структурой. Исследование проведено на ячейке периодичности материала с помощью метода конечных элементов. При этом получено, что заполнение пор фотополимерным материалом приводит к частичному восстановлению жесткостных свойств эмали.

Ключевые слова: кариес зубов, эмаль, де- и реминерализация эмали, диффузия, массообменные процессы, теория взаимопроникающих континуумов, капиллярные силы, упругие свойства, метод конечных элементов

MATHEMATICAL MODELING OF PROCESSES IN THE EARLY CARIOUS STAGES OF DENTAL CARIES AND PROCESS OF NON-INVASIVE WAY TREATMENT

[1]Rusakov S.V., [1]Belyaev A.Y., [3]Gileva O.S., [2]Izyumov R.I., [3]Muraveva M.A., [1]Terpugov V.N.

[1]Perm State National Research University, Perm, e-mail: rusakov@psu.ru;

[2]Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, e-mail: izumov@icmm.ru;

[3]Perm State Medical Academy, Perm, e-mail: rav.m@mail.ru

This work is devoted to the investigation of dental caries treatment by the modern noninvasive Icon (Infiltration Concept) technology. The Icon method based on the application of special composite material that can diffuse into the damaged zone, harden when exposed to light and prevent tooth decay. The significance of the study and development of noninvasive methods is related to the inefficiency of standard treatment, as evidenced by the statistical data on the high prevalence of this disease. In the literature there have a lot of papers dealing with caries treatment by the technique of infiltration of enamel lesions with a composite material. However, because of obvious difficulties most of these studies have been carried out in vitro. In studying this problem it is necessary to realize that the structure of the tooth is very complex and cannot be studied separately. Hence, to explore caries initiation and progression, one needs to have a mathematical model capable of describing the state of enamel as an integral part of the system «oral cavity-tooth-organism». The aim of the present work was the study of processes occurring in enamel micro-channels on the basis of the mathematical model of chemically reactive mixture diffusion in quasi-stationary approximation. We have carried out the numerical experiments which results have been used in further study of the process of composite material penetration into the enamel, assuming that such penetration is made possible by capillary forces. It is shown that the proposed model adequately describes the properties of the examined dental system. The method of filling decayed tissue areas with composite material allows encapsulating the damaged tooth enamel and stopping caries process. Decayed tooth under fatigue and cyclic loadings is subject to degradation, even after stopping the further development of caries. Assessment of macro hardness of enamel partially affected by caries before and after using the ICON is investigated in this research.

Keywords: dental caries, enamel structure, de- and remineralization of enamel, diffusion, mass transfer processes, theory of interacting continua, capillary forces, elastic properties, finite element method

Известно, что в настоящее время кариозные поражения зубов представляют серьёзную проблему для трудоспособной части населения РФ: почти 90% оказались подвержены данному заболеванию (см. например [2]). Кариозное поражение

RETRACTED

зубной эмали проявляется в прогрессирующей деминерализации кристаллов эмали под действием кислот, выделяемых в процессе жизнедеятельности кариесогенных бактерий зубного налета и сопровождается образованием микропор эмали с последующим её разрушением. В результате последовательно развиваются две стадии кариеса: ранняя – стадия кариозного «белого» пятна, и поздняя – стадия образования дефекта (полости) твердых тканей зуба (поверхностный, средний и глубокий кариес). С 2009 года для лечения раннего кариеса все активнее применяется технология Icon (Infiltration CON cept). Суть этой лечебной методики заключается в том, что деминерализованные ткани зуба пропитываются особым светоотверждаемым полимером (фотополимером). До этого поверхность зубов предварительно подвергается специальной обработке кислотой, призванной убрать верхний, наиболее твердый интактый слой эмали и максимально раскрыть ее порозную структуру. Легко-текучий фотополимер, проникая в межкристаллические поры эмали в области кариозного поражения, призван укрепить деминерализованный каркас эмали и усилить прочностные характеристики зуба. Данная методика является неинвазивной, простой в использовании и действительно позволяет эффективно и безболезненно для пациента остановить дальнейшее развитие кариозных процессов. Однако механические прочностные и упругие характеристики такой инфильтрованной порозной эмали к настоящему времени еще недостаточно изучены. В результате до сих пор остается открытым вопрос о том, в какой степени образовавшаяся композитная структура способна заменить прежний интактный слой по прочности, твердости, устойчивости к воздействию агрессивной среды. Проблема осложняется тем, что способы надежного контроля глубины проникновения инфильтранта в межкристаллические поры в клинической практике отсутствуют. У стоматологов еще пока нет и отдаленных (в течение нескольких лет) результатов лечения кариеса данным методом.

В настоящей работе проведено исследование с помощью математического моделирования биохимического процесса развития ранней стадии кариеса, заполнения межкристаллических пор эмали фотополимером, изменения механических свойств зуба после применения технологии ICON. Кроме того, с помощью вычислительного эксперимента изучены изменения упругих свойств зубной эмали, подвергнутой контролируемому разрушающему воздействию (травлению кислотой), вызывающему ее деминерализацию и увеличение пористости, и, напротив, упрочняющему воздействию, происходящему при инфильтрации пор фотополимером ICON.

Моделирование процесса деминерализации эмали зубов

Коронка зуба состоит из 3 частей: внутренняя – пульпа, средняя – дентин и наружная твердая оболочка – эмаль. Её толщина – от 0,1 мм у основания коронки до 2 мм в области жевательной зоны.

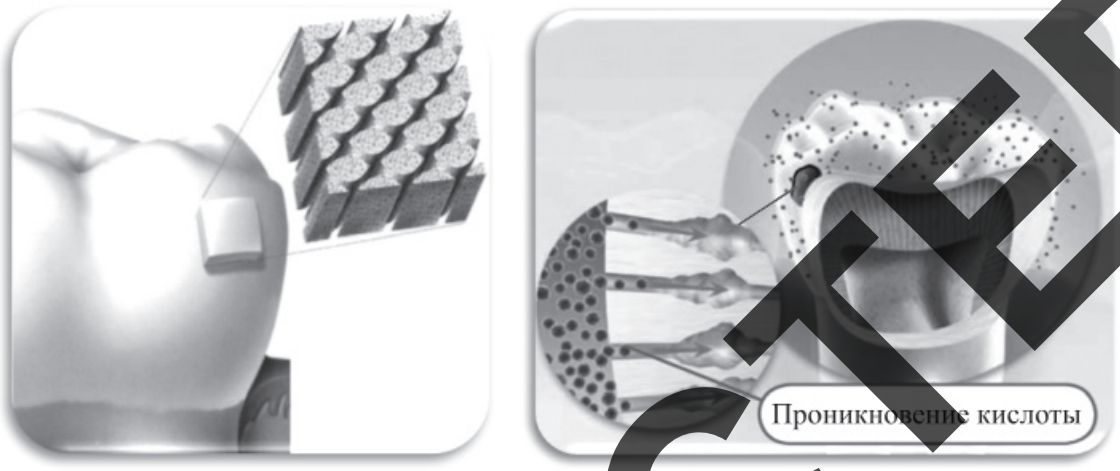
Эмаль образована эмалевыми призмами (рис. 1, а), которые радиально поднимаются от более глубокого слоя – дентина. Благодаря своей структуре, эмаль зуба функционирует как «молекулярное сито», а эмалевая жидкость служит переносчиком молекул и ионов. Кислоты, появляющиеся во рту во время приема пищи, проникают в каналы между призмами, вызывают деминерализацию и в конечном итоге могут привести к разрушению зубной ткани (рис. 1, б). В качестве ответной реакции организма активизируется защитная система реминерализации (ЗСР) пульпы, которая снижает кислотность жидкости, находящейся в эмали и, таким образом, уменьшает вредное воздействие кислот, идущих с поверхности зуба вовнутрь [5].

Будем представлять эмаль зуба в виде сплошной пластины толщиной L, имеющей двухслойную структуру, которая равномерно по площади пронизана каналами. С одной стороны, эмаль взаимодействует с внешней средой полости рта, а внутренняя часть зуба (дентин и пульпа) представлена абстрактной областью, в которой может активизироваться ЗСР. Каналам заданы среднестатистические размеры [5] и перпендикулярное к поверхности эмали направление. Принимается допущение об отсутствии сообщения каналов друг с другом, что позволяет нам рассматривать процессы в одном обособленном от остальных канале.

Модель состоит из трёх компонент: канал, заполненный нейтральной жидкостью, и диффундирующие внутрь него кислота и жидкость ЗСР. Канал является осесимметричным и описывается своим радиусом в каждой точке x по всей своей длине $[0; L]$ для любого момента времени $t \geq 0$ функцией $R = R(t, x)$. Наличие проникших в канал жидкостей определяется значением функции их объёмных долей $\varphi = \varphi(t, x)$ также в каждой точке канала x и в любой момент времени t. Функция объёмной доли кислоты обозначена как φ_1, а объёмной доли жидкости ЗСР – как φ_2. Взаимореакция компонентов модели происходит без производства продуктов взаимодействия.

RETRACTED

Кислота и жидкость ЗСР вступают в реакцию, понижая значение своих объёмных долей. Стенки канала (только его боковая поверхность) растворяются под действием кислоты, увеличивая его радиус и, опять же, понижая значение объёмной доли кислоты. Изначально канал имеет форму цилиндра. Проникновение жидкостей в канал происходит с его открытых торцов и описывается граничными условиями. Подробное описание и обоснование математической модели в виде краевой задачи для нестационарных уравнений в частных производных дано в работе [3].



а б

Рис. 1. а – схематичное изображение выхода эмалевых призм на поверхность зуба; б – кислота зубной бляшки проникает по каналам в эмаль и разрушает её

Выполним обезразмеривание, где в качестве характерных величин берутся: радиуса – начальный радиус поры; для переменной x – длина поры L; времени – характерное время деминерализации. Сделав естественное прдположение, что характерное время диффузии и установления химического равновесия системы кислота-жидкость ЗСР на несколько порядков меньше характерного времени деминерализации, можно получить упрощенную квазистационарную краевую задачу [6]:

$$\frac{d}{dx}\left(R^2(t,x)F(\varphi_1)\frac{d\varphi_1(x)}{dx}\right) - \gamma R(t,x)\varphi_1(x) - \alpha_{12}R^2(t,x)\varphi_1(x)\varphi_2(x) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx}\left(R^2(t,x)F(\varphi_2)\frac{d\varphi_2(x)}{dx}\right) - \alpha_{21}R^2(t,x)\varphi_1(x)\varphi_2(x); \quad (2)$$

$$R(t,x) = \exp\left(f(x)\varphi_1(x)\,t\right); \quad (3)$$

$$F(\phi) = \frac{(1-\phi)(1-2\chi\phi)}{\phi}; \qquad f(x) = \begin{cases}\delta, & x\in[0,x_0];\\ 1, & x\in(x_0,1];\end{cases} \quad (4)$$

$$\varphi_1(0) = \varphi_1^*; \quad \varphi_2'(0) = 0; \qquad \varphi_1'(1) = 0; \quad \varphi_2(1) = \varphi_2^*. \quad (5)$$

Краевая задача (1)–(5) решалась численно методом установления с помощью консервативной неявной разностной схемы [7].

Поскольку реальные значения констант-параметров, входящих в построенную модель неизвестны, обсуждаемые ниже результаты расчётов носят скорее качественный характер и выявляют особенности моделируемого процесса. На рис. 2 представлено распределение радиуса канала в моменты безразмерного времени t = 1, 2, 3, для следующего набора параметров:

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = 1000; \ \gamma = 1; \qquad \chi = 0,3; \ x_0 = 0,1; \qquad \delta = 0,2; \ \varphi_1^* = \varphi_2^* = 0,25. \quad (6)$$

В этом случае поверхностный слой в 5 раз более устойчив к воздействию кислоты, чем остальная часть эмали. Из рис. 2 видно, как канал приобретает бутылкообразную форму, и возникает возможность появления крупных пор за счет слияния каналов в самых широких местах. Причем,

RETRACTED

если считать начальную просветную площадь пористой эмали за 25%, то при $t = 1$, 2, 3 её максимум в точке $x = 0{,}1$ увеличивается до 34, 45 и 59% соответственно. Таким образом, деминерализация зуба происходит неравномерно вдоль канала эмали, что связано с неравномерностью концентрации кислоты и свойств зубной ткани.

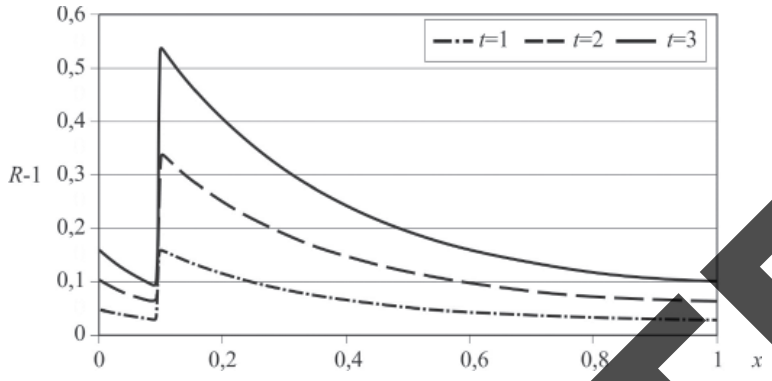


Рис. 2. Распределение радиуса канала вдоль его длины в моменты времени t = 1, 2, 3

Полученные результаты хорошо согласуются с клинической картиной кариеса, когда подповерхностный, менее резистентный к кислоте слой эмали, разрушается быстрее поверхностного слоя с образованием малозаметного белого пятна.

Для выяснения влияния интенсивности реакции нейтрализации на формирование канала были просчитаны три варианта, в которых использовались параметры (6) за исключением значений α_{12} и α_{21}:

1) $\alpha_{12} = \alpha_{21} = 1000$;

2) $\alpha_{12} = \alpha_{21} = 100$;

3) $\alpha_{12} = \alpha_{21} = 10$.

Во всех трех случаях решение имело вид, аналогичный рис. 2, менялось только значение радиуса в точке $x = x_0 = 0{,}1$ (максимум) и $x = 1$ (минимум). В табл. 1 приводятся значения просветной площади (в процентах) при $x = x_0 = 0{,}1$ для анализируемых вариантов параметров в три момента времени.

Таблица 1

Значение просветной площади (%)

Вариант	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
1	25,0	33,8	45,2	59,3
2	25,0	36,6	52,3	72,3
3	25,0	38,9	59,3	90,3

Откуда видно, что при $t = 1$ различие результатов для разных вариантов относительно невелико и их можно относить к ранней стадии кариеса. С увеличением времени это различие становится все более существенным и кариес переходит в более развитые стадии.

Моделирование технологии ICON

Технологию ICON можно условно разделить на четыре этапа:

1) удаление поверхностного слоя с помощью химического воздействия;

2) нанесение на поверхность эмали композитного материала;

3) проникновение композитного материала в каналы эмали;

4) затвердевание композитного материала под воздействием света.

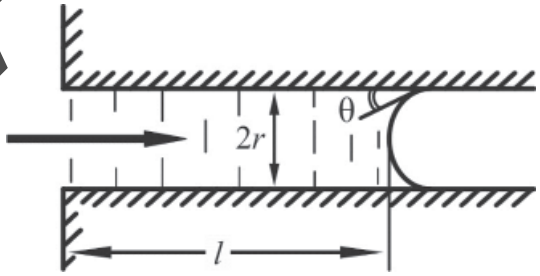


Рис. 3. Перемещение жидкости на длину l в капилляре радиуса r; θ – краевой угол

Рассмотрим модель процесса проникновения композитного материала в каналы эмали. Поскольку размеры каналов от 2 до 5 мкм, основным механизмом такого проникновения являются капиллярные силы. Схематично этот процесс представлен на рис. 3. Скорость v перемещения мениска в тонком вертикальном капилляре, когда влияние силы тяжести мало, определяется уравнением Пуазёйля:

$$\frac{dl(t)}{dt} = v(t,l) = \beta\frac{r(l)}{l}; \qquad (7)$$

где $\beta = \dfrac{\sigma_{12}\cos\theta}{4\eta}$.

RETRACTED

Пусть необходимо заполнить канал длиной $L = l(T)$, тогда из уравнения (7) в простейшем случае $R(l) \equiv 1$ получаем $T_0 = L^2/(2\beta r_0)$. С учетом криволинейности стенок капилляра (см. рис. 2), переходя в декартову систему координат, окончательно получаем:

$$\frac{T}{T_0} = 2\int_0^l \frac{x\sqrt{1+\left(R'(x)\right)^2}}{R(x)}\,dx. \qquad (8)$$

В табл. 2 представлены результаты расчетов, полученные для трех вариантов формы канала, (в зависимости от параметров α_{12} и α_{21}), где t – время окончания кариозного процесса. С учетом того, что начальный радиус каналов $r_0 = 3{,}5 \pm 1{,}5$ мкм, положив в формуле (8) его среднее значение, получим $T_0 = T_{0,cp}(1 \pm 0{,}43)$. Тогда с помощью данных табл. 2 можно рассчитать минимальное и максимальное время процесса заполнения канала для разных вариантов исходных параметров и разного времени t.

Таблица 2

Значение T/T_0 для разных вариантов

Вариант	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
1	0,952	0,926	0,910
2	0,899	0,827	0,771
3	0,839	0,716	0,617

Моделирование упругих свойств зубной эмали

Основываясь на сведениях о зубной эмали, логичнее всего рассматривать её как композитный материал. Тогда призмы будут представлять собой волокно, а межпризменное вещество – матрицу. Призмы и межпризменное вещество имеют свои свойства и геометрию, изменение которых (в процессе кариозного разрушения) влечет за собой изменение жесткости зубной эмали на макроуровне. Говоря языком механики композитных материалов, необходимо определить эффективный модуль композитного материала, зная свойства и геометрию его компонентов. Цель заключается в определении модуля упругости при одноосном растяжении (модуля Юнга). Удобней всего определить интересующие нас свойства на ячейке периодичности композитного материала [1]. Представим эмаль в виде композитного материала с гексагональной упаковкой волокон в матрице и выделим ячейку периодичности материала (рис. 4).

Для определения эффективных свойств материала (модулей Юнга в 3 направлениях) необходимо знать макронапряжения на соответствующих площадках ячейки периодичности и соответствующие деформации. Зная эти величины, можно вычислить эффективный модуль материала в конкретном направлении. Таким образом, для нахождения трех модулей Юнга нам потребуется провести 3 компьютерных эксперимента.

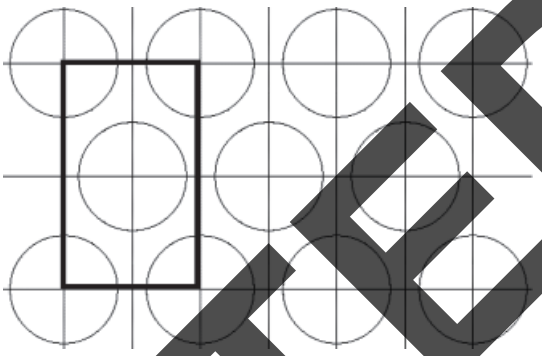


Рис. 4. Структура зубной эмали. Волокно (эмалевые призмы), упакованное в матрицу (межпризменное вещество)

Для проведения численного эксперимента воспользуемся методом конечных элементов. В качестве элемента был выбран 8-узловой гексагон. Зубная эмаль – хрупкий материал, поэтому при его описании ограничивались только упругостью. Кроме того, деформации в рассмотренных задачах не превышают 10 %, что дает возможность использовать линейный закон Гука. Для того чтобы свести к минимуму погрешность, возникающую при изменении объема, необходимо при деформации в одном направлении задать в другом направлении такую же деформацию с противоположным знаком.

В каждом случае мы получаем 3 решения для ячейки периодичности с необходимыми граничными условиями. Однако данные решения не позволяют вычислить эффективный модуль материала. Модуль Юнга находится из эксперимента на одноосное растяжение (сжатие). Вид нагружения в решенных задачах не является одноосным растяжением (сжатием), соответственно он не позволяет найти модуль Юнга.

Для нахождения эффективных модулей пользовались следующим приемом: имея 3 решения линейной задачи, найдем 4-е решение задачи как линейную комбинацию трех других. Далее введем в модель геометрию и свойства кариозного разрушения. Диаметр призм равен приблизительно 5–8 мкм. В рассматриваемой модели радиус призмы принят равным 4 мкм. Расстояние между призмами 10 мкм. Кариозное разрушение начинается с межпризменного вещества. В рассматриваемой модели оно представляет собой цилиндрические включения радиусом 0,5; 1; 1,5 мкм для каждого из трех случаев.

RETRACTED

Воспользуемся описанной выше методикой и найдем значения эффективных модулей для эмали, подвергнувшейся кариозному разрушению. ICON применяется только на ранних стадиях кариозного разрушения, поэтому не будем рассматривать дальнейшее увеличение области. К тому же, как показывают исследования, сначала полностью разрушается межпризменное вещество, причем призмы остаются практически не тронутыми.

Следующий этап – оценить влияние ICON на механические свойства зубной эмали. ICON – фотополимер. Будем рассматривать его как изотропный, линейно-упругий материал. Модуль Юнга примем равным меньшему модулю материала призмы и межпризменного вещества, а коэффициент Пуассона – 0,49. Введем ICON в места кариозного разрушения и найдем эффективные модули материала, воспользовавшись описанной выше методикой.

Значения эффективных модулей в направлении X и Y совпадают с точностью до 8%. Кроме того, значения эффективных модулей находятся между значениями модулей призмы и межпризменного вещества, что согласуется с теорией композитных материалов.

На рис. 5 представлены результаты моделирования, откуда видно, что жесткость эмали ухудшается с увеличением области поражения, что ожидаемо. Применение ICON не только останавливает кариозный процесс с точки зрения диффузии кислоты в зубную эмаль, но и частично восстанавливает жесткостные свойства эмали. Однако, как сказано выше, данные выводы сделаны на основании свойств материала, которые подобраны исходя из соображений здравого смысла.

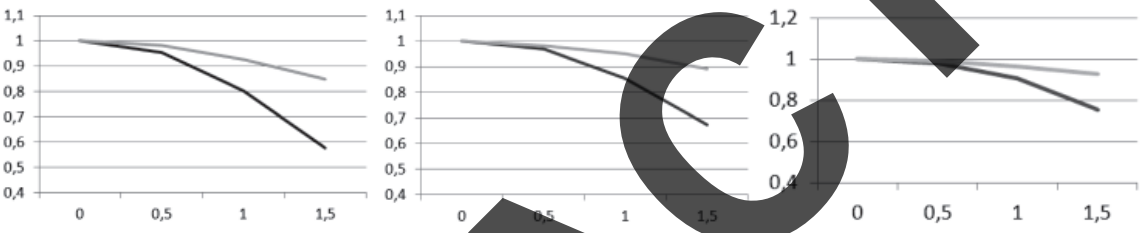


Рис. 5. Безразмерная зависимость эффективного модуля в направлении X(а), Y(б), Z(в) от радиуса области кариозного повреждения (темно-серый – кариозное повреждение, светло-серый – область заполнена ICON)

Чтобы сделать окончательные выводы по этому вопросу, необходимо привлечение данных эксперимента. Учитывая малые размеры объекта исследования, постановка такого эксперимента представляет непростую самостоятельную задачу.

Выводы

На основе имеющихся в настоящее время данных о физиологии человеческих зубов была разработана математическая модель, описывающая эмаль как сплошную двуслойную среду, пронизанную каналами, и основные протекающие в ней процессы (диффузия жидкостей из внешней среды и внутренних слоев зуба; химическое взаимодействие жидкостей и их влияние на эмаль), которая стала основой для математического описания кариозного заболевания. В результате исследования получена информация об эволюции формы каналов эмали в течение развития кариозного повреждения, что позволяет судить об изменении пористости эмали по глубине для любого конкретного момента времени. Анализ результатов показал, что созданные модели правдоподобно отображают особенность исследуемого явления, которая заключается в неравномерности деминерализации эмали. Изменение структуры эмали на микроуровне заключается в том, что её микроканалы, будучи изначально цилиндрическими, приобретают бутылкообразную форму, что сказывается на значении капиллярных сил, а, следовательно, на эффективности инфильтрации композита и лечения в целом. Была получена формула, позволяющая рассчитать минимальное и максимальное время процесса заполнения пор эмали в зависимости от степени поражения эмали кариесом и для различных вариантов исходных параметров.

Разработана методика, позволяющая рассчитывать эффективные жесткостные свойства зубной эмали на ячейке периодичности материала для различной геометрии ячейки периодичности, а также с учетом различных факторов, таких как кариозное повреждение, использование технологии ICON и др. Показано, что технология ICON оказывает положительное влияние не только на сопротивляемость дальнейшему распространению кариозного повреждения, но и на жесткость эмали зуба.

RETRACTED

Работа выполнена при поддержке Министерства промышленности, инноваций и науки Пермского края и РФФИ, грант 11-01-96028-р_урал_а, 11-08-96018-р_урал_а.

Список литературы

1. Беляев А.Ю., Гилева О.С., Ерофеева Е.С., М. А. Муравьева М.А., Свистков А. Л. Модель изменения упругих свойств зубной эмали под действием различных факторов // Вестник Пермского университета, Серия Математика, механика, информатика. – 2011. – Вып. 5 (9). – С. 25–28.

2. Боровский Е.В., Леонтьев В.К. Биология полости рта. – М.: Медицина, 1991. – 304 с.

3. Гилева О.С., Ерофеева Е.С., Изюмов Р.И., Муравьева М.А., Свистков А.Л. Исследование и моделирование процесса возникновения и развития кариеса // Вестник Пермского университета, Серия Математика, механика, информатика. – 2011. – Вып. 5 (9). – С. 51–54.

4. Морозов И.А., Беляев А.Ю., Изюмов Р.И., Ерофеева Е.С., Гилева О.С. Экспериментальное исследование микроструктуры поверхности эмали человеческих зубов // Материаловедение. – 2012. – Вып. 184, № 7. – С. 50–55.

5. Окушко В.Р. Основы физиологии зуба. – М.: Newdent, 2008. – 344 с.

6. Русаков С.В., Свистков А.Л., Изюмов Р.И. Моделирование нелинейной диффузии реагирующей смеси в порах ткани зуба // Неравновесные процессы в соплах и струях (NPNJ'2012): материалы IX Международной конф. (Алушта, 23-31мая 2012 г.) – М., 2012. – С. 571–572.

7. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.

8. Guidoni G.M., Swain M.V., Jäger I. Wear behavior of dental enamel at the nanoscale with a sharp and blunt indenter tip // Wear. – 2009. – Vol. 266, № 1–2. – P. 60–68.

9. Lawn B.R., Lee J.J.-W., Chai H. Teeth: among nature's most durable biocomposites // Ann. Rev. Mater. Res. – 2010. – Vol. 40. – P. 55–75.

10. Morozov I.A., Svistkov A.L., Gileva O.S., Erofeeva E.S.. Experimental investigation of the influence of bleaching on enamel surface microstructure // Russian Journal of Biomechanics. –2010. –Vol. 14, № 1 (47). –P. 55–63.

References

1. Belyayev A.YU., Gileva O.S., Yerofeyeva Ye.S., Muravyeva M.A. ,Svistkov A.L. Issledovaniye i modelirovaniye protsessa vozniknoveniya i razvitiya kariyesa [Research and modeling of the initiation and development of dental caries]. *Vestnik Permskogo universiteta, Seriya Matematika, mekhanika, informatika*, 2011, Vol. 5 (9), pp. 25–28.

2. Borovskiy Ye.V., Leontyev V.K. Biologiya polosti rta [Biology of the mouth]. Moscow: Meditsina, 1991, 304 p.

3. Gileva O.S., Yerofeyeva Ye.S., Izyumov R.I., Muravyeva M.A., Svistkov A.L. Issledovaniye i modelirovaniye protsessa vozniknoveniya i razvitiya kariyesa [Research and modeling of the initiation and development of dental caries]. *Vestnik Permskogo universiteta, Seriya Matematika, mekhanika, informatika*, 2011, Vol. 5 (9), pp. 51–54.

4. Morozov I.A., Belyayev A.YU., Izyumov R.I., Yerofeyeva Ye.S., Gileva O.S. Eksperimentalnoye issledovaniye mikrostruktury poverkhnosti emali chelovecheskikh zubov [Experimental investigation of the enamel surface microstructure of human teeth]. *Materialovedeniye*, 2012, vol. 184, no. 7, pp. 50–55.

5. Okushko V.R. Osnovy fiziologii zuba [Tooth physiology fundamentals]. Moscow: Newdent, 2008, 344 p.

6. Rusakov S.V., Svistkov A.L., Izyumov R.I. Modelirovaniye nelineynoy diffuzii reagirushey smesi v poraxh tkani zuba [Modeling of nonlinear diffusion reaction mixture in the pores of the tooth]. *Neravnovesnye processy v soplakh i struyakh (NPNJ'2012):* Materials of the IX International Conf. (Alushta, 23-May 31, 2012) Moscow, 2012. pp. 571–572.

7. Samarskiy A.A. Teoriya raznosnykh skhem [Theory of difference schemes]. Moscow: Nauka, 1977, 656 p.

8. Guidoni G.M., Swain M.V., Jäger I. Wear behavior of dental enamel at the nanoscale with a sharp and blunt indenter tip // Wear. 2009. Vol. 266, no. 1–2. pp. 60–68.

9. Lawn B.R., Lee J.J.-W., Chai H. Teeth: among nature's most durable biocomposites // Ann. Rev. Mater. Res. 2010. Vol. 40. pp. 55–75.

10. Morozov I.A., Svistkov A.L., Gileva O.S., Erofeeva E.S.. Experimental investigation of the influence of bleaching on enamel surface microstructure // Russian Journal of Biomechanics. 2010. Vol. 14, no. 1 (47). pp. 55–63.

Рецензенты:

Девяткова Г.И., д.м.н., доцент, заведующая кафедрой общественного здоровья и здравоохранения ФПК и ППС, ФГБОУ ВПО «Пермская государственная медицинская академия имени академика Е.А. Вагнера» Министерства здравоохранения Российской Федерации, г. Пермь;

Пенский О.Г., д.т.н., доцент, профессор кафедры процессов управления и информационной безопасности, Пермский государственный национальный исследовательский университет, г. Пермь.

Работа поступила в редакцию 30.11.2013.

RETRACTED