

УДК 533.6.011.8

РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АЭРОТЕРМОДИНАМИКИ ВОЗВРАЩАЕМЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

^{1,2}Жаров В.А., ²Зея Мью Мьинт, ²Поляков М.С., ²Хлопков А.Ю., ²Чжо Зин

¹ФГУП ЦАГИ «Центральный аэрогидродинамический институт»,

Жуковский, e-mail: v_zharov@mail.ru;

²ФГОУ ВПО «Московский физико-технический институт (государственный университет)»,

Долгопрудный, e-mail: zayyarmyomyint@gmail.com

Большую часть срока службы воздушно-космический аппарат находится на большой высоте, при свободномолекулярных условиях и экспериментальное исследование его движения довольно проблематично. Значение динамики разреженных газов обусловлено практической важностью решения широкого круга задач, связанных с современным этапом освоения космоса, развитием вакуумной, компьютерной и nano технологий. Первое применение статистических методов связывалось с непосредственным моделированием течений разреженных газов и методы прямого статистического моделирования Монте-Карло оказались здесь наиболее эффективными. Целью данной работы является разработка методов вычисления аэродинамических характеристик воздушно-космических аппаратов в высокоскоростном потоке разреженного газа. Представлены результаты расчетов аэродинамических характеристик спускаемых аппаратов. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании перспективных космических аппаратов.

Ключевые слова: метод Монте-Карло, динамика разреженного газа, воздушно-космический аппарат, высотная гиперзвуковая аэродинамика

DEVELOPMENT OF MONTE-CARLO METHODS FOR SOLVING AERODYNAMICS PROBLEMS OF REENTRY SPACE VEHICLES

^{1,2}Zharov V.A., ²Zay Yar Myo Myint, ²Polyakov M.S., ²Khlopkov A.Y., ²Kyaw Zin

¹Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovsky, e-mail: v_zharov@mail.ru;

²Moscow Institute of Physics and Technology (state university),

Dolgoprudny, e-mail: zayyarmyomyint@gmail.com

The most service time of aerospace vehicles is at high-altitude, in free molecular flow conditions and the experimental investigation for its moving in this condition is quite problematic. Significance of rarefied gas dynamic is explained in practical importance to solve a wide range of the problems connected with the present stage of space exploration, development of vacuum and nano technologies. The first application of statistical methods connected with direct simulation of rarefied gas flows and the direct simulation of Monte-Carlo (DSMC) method was appeared the most effective. The purpose of this work is to develop aerodynamic characteristics calculation method for space vehicles in high-speed rarefied gas flow. Calculation results of aerodynamic characteristics for reentry vehicle are presented. The results may be useful for perspective space vehicle project.

Keywords: Monte-Carlo method, rarefied gas dynamics, aerospace vehicle, high-altitude hypersonic aerodynamics

Многоразовая воздушно-космическая система предназначена для решения широкого круга задач в космосе, в том числе:

- Выведение на околоземную орбиту и возврат с орбиты людей и полезных грузов;
- Транспортно-техническое обеспечение космических объектов различного назначения;
- Проведение аварийно-спасательных работ на орбите;
- Проведение научно-технических и технологических экспериментов в космосе;
- Осуществление международного контроля за космическим пространством.

Создание следующих друг за другом, поколений космической техники невозможно без умения решать, наверное, самое сложное уравнение математической физики – кинетическое уравнение Больцмана.

Большую часть срока службы воздушно-космический аппарат (ВКА) находится на большой высоте, при условиях свободно-

молекулярного обтекания. Экспериментальные исследования таких течений (натурные и трубные) чрезвычайно сложны и дорогостоящи. Поэтому методы вычислительной аэродинамики разреженного газа в настоящее время являются практически единственным средством получения информации об аэродинамической обстановке около космического аппарата на больших высотах. Особенности исследований высотной аэродинамики связаны с тем, что при проектировании и эксплуатации ВКА необходимо рассчитывать аэродинамические характеристики (АДХ) в широком диапазоне изменения различных определяющих параметров.

Проявление методов статистического моделирования (Монте-Карло) в различных областях прикладной математики связано с необходимостью решения качественно новых задач, возникающих из потребностей практики. Метод прямого статистического моделирования является наиболее

распространенным среди численных методов решения прикладных задач динамики разреженного газа [2, 6]. Метод Монте-Карло широко применяется в аэродинамике как универсальный метод расчета тел сложной формы с учетом затенения и многократных соударений с поверхностью отраженных частиц. Более того, возможности применения этого метода к расчету всего спектра течений – от сплошной среды до свободномолекулярного течения делают его все более привлекательным.

Определение граничных условий на обтекаемых разреженным газом поверхностях является одной из важнейших проблем кинетической теории газов [5]. Несмотря на значительные усилия, эта проблема до сих пор остается открытой. Взаимодействие газа с поверхностью обтекаемого тела играет определяющую роль в высотной аэродинамике [1]. Аэротермодинамические характеристики тел в потоке газа определяются передачей импульса и энергии на поверхность тела, то есть связью между скоростями и энергиями падающих на поверхность и отраженных от нее молекул, что и составляет суть кинетических граничных условий на поверхности.

Целью данной работы является определение метода вычисления АДХ ВКА в высокоскоростном потоке разреженного газа. В работе представлены результаты расчетов аэродинамических характеристик перспективных воздушно-космических аппаратов, полученные методом прямого статистического моделирования (ПСМ).

Метод и алгоритм моделирования АДХ ВКА

Развитие численных методов в динамике разреженных газов связано в первую очередь с использованием метода прямого статистического моделирования процессов, описываемых кинетическим уравнением Больцмана [2, 6, 7],

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \bar{\xi} \nabla f = \int (f' f'_1 - f f_1) \bar{g} b d b d \varepsilon d \bar{\xi}_1 = J(f).$$

Здесь $f = f(t, x, y, z, \xi_x, \xi_y, \xi_z)$ – функция распределения молекул по времени, координатам и скоростям. f, f_1, f', f'_1 – функции распределения, соответствующие скоростям пары частиц до и после столкновения, $\bar{g} = |\mathbf{g}| = |\bar{\xi}_1 - \bar{\xi}|$ – относительная скорость, b – прицельное расстояние, ε – азимутальный угол в плоскости, перпендикулярной плоскости столкновения. В практической реализации методы прямого статистиче-

ского моделирования, основанные на подходах Бёрда [8] (моделирование динамики ансамбля молекул) и Хэвилленда [10] (моделирование индивидуальных траекторий молекул), оказались наиболее эффективными и их модификации с переменным успехом осуществляли победное шествие по вычислительной аэродинамике. Рассмотрим моделирование свободномолекулярного течения методом Монте-Карло. Алгоритм метода Монте-Карло выглядит следующим образом:

1. Ввод данных.
2. Выбор границы, которой стартует частица.
3. Вычисление координат точки влета частицы в область.
4. Вычисление скорости частицы.
5. Вычисление координаты точки пересечения траектории частицы с поверхностью тела.
6. Вычисление импульса и энергии, приносимых частицей.
7. Вычисление скорости отраженной частицы.
8. Вычисление импульса и энергии отраженной частицы.
9. Выполнение пп. 4–7 до покидания молекулой расчетной области.
10. Осреднение данных.

Так как частицы не сталкиваются между собой, отраженная частица либо взаимодействует с поверхностью, либо покидает расчетную область. В алгоритме происходит передача управления на пункт 1 и вычисляется траектория следующей частицы. Если тело невыпуклое или имеется несколько тел, алгоритм несколько усложняется. После пункта 8 отраженная частица может попасть на другую часть тела, поэтому управление передается на пункт 5, где вычисляются координаты точки пересечения траектории частицы с поверхностью. Если траектория частицы не пересекает тело, частица покидает область и управление передается на пункт 1.

Модели взаимодействия молекул газа с поверхностью

Роль законов взаимодействия молекул с поверхностью проявляется тем сильнее, чем более газ разрежен [5]. Граничными условиями для уравнения Больцмана являются условия, связывающие функцию распределения падающих и отраженных молекул [1].

В модели Максвелла плотность распределения отраженных молекул имеет вид

$$f_r(\mathbf{x}_w, \bar{\xi}_r) = (1 - \sigma_t) f_i(\mathbf{x}_w, \bar{\xi}_r - 2(\bar{\xi}_r \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}) + \sigma_t n_r \pi^{-3/2} h_r^{3/2} \exp(-h_r \bar{\xi}_r^2), \bar{\xi}_r \cdot \mathbf{n} > 0,$$

и ядро рассеяния [1, 2] имеет вид

$$K(\xi_i \rightarrow \xi_r) = (1 - \sigma_\tau) \delta[\xi_i - 2(\xi_r \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}] - \sigma_\tau \frac{2h_r^2}{\pi} \exp[-h_r \xi_r^2] \cdot (\xi_i \cdot \mathbf{n}); \quad h_r = \frac{m}{2kT_r}.$$

Здесь полагается, что доля $(1 - \sigma_\tau)$ молекул отражается зеркально, а остальная часть σ_τ молекул – диффузно, параметр $0 \leq \sigma_\tau + 1$ определяет коэффициент аккомодации касательной компоненты импульса $\sigma_\tau = (P_{\tau i} - P_{\tau r})/P_{\tau i}$.

Компоненты вектора скорости при диффузном отражении моделируются в локальной сферической системе координат, ось которой направлена вдоль вектора внешней нормали к поверхности, с помощью выражений [8]

$$|\xi_r| = h_r^{-1/2} \sqrt{-\ln(\alpha_1 \alpha_2)}; \quad \cos\theta = \sqrt{\alpha_3};$$

$$\varphi = 2\pi\alpha_4,$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ – независимые случайные числа, равномерно распределенные в интервале $(0, 1)$, θ и φ – полярный и азимутальный углы.

К. Черчиньяни и М. Лампис предложили феноменологическую модель (CL), которая также удовлетворяет принципу взаимности и является усовершенствованием максвелловской модели [9]. Модель основана на введении двух параметров, которые представляют собой коэффициент аккомодации $\sigma_n = \sigma_{E_n}$ по кинетической энергии, связанной с нормальной компонентой скорости, и коэффициент аккомодации касательной компоненты импульса σ_τ . Модель CL хорошо соответствует результатам лабораторных исследований с высокоскоростными молекулярными пучками [2]. Хотя сравнение ограничено лабораторными условиями, модель CL является теоретически обоснованной и относительно простой. Позднее появились модификации ядра рассеяния модели CL [12], однако они дают незначительное улучшение при сравнении с лабораторными экспериментами. В общем случае модель взаимодействия имеет несколько параметров произвольного физического смысла, которые позволяют добиться разумного согласия с результатами лабораторных исследований в некотором диапазоне условий. Универсальная модель должна использовать ядро рассеяния, полученное на основе физического эксперимента в широком диапазоне чисел Кнудсена и скоростей потока [2].

Использованное преобразование расширяет CL модель для учета обмена вращательной энергией между газом и поверхностью [12]. Модель в таком виде называется мо-

делью Черчиньяни–Лампис–Лорда (CLL). Потом были предложены модификации модели [13] для учета обмена колебательной энергией и расширения диапазона постоянной рассеянных молекул. Модель CLL в настоящее время получила широкое признание в работах [3, 11, 14–18].

Результаты расчетов

Рассмотрим результаты расчета коэффициентов силы сопротивления и подъемной для возвращаемого аппарата в свободномолекулярном потоке разреженного газа. Используются различные модели взаимодействия молекул с поверхностью (Максвелла и Черчиньяни–Лампис–Лорда, CLL). Представлены результаты расчета различным моделями взаимодействия газа с поверхностью (Максвелла и CLL) методом Монте-Карло. Значения параметров: температурный фактор $t = T_w/T_\infty = 0,1$; скоростное отношение $s = 20$; коэффициенты аккомодации тангенциального импульса и нормальной энергии $\sigma_\tau, \sigma_n = 0,5$. Расчет проводился с использованием $5 \cdot 10^6$ частиц.

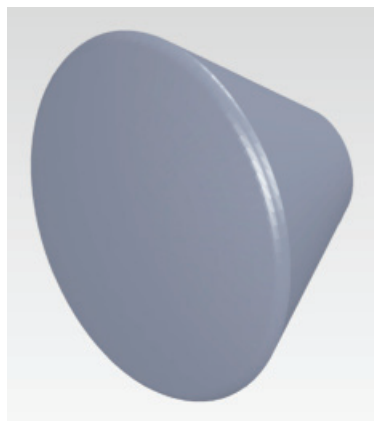


Рис. 1. Геометрическое представление варианта возвращаемого аппарата

На рис. 2 представлены зависимости коэффициентов силы сопротивления C_x , подъемной силы C_y от угла атаки α от 0° до 90° для возвращаемого аппарата (рис. 1).

При уменьшении коэффициента аккомодации σ_τ от 1 до 0,5, величина C_x увеличивается при $0^\circ < \alpha < 55^\circ$ и значение достигает до 2,72 при $\alpha = 0^\circ$. Коэффициент C_y снижает в несколько раз по модулю при уменьшении σ_τ от 1 до 0,5 при $0^\circ < \alpha < 80^\circ$. Можно объяснить, что при нулевой аккомодации все молекулы отражаются зеркально, и полной

аккомодации отражаются диффузно. Зеркальные отраженные молекулы передают по-

верхности большой импульс, чем диффузно рассеянные от холодной стенки молекулы.

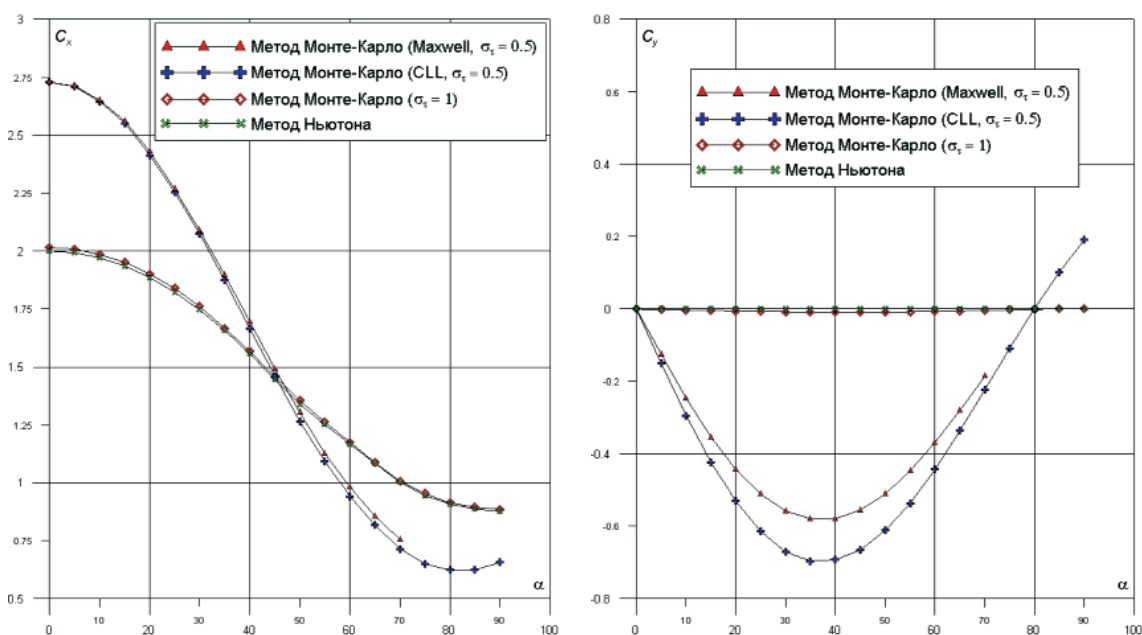


Рис. 2. Зависимости $C_x(\alpha)$ и $C_y(\alpha)$ при $\sigma_\tau = 0,5$ и 1 ($t_w = 0, 1$)

При диффузном отражении касательное напряжение от отраженных молекул равно нулю, так как при этом все направления отражения являются одинаково вероятными. Отметим, что близость результатов, полученных с помощью моделей Максвелла и CLL, отмечалась ранее в работе [14] для тел с высокими коэффициентами аккомодации поверхности, что позволяло достигнуть лучшего согласования с результатами эксперимента в аэродинамической трубе [15].

Заключение

Представлены результаты расчетов аэродинамических сил сопротивления C_x , подъемной C_y возвращаемого аппарата методом Монте-Карло при различных значениях коэффициентов аккомодации с использованием различных моделей взаимодействия молекул с поверхностью. Исследовано влияние на АДХ особенностей модели взаимодействия молекул с поверхностью. Разработанные программные системы позволяют оперативно получать АДХ разрабатываемых и эксплуатируемых ВКА на орбите и на начальном участке траектории спуска и могут быть использованы при проектировании перспективных космических аппаратов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (Грант № 14-07-00564-а).

Список литературы

1. Баранцев Р.Г. Взаимодействие разреженных газов с обтекаемыми поверхностями. – М.: Наука, 1975.
2. Белоцерковский О.М., Хлопков Ю.И. Методы Монте-Карло в механике жидкости и газа. – М.: Азбука, 2008.
3. Воронич И.В., Зея М.О. Мьянт Влияние особенностей взаимодействия газа с поверхностью на аэродинамические характеристики космического аппарата // Вестник МАИ. – 2010. – Т. 17, № 3. – С. 59–67.
4. Зея М.О. Мьянт, Хлопков А.Ю., Чжо З. Основные подходы к построению методов Монте-Карло в вычислительной аэродинамике // Труды МАИ. – 2011. – № 42. – 17 с.
5. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. – М.: Наука, 1967.
6. Хлопков Ю.И. Статистическое моделирование в вычислительной аэродинамике. – М.: МФТИ, 2006.
7. Хлопков Ю.И., Зея М.М., Хлопков А.Ю., Чжо З. Методы Монте-Карло для определения аэротермодинамических характеристик гиперзвуковых воздушно космических систем // Materials digest of LI International Research and Practice Conference «Physical, Mathematical and Chemical Sciences: Theoretical Trends and Applied Studies». – London: IASHE. – 2013. – P. 41–44.
8. Bird G.A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. – Oxford: Clarendon Press, 1994.
9. Cercignani C., Lampis M. Kinetic Models for Gas-Surface Interactions // Transport Theory and Statistical Physics. – 1971. – Vol. 1, № 2. – P. 101–114.
10. Haviland J.K., Lavin M.L. Application of the Monte Carlo Method to Heat Transfer in a Rarefied Gas // Phys. Fluids. – 1962. – Vol. 5, № 11.
11. Ketsdever A.D., Muntz E.P. Gas-Surface Interaction Model Influence on Predicted Performance of Microelectromechanical System Resistojet // Journal of

Thermophysics and Heat Transfer. – 2001. – Vol. 15, № 3. – P. 302–307.

12. Lord R.G. Application of the Cercignani-Lampis Scattering Kernel to Direct Simulation Monte Carlo Calculations // Proc. of 17th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. – 1991. – P. 1427–1433.

13. Lord R.G. Some Further Extensions of the Cercignani-Lampis Gas-Surface Interaction Model // Phys. Fluids. – 1995. – Vol. 7, № 5. – P. 1159–1161.

14. Padilla J.F. Assessment of Gas-Surface Interaction Models for Computation of Rarefied Hypersonic Flows // Ph.D. Dissertation. – University of Michigan, 2008.

15. Padilla J.F., Boyd I.D. Assessment of Gas-Surface Interaction Models in DSMC Analysis of Rarefied Hypersonic Flow // AIAA Paper 2007-3891. – 2007.

16. Santos W.F.N. Gas-Surface Interaction Effect on Round Leading Edge Aerothermodynamics // Brazilian Journal of Physics. – 2007. – Vol. 37, № 2A.

17. Utah S. and Arai H. Monte Carlo Simulation of Reentry Flows Based Upon a Three-Temperature Model // Proc. of 23rd Int. Symp. on Space Technology and Science. – 2002. – Vol. 1. – P. 1209–1214.

18. Wadsworth D.C., Van Glider D.B., Dogra V.K. Gas-Surface Interaction Model Evaluation for DSMC Applications // Proc. of 23rd Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. – 2003. – P. 965–972.

References

1. Barantsev R.G. Vzaimodeistvie razrezhennykh gazov s obtekaemyimi poverkhnostyami. Moscow, Science, 1975.

2. Belotserkovskii O.M., Khlopkov Yu.I. Metody Monte-Karlo v mekhanike zhidkosti i gaza. Moscow, Azbuka, 2008.

3. Voronich I.V., Zay Yar Myo Myint Vliyanie osobennosti vzaimodeistviya gaza s poverkhnost'yu na aerodinamicheskie kharakteristiki kosmicheskogo apparata // Vestnik MAI. 2010. Vol. 17, no. 3. pp. 59–67.

4. Zay Yar Myo Myint, Khlopkov A.Yu., Kyaw Zin Osnovnye podkhody k postroeniyu metodov Monte-Karlo v vychislitel'noi aerodinamike // Trudy MAI. 2011, no. 42. 17 p.

5. Kogan M.N. Dinamika razrezhennogo gaza. Moscow, Science, 1967.

6. Khlopkov Yu.I. Statisticheskoe modelirovanie v vychislitel'noi aerodinamike. Moscow, MIPT, 2006.

7. Khlopkov Yu.I., Zay Yar Myo Myint, Khlopkov A.Yu., Kyaw Zin Metody Monte Carlo dlya opredeleniya aerothermodynamicheskikh kharakteristik giperzvukovykh vozdušno kosmicheskikh sistem // Materials digest of LI International Research and Practice Conference «Physical, Mathematical and Chemical Sciences: Theoretical Trends and Applied Studies». London: IASHE. 2013. pp. 41–44.

8. Bird G.A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. Oxford: Clarendon Press, 1994.

9. Cercignani C., Lampis M. Kinetic Models for Gas-Surface Interactions // Transport Theory and Statistical Physics. 1971. Vol. 1, no. 2. pp. 101–114.

10. Haviland J.K., Lavin M.L. Application of the Monte Carlo Method to Heat Transfer in a Rarefied Gas // Phys. Fluids. 1962. Vol. 5, no. 11.

11. Ketsdever A.D., Muntz E.P. Gas-Surface Interaction Model Influence on Predicted Performance of Microelectromechanical System Resistojet // Journal of Thermophysics and Heat Transfer. 2001. Vol. 15, no. 3. pp. 302–307.

12. Lord R.G. Application of the Cercignani-Lampis Scattering Kernel to Direct Simulation Monte Carlo Calculations // Proc. of 17th Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. 1991. pp. 1427–1433.

13. Lord R.G. Some Further Extensions of the Cercignani-Lampis Gas-Surface Interaction Model // Phys. Fluids. 1995. Vol. 7, no. 5. pp. 1159–1161.

14. Padilla J.F. Assessment of Gas-Surface Interaction Models for Computation of Rarefied Hypersonic Flows // Ph.D. Dissertation. University of Michigan, 2008.

15. Padilla J.F., Boyd I.D. Assessment of Gas-Surface Interaction Models in DSMC Analysis of Rarefied Hypersonic Flow // AIAA Paper 2007–3891. 2007.

16. Santos W.F.N. Gas-Surface Interaction Effect on Round Leading Edge Aerothermodynamics // Brazilian Journal of Physics. 2007. Vol. 37, no. 2A.

17. Utah S. and Arai H. Monte Carlo Simulation of Reentry Flows Based Upon a Three-Temperature Model // Proc. of 23rd Int. Symp. on Space Technology and Science. 2002. Vol. 1. pp. 1209–1214.

18. Wadsworth D.C., Van Glider D.B., Dogra V.K. Gas-Surface Interaction Model Evaluation for DSMC Applications // Proc. of 23rd Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. 2003. pp. 965–972.

Рецензенты:

Боголепов В.В., д.ф.-м.н., действительный член РАЕН, главный научный сотрудник, ФГУП ЦАГИ, профессор МФТИ, г. Жуковский.

Липатов И.И., д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН, действительный член РАЕН, начальник отдела ФГУП ЦАГИ, профессор МФТИ, г. Жуковский.

Работа поступила в редакцию 17.01.2014.