

## ВЫВОД СЛЕДСТВИЙ С ПОСТРОЕНИЕМ СХЕМЫ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА

Мельцов В.Ю., Страбыкин Д.А.

ФГБОУ ВПО «Вятский государственный университет», Киров, e-mail: meltsov69@mail.ru

В работе приводится формальное описание задачи прогнозирования как задачи дедуктивного вывода, даётся содержательная постановка задачи логического вывода следствий и предлагается новый метод с построением схемы логического вывода. Применение метода иллюстрируется на примерах с использованием исчисления высказываний. Прогнозирование различных событий, происходящих в реальности, играет очень важную роль во всех сферах человеческой деятельности. Данный процесс особенно актуален в наши дни, так как развитие экономики, науки и техники, управления производством требуют очень продуманных решений. Ошибки могут стоить больших затрат ресурсов и времени. Прогнозирование представляет собой процесс разработки прогнозов – научно-обоснованных суждений о возможных состояниях объекта в будущем, об альтернативных путях и сроках его существования. Многообразие видов прогнозов предполагает использование различных методов для их разработки. Математические методы параметрического программирования обычно применяются в случае, когда ни функция, ни структура объекта не изменяются во времени. В последние годы особый интерес вызывают методы логического прогнозирования. Подобные методы используются для анализа объектов, развитие которых либо полностью, либо частично не поддается предметному описанию или математической формализации. Также методы логического прогнозирования эффективны, когда либо время или средства, выделяемые на прогнозирование и принятие решений, не позволяют исследовать проблему с применением математических моделей, либо отсутствуют необходимые технические средства моделирования, например, вычислительная техника с соответствующими характеристиками. В отличие от методов прогнозирования, основанных на регрессионном анализе или на анализе временных рядов, методика прогнозирования на основе логического вывода требует меньших объемов статистической информации при выполнении условий на способ представления этой информации.

**Ключевые слова:** логическое прогнозирование, дедуктивный логический вывод, исчисление высказываний, схема вывода

## LOGICAL INFERENCE OF CONSEQUENCES WITH CONSTRUCTION OF THE INFERENCE SCHEME

Meltsov V.Y., Strabykin D.A.

Vyatka State University, Kirov, e-mail: meltsov69@mail.ru

This work gives a formal description of the task of prognostication as task of deductive inference, also it contains a full formulation of the problem of logical inference of consequences and offers a new method with using construction of the inference scheme. Application of the method illustrated on examples with using of the calculus of statements. Prognostication of various events that occurs in the reality plays a very important role in all the spheres of human activity. This process is especially actually in our days, because development of economic, science and technology, production management requires very considered decisions. Mistakes can be expensive, it concerns money and time. Prognostication is a process of making predictions. Prediction is a science-based judgment about the possible conditions of the object in the future, about alternative ways and time of its existence. The diversity of the kinds of prognoses assumes using of various techniques to develop them. A mathematical method of parametric programming applies in case where neither the function nor the structures of object are not changes over time. The logical methods of prognostication are especially interesting in recent years. Similar methods are using for the analysis of objects, the development of which cannot be represent as the subject description or as mathematical formulas. Also methods of logical prognostication are effective, when time or funds for the prognostication and for deciding are not enough for researching of the problem with using of mathematical models, or when no necessary technical tools for modeling, for example, computers with the appropriate characteristics. Unlike the prediction methods, this based on regression analysis or analysis of time series, technique of the prognostication, this based on the logical inference, requires less statistical information, if the conditions on the presentation of this information are performed.

**Keywords:** logical prognostication, deductive logical inference, calculus of statements, schemes of the inference

Прогнозирование развития ситуаций представляет интерес в самых различных сферах деятельности человека. Для решения этой задачи известно большое число подходов и методов. Важное место среди них занимает логическое прогнозирование. К методам логического прогнозирования обычно относят создание прогнозного сценария, морфологический анализ, метод исторических аналогий, прогнозирование по образцу (эталону) и др [1]. Перспективным подходом при построении методов

логического прогнозирования является использование моделирования рассуждений, в частности, логического вывода заключений [2]. В этом случае ситуация описывается средствами формальной системы (исчисления высказываний или исчисления предикатов), а ее развитие прогнозируется с помощью дедуктивного логического вывода [3, 5]. Дедуктивный вывод, при проведении которого новые утверждения выступают следствиями из уже имеющихся утверждений, хотя и имеет ограниченную

область применения, но надежен при условии истинности посылок. В простейшем случае дедуктивный вывод состоит в установлении факта логического следования из посылок заданного заключения [4].

### Постановка задачи

Задачу логического вывода следствий с построением схемы вывода можно сформулировать следующим образом. Имеются исходные непротиворечивые посылки, заданные в виде множества дизъюнктов  $M^{\wedge} = \{D_1, D_2, \dots, D_1\}$ . При этом каждый дизъюнкт содержит один литерал без инверсии. Множество  $M^{\wedge}$  включает подмножество однолитеральных дизъюнктов  $M^F$  – фактов. Также имеется множество новых фактов  $m^F = \{L_1, L_2, \dots, L_p, \dots, L_p\}$ . Схема вывода описывается множеством литералов с параметрами:  $S = \{L(j, k); L \in A, j, k \in N\}$ , где  $L$  – литерал из множества  $A$  различных литералов, используемых в посылках;  $N$  – номер посылки (дизъюнкта);  $j$  – номер посылки, из вершины которой на схеме выходит, а  $k$  – номер посылки, в вершину которой входит дуга, помеченная литералом  $L$ . Параметр  $j$  называется левым, а  $k$  – правым номером литерала  $L$ .

Тогда задачу вывода логических следствий (литералов без инверсий) можно сформулировать так:

1) определить множество следствий  $M^S$  и семейство множеств следствий  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_h, \dots, s_H\}$ , в котором множество следствий  $s_h$  содержит следствия, выводимые с помощью множества посылок  $M^h$  ( $M^h \subseteq M^{\wedge}$ ) из множества следствий  $s_{h-1}$ ;  $M^h \Rightarrow s_h$  и  $s_0 = M^F \cap m^F$ ;

2) сформировать описание  $O$  схемы логического вывода, по которому может быть построена схема вывода следствий, в виде семейства множеств  $O = \{g_1, g_2, \dots, g_h, \dots, g_H\}$ , где  $g_h$  – множество литералов, полученных при формировании описания схемы на  $h$ -м шаге вывода;

3) определить подмножество конечных следствий  $s^+ \subseteq M^S$ , из которых не могут быть выведены новые следствия.

Для осуществления логического вывода с формированием описания схемы используется специальная процедура – процедура логического вывода следствий, основанная на операции обобщенного деления дизъюнктов [3].

Метод вывода следствий основан на вышеуказанной процедуре и состоит из ряда шагов, на каждом из которых выполняется процедура вывода  $V''$ . Причем результаты выполнения процедуры  $i$ -го шага становятся исходными данными для процедуры  $i + 1$ -го шага. Процесс заканчивается в случае, если

дальнейший вывод следствий невозможен (получено значение признака  $p = 1$ ).

Обозначим через  $h$  номер шага вывода, а через  $P$  – общий признак продолжения вывода ( $P = 0$  – продолжение вывода возможно,  $P = 1$  – продолжение вывода не возможно). Тогда описание метода может быть представлено в следующем виде.

1. Определение начальных значений:  $h = 1$ ,  $M^{\wedge} \neq \emptyset$ ,  $m^F \neq \emptyset$ ,  $M1 = M^{\wedge} - MF$  (исключение из исходного множества дизъюнктов однолитеральных дизъюнктов – фактов). Формируется выводимый дизъюнкт  $R_1$ , состоящий из литералов множества  $m^F$ , и вспомогательный дизъюнкт  $r$ , состоящий из литералов фактов исходных посылок  $MF$ . Определяется множество следствий  $s_0$ , совпадающих с фактами  $MF$ , имеющимися в исходных посылках:  $s_0 = MF \cap m^F$ ,  $S_0 = \{s_0\}$ . Устанавливается начальное значение общего признака продолжения вывода  $P_0 = 0$  и семейства множеств частных, описывающих схему вывода следствий  $G_0 = \emptyset$ .

2. Выполнение  $h$ -й процедуры вывода.

$V''h = \langle Mh, Rh, ph, Mh + 1, Rh + 1, sh \rangle$ .

3. Формирование семейств множеств следствий и множеств частных и проверка признаков. Формируется семейство множеств следствий  $Sh = Sh - 1 \cup \{sh\}$  и семейство множеств частных  $Gh = Gh - 1 \cup \{gh\}$ . Вычисляется значение общего признака продолжения вывода  $Ph = Ph - 1 \vee ph$ . Если  $Ph = 0$ , то вывод продолжается:  $h$  увеличивается на единицу и производится переход к п. 2, иначе вывод завершается.

Полученные следствия содержатся в семействе множеств  $S = Sh$ , а общее множество следствий образуется путем объединения множеств семейства  $Sh$ :  $MS = s0 \cup s1 \cup s2 \cup \dots \cup sh$ .

Описание схемы вывода следствий представляет собой семейство множеств частных  $O = Gh$ . Это множество состоит из множеств частных, содержащих литералы с параметрами. Литералом помечается дуга схемы, причем первый параметр литерала представляет собой вершину схемы, из которой выходит, а второй – вершину, в которую входит дуга. Таким образом, множество литералов  $Gh$  однозначно определяет схему логического вывода. Построение схемы осуществляется в соответствии с шагами логического вывода: в начале на схему наносятся вершины и дуги, описываемые во множестве литералов  $G1$ , затем к ним добавляются связи и вершины, описываемые во множестве литералов  $G2$ , и т.д.

Множество конечных следствий определяется следующим образом:

$$s^+ = (M^g \cap M^S) - M^g,$$

где  $Mg = g1 \cup g2 \cup \dots \cup gh$ , а особенно-стью операции специального объединения множеств литералов  $M^g \cup M^s$  является поглощение литерала  $L(j, +) \in MS$  литералом  $L(j, k) \in Mg$ .

### Применение метода логического вывода

Применение метода вывода следствий рассмотрим на следующем примере. Пусть исходные посылки заданы множеством секвенций:

- 1)  $AB \rightarrow C$ ;
- 2)  $1 \rightarrow D$ ;
- 3)  $CD \rightarrow E$ ;
- 4)  $EV \rightarrow L$ ;
- 5)  $1 \rightarrow P$ ;
- 6)  $L \rightarrow R$ ;
- 7)  $MP \rightarrow N$ ;
- 8)  $1 \rightarrow S$ ;
- 9)  $R \rightarrow U$ ;
- 10)  $N \rightarrow V$ ;
- 11)  $SR \rightarrow X$ ;
- 12)  $X \rightarrow Z$ .

Необходимо определить, какие следствия можно вывести из фактов  $mF = \{A, B, M\}$ .

Представим посылки в виде дизъюнктов:

- $$D1 = A(+, 1) \vee B(+, 1) \vee C(1, +);$$
- $$D2 = D(2, +);$$
- $$D3 = C(+, 3) \vee D(+, 3) \vee E(3, +);$$
- $$D4 = E(+, 4) \vee V(+, 4) \vee L(4, +);$$
- $$D5 = P(5, +);$$
- $$D6 = L(+, 6) \vee R(6, +);$$
- $$D7 = M(+, 7) \vee P(+, 7) \vee N(7, +);$$
- $$D8 = S(8, +);$$
- $$D9 = R(+, 9) \vee U(9, +);$$
- $$D10 = N(+, 10) \vee V(10, +);$$
- $$D11 = S(+, 11) \vee R(+, 11) \vee X(11, +);$$
- $$D12 = X(+, 12) \vee Z(12, +).$$

Представим в виде дизъюнктов факты, из которых требуется определить следствия:

$$D13 = A(13, +); \quad D14 = B(14, +);$$

$$D15 = M(15, +).$$

Определение начальных значений:  $h = 1$ ,  $M^{\wedge} = \{D1, D2, D3, D4, D5, D7, D8, D9, D10, D11, D12\}$ ,  $mF = \{D13, D14, D15\}$ ,  $M1 = M^{\wedge} \setminus mF = \{D1, D3, D4, D7, D9, D10, D11, D12\}$ . Формирование выводимого дизъюнкта  $R1 = A(13, +) \vee B(14, +) \vee M(15, +)$ , состоящего из литералов множества  $mF$ , и вспомогательного дизъюнкта  $r = D(2, +) \vee P(5, +) \vee S(8, +)$ , составленного из литералов фактов исходных посылок  $mF$ . Определение множества следствий  $s0$ , совпадающих с фактами  $mF$ , имеющимися

в исходных посылках:  $s0 = MF \cap mF = \emptyset$ ,  $S0 = \{s0\} = \emptyset$ . Формирование начального значения общего признака решений  $Q0 = 1$ , так как  $s0 = \emptyset$ . Установка начального значения общего признака продолжения вывода  $P0 = 0$  и семейства множеств частных, описывающих схему вывода следствий  $G0 = \emptyset$ .

#### Шаг 1.

Выполнение процедуры вывода  $V''1 = \langle M1, R1, p1, M2, R2, s1, g1 \rangle$ .

1. Производится обобщенное деление дизъюнктов исходных посылок на дизъюнкт  $R1: Di \% R1 = \langle \alpha i, bi \rangle$ ,  $i = 1, \dots, 12$ . При этом  $b1 = C(1, +)$ ,  $b7 = P(+, 7) \vee N(7, +)$ , остальные остатки равны единице. Образуется начальное множество частных:  $g1^* = \alpha 1 \cup \alpha 7$ , где  $\alpha 1 = \{A(13, 1), B(14, 1)\}$ ,  $\alpha 7 = \{M(15, 7)\}$ . Анализируются остатки  $bi$ ,  $i = 1, \dots, 12$ . Так как есть остатки, отличные от единицы, то выполняется следующий пункт.

2. Проверяется наличие фактов. Полученные ранее остатки делятся на вспомогательный дизъюнкт  $r: b1 \% r = \langle \alpha'1, b'1 \rangle$ ,  $b7 \% r = \langle \alpha'7, b'7 \rangle$ . В результате получается:  $\alpha'1 = \emptyset$ ,  $b'1 = 1$ ,  $B1 = b'1$  и  $\alpha'7 = \{P(5, 7)\}$ ,  $b'7 = N(7, +)$ ,  $B7 = b'$ . Корректируется множество частных:  $g1 = g1^* \cup \alpha'1 \cup \alpha'7 = \{A(13, 1), B(14, 1), M(15, 7), P(5, 7)\}$ , и выполняется следующий пункт.

3. Формируется множество следствий  $s1$ . В это множество включаются литералы остатков  $B1$  и  $B7$ :  $s1 = \{C(1, +), N(7, +)\}$ .

4. Формируется новое множество исходных секвенций

$$M2 = M1 - M0 = \{D3, D4, D6, D9, D10, D11, D12\},$$

где  $M0 = \{D1, D7\}$  – подмножество дизъюнктов множества  $M1$ , для которых были получены остатки, представляющие собой литерал без инверсии.

5. Формируется новый выводимый дизъюнкт  $R2 = C(1, +) \vee N(7, +)$  как дизъюнкция литералов множества следствий  $s1$ .

6. Устанавливается значение признака  $p1$ . Поскольку получено непустое множество  $s1$ , то  $p1 = 0$  (возможно продолжение вывода).

Формирование семейств множеств следствий и множеств частных и проверка признаков. Формируется семейство множеств следствий

$$S1 = S0 \cup \{s1\} = \{\{C(1, +), N(7, +)\}\}$$

и семейство множеств частных  $G1 = G0 \cup \{g1\} = \{\{A(13, 1), B(14, 1), M(15, 7), P(5, 7)\}\}$ . Вычисляется значение общего признака продолжения вывода  $P1 = P0 \vee p1 = 0$ . Поскольку  $P1 = 0$ , то вывод продолжается:  $h$  увеличивается на единицу и производится переход к следующему шагу.

**Шаг 2.**

Выполнение процедуры вывода  $V''2 = \langle M2, R2, p2, M3, R3, s2, g2 \rangle$ .

1. Производится обобщенное деление дизъюнктов посылок множества  $M2$  на дизъюнкт  $R2$ . При этом  $\alpha3 = \{C(1,3)\}$ ,  $b3 = D(+,3) \vee E(3,+)$ ,  $\alpha10 = \{N(7,10)\}$ ,  $b10 = V(10,+)$ , остальные остатки равны единице. Образуется начальное множество частных:  $g2^* = \alpha3 \cup \alpha10 = \{C(1,3), N(7,10)\}$ . Так как есть остатки, отличные от единицы, то выполняется следующий пункт.

2. Проверяется наличие фактов. Полученные ранее остатки делятся на вспомогательный дизъюнкт  $r$ :  $b3 \% r = \langle \alpha'3, b'3 \rangle$ ,  $b10 \% r = \langle \alpha'10, b'10 \rangle$ . В результате получается:  $\alpha'3 = \{D(2,3)\}$ ,  $b'3 = E(3,+)$ ,  $V3 = b'3$  и  $\alpha'10 = \emptyset$ ,  $b'10 = 1$ ;  $B10 = b10$ . Корректируется множество частных:  $g2 = g2^* \cup \alpha'3 \cup \alpha'10 = \{C(1,3), N(7,10), D(2,3)\}$ , и выполняется следующий пункт.

3. Формируется множество следствий  $s2$ . В это множество включаются литералы остатков  $B3$  и  $B10$ :  $s2 = \{E(3,+), V(10,+)\}$ .

4. Формируется новое множество исходных секвенций  $M3 = M2 - M0 = \{D4, D6, D9, D11, D12\}$ , где  $M0 = \{D3, D10\}$  – подмножество дизъюнктов множества  $M2$ , для которых были получены остатки, представляющие собой литерал без инверсии.

5. Формируется новый выводимый дизъюнкт  $R3 = E(3,+) \vee V(10,+)$  как дизъюнкция литералов множества следствий  $s2$ .

6. Устанавливается значение признака  $p2$ . Поскольку получено непустое множество  $s2$ , то  $p2 = 0$  (возможно продолжение вывода).

Формирование семейств множеств следствий и множеств частных и проверка признаков. Формируется семейство множеств следствий:  $S2 = S1 \cup \{s2\} = \{s1, s2\}$  и семейство множеств частных:  $G2 = G1 \cup \{g2\} = \{g1, g2\} = \{\{A(13,1), B(14,1), M(15,7), P(5,7)\}, \{C(1,3), N(7,10), D(2,3)\}\}$ . Вычисляется значение общего признака продолжения вывода  $P2 = P1 \vee p2 = 0$ . Поскольку  $P2 = 0$ , то вывод продолжается:  $h$  увеличивается на единицу и производится переход к следующему шагу.

**Шаг 3.**

Выполнение процедуры вывода  $V''3 = \langle M3, R3, p3, M4, R4, s3, g3 \rangle$ .

1. Производится обобщенное деление дизъюнктов посылок множества  $M3$  на дизъюнкт  $R3$ . При этом  $\alpha4 = \{E(3,4), V(10,4)\}$ ,  $b4 = L(4,+)$ , остальные остатки равны единице. Образуется начальное множество частных:  $g3^* = \alpha4$ . Так как есть остатки, отличные от единицы, то выполняется следующий пункт.

2. Проверяется наличие фактов. Полученный ранее остаток делится на вспомогательный дизъюнкт  $r$ :  $b4 \% r = \langle \alpha'4, b'4 \rangle$ . В результате получается:  $\alpha'4 = \emptyset$ ,  $b'4 = 1$ ;  $B4 = b4$ . Принимается  $g3 = g3^* = \{E(3,4), V(10,4)\}$  и выполняется следующий пункт.

3. Формируется множество следствий  $s3$ . В это множество включаются литерал остатка  $B4$ :  $s3 = \{L(4,+)\}$ .

4. Формируется новое множество исходных секвенций  $M4 = M3 - M0 = \{D6, D9, D11, D12\}$ , где  $M0 = \{D4\}$  – подмножество дизъюнктов множества  $M3$ , для которых были получены остатки, представляющие собой литерал без инверсии.

5. Формируется новый выводимый дизъюнкт  $R4 = L(4,+)$  как дизъюнкция литералов множества следствий  $s3$ .

6. Устанавливается значение признака  $p3$ . Поскольку получено непустое множество  $s3$ , то  $p3 = 0$  (возможно продолжение вывода).

Формирование семейств множеств следствий и множеств частных и проверка признаков. Формируется семейство множеств следствий:  $S3 = S2 \cup \{s3\} = \{s1, s2, s3\}$  и семейство множеств частных:  $G3 = G2 \cup \{g3\} = \{g1, g2, g3\}$ . Вычисляется значение общего признака продолжения вывода  $P3 = P2 \vee p3 = 0$ . Поскольку  $P3 = 0$ , то вывод продолжается:  $h$  увеличивается на единицу и производится переход к следующему шагу.

**Шаг 4.**

Выполнение процедуры вывода  $V''4 = \langle M4, R4, p4, M5, R5, s4, g4 \rangle$ .

1. Производится обобщенное деление дизъюнктов посылок множества  $M4$  на дизъюнкт  $R4$ . При этом  $\alpha6 = \{L(4,6)\}$ ,  $b6 = R(6,+)$ , остальные остатки равны единице. Образуется начальное множество частных:  $g4^* = \alpha6$ . Так как есть остатки, отличные от единицы, то выполняется следующий пункт.

2. Проверяется наличие фактов. Полученный ранее остаток делится на вспомогательный дизъюнкт  $r$ :  $b6 \% r = \langle \alpha'6, b'6 \rangle$ . В результате получается:  $\alpha'6 = \emptyset$ ,  $b'6 = 1$ ;  $B6 = b6$ . Принимается  $g4 = g4^* = \{L(4,6)\}$  и выполняется следующий пункт.

3. Формируется множество следствий  $s4$ . В это множество включаются литерал остатка  $B6$ :  $s4 = \{R(6,+)\}$ .

4) Формируется новое множество исходных секвенций  $M5 = M4 - M0 = \{D9, D11, D12\}$ , где  $M0 = \{D6\}$  – подмножество дизъюнктов множества  $M4$ , для которых были получены остатки, представляющие собой литерал без инверсии.

5. Формируется новый выводимый дизъюнкт  $R5 = R(6,+)$ , как дизъюнкция литералов множества следствий  $s4$ .

6. Устанавливается значение признака р4. Поскольку получено непустое множество s4, то  $p_4 = 0$  (возможно продолжение вывода).

Формирование семейств множеств следствий и множеств частных и проверка признаков. Формируется семейство множеств следствий:  $S_4 = S_3 \cup \{s_4\} = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$  и семейство множеств частных:  $G_4 = G_3 \cup \{g_4\} = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$ . Вычисляется значение общего признака продолжения вывода  $P_4 = P_3 \vee p_4 = 0$ . Поскольку  $P_4 = 0$ , то вывод продолжается: h увеличивается на единицу и производится переход к следующему шагу.

#### Шаг 5.

Выполнение процедуры вывода  $V''_5 = \langle M_5, R_5, p_5, M_6, R_6, s_5, g_5 \rangle$ .

1. Производится обобщенное деление дизъюнктов посылок множества  $M_5$  на дизъюнкт  $R_5$ . При этом  $\alpha_9 = \{R(6, 9)\}$ ,  $b_9 = U(9, +)$ ,  $\alpha_{11} = \{R(6, 11)\}$ ,  $b_{11} = S(+, 11) \vee X(11, +)$ , остальные остатки равны единице. Образуется начальное множество частных:  $g_5^* = \alpha_9 \cup \alpha_{11}$ . Так как есть остатки, отличные от единицы, то выполняется следующий пункт.

2. Проверяется наличие фактов. Полученные ранее остатки делятся на вспомогательный дизъюнкт r:  $b_9 \% r = \langle \alpha'_9, b'_9 \rangle$ ,  $b_{11} \% r = \langle \alpha'_{11}, b'_{11} \rangle$ . В результате получается:  $\alpha'_9 = \emptyset$ ,  $b'_9 = 1$ ,  $B_9 = b_9$ ;  $\alpha'_{11} = \{S(8, 11)\}$ ,  $b'_{11} = X(11, +)$ ,  $B_{11} = b'_{11}$ . Принимается  $g_5 = g_5^* \cup \alpha'_9 \cup \alpha'_{11} = \{R(6, 9), R(6, 11), S(8, 11)\}$  и выполняется следующий пункт.

3. Формируется множество следствий  $s_5$ . В это множество включаются литералы остатков  $B_9, B_{11}$ :  $s_5 = \{U(9, +), X(11, +)\}$ .

4. Формируется новое множество исходных секвенций  $M_6 = M_5 - M_0 = \{D_{12}\}$ , где  $M_0 = \{D_9, D_{11}\}$  – подмножество дизъюнктов множества  $M_5$ , для которых были получены остатки, представляющие собой литерал без инверсии.

5. Формируется новый выводимый дизъюнкт  $R_6 = U(9, +) \vee X(11, +)$ , как дизъюнкция литералов множества следствий  $s_5$ .

6. Устанавливается значение признака р5. Поскольку получено непустое множество  $s_5$ , то  $p_5 = 0$  (возможно продолжение вывода).

Формирование семейств множеств следствий и множеств частных и проверка признаков. Формируется семейство множеств следствий:  $S_5 = S_4 \cup \{s_5\} = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$  и семейство множеств частных:  $G_5 = G_4 \cup \{g_5\} = \{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5\}$ . Вычисляется значение общего признака продолжения вывода  $P_5 = P_4 \vee p_5 = 0$ . Поскольку  $P_5 = 0$ , то вывод продолжается: h увеличивается

на единицу и производится переход к следующему шагу.

#### Шаг 6.

Выполнение процедуры вывода  $V''_6 = \langle M_6, R_6, p_6, M_7, R_7, s_6, g_6 \rangle$ .

1. Производится обобщенное деление дизъюнктов посылок множества  $M_6$  на дизъюнкт  $R_6$ . При этом  $\alpha_{12} = \{X(11, 12)\}$ ,  $b_{12} = Z(12, +)$ , остальные остатки равны единице. Образуется начальное множество частных:  $g_6^* = \alpha_{12}$ . Так как есть остатки, отличные от единицы, то выполняется следующий пункт.

2. Проверяется наличие фактов. Полученный ранее остаток делится на вспомогательный дизъюнкт r:  $b_{12} \% r = \langle \alpha'_{12}, b'_{12} \rangle$ . В результате получается:  $\alpha'_{12} = \emptyset$ ,  $b'_{12} = 1$ ;  $B_{12} = b_{12}$ . Принимается  $g_6 = g_6^* = \{X(11, 12)\}$  и выполняется следующий пункт.

3. Формируется множество следствий  $s_6$ . В это множество включаются литерал остатка  $B_{12}$ :  $s_6 = \{Z(12, +)\}$ .

4) Формируется новое множество исходных секвенций  $M_7 = M_6 - M_0 = \emptyset$ , где  $M_0 = \{D_{12}\}$  – подмножество дизъюнктов множества  $M_6$ , для которых были получены остатки, представляющие собой литерал без инверсии. Поскольку из множества  $M_6$  исключаются все дизъюнкты:  $M_7 = \emptyset$ , то принимается  $q_6 = 1$ ,  $p_6 = 1$  – дальнейший вывод невозможен.

Формирование семейств множеств следствий и множеств частных и проверка признаков. Формируется семейство множеств следствий:  $S_6 = S_5 \cup \{s_6\} = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$  и семейство множеств частных:  $G_6 = G_5 \cup \{g_6\} = \{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6\}$ . Вычисляется значение общего признака продолжения вывода  $P_6 = P_5 \vee p_6 = 1$ . Поскольку  $P_6 = 1$ , то вывод завершается.

Полученные следствия содержатся в семействе множеств  $S = S_6$ , а общее множество следствий образуется путем объединения множеств семейства  $S_6$ :  $M_S = \{C(1, +), N(7, +), E(3, +), V(10, +), L(4, +), R(6, +), U(9, +), X(11, +), Z(12, +)\}$ .

Описание схемы вывода следствий представляет собой семейство множеств частных  $O = G_6$ , содержащих литералы с параметрами. Построение схемы осуществляется в соответствии с шагами логического вывода: в начале на схему наносятся вершины и дуги, описываемые во множестве литералов  $G_1$ , затем к ним добавляются связи и вершины, описываемые во множестве литералов  $G_2$ , и т.д. (см. рисунок).

Множество конечных следствий определяется на основе множеств  $M_S$  и  $M_g = g_1 \cup \dots \cup g_6 = \{A(13, 1), B(14, 1),$

$M(15, 7), P(5, 7), C(1, 3), D(2, 3), N(7, 10), S(8, 11), X(11, 12)$  следующим образом:  
 $E(3, 4), V(10, 4), L(4, 6), R(6, 9), R(6, 11), s + = (M^g \cup M^s) - M^g = \{U(9, +), Z(12, +)\}.$

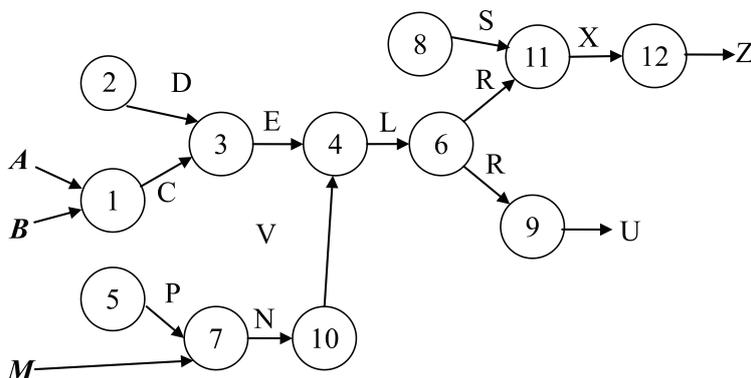


Схема вывода следствий (обозначения фактов множества MF выделены курсивом)

Таким образом, результатом вывода является следующее семейство множеств следствий:  $S_6 = \{\{C, N\}, \{E, V\}, \{L\}, \{R\}, \{U, X\}, \{Z\}\}$ . В процессе вывода получено 9 различных следствий:  $MS = \{C, N, E, V, L, R, U, X, Z\}$ . Следствия U и Z являются конечными, так как дальнейший вывод из них невозможен.

Процесс логического вывода в данном примере требует шесть шагов. Формируемые на каждом шаге выводимые дизъюнкты  $R_h$  и соответствующие им множества следствий  $sh$  ( $h = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ ) приведены в таблице.

Выводимые дизъюнкты и множества следствий, формируемые в процессе логического вывода

Номер шага, $h$	Выводимый дизъюнкт, $R_h$	Используемые посылки, $M_h$	Множество следствий, $sh$
1	$\neg A \vee \neg B \vee M$	1) $AB \rightarrow C$ ; 5) $1 \rightarrow P$ ; 7) $MP \rightarrow N$	$\{C, N\}$
2	$\neg C \vee \neg N$	3) $CD \rightarrow E$ ; 10) $N \rightarrow V$	$\{E, V\}$
3	$\neg E \vee \neg V$	4) $EV \rightarrow L$	$\{L\}$
4	$\neg L$	6) $L \rightarrow R$	$\{R\}$
5	$\neg R$	9) $R \rightarrow U$ ; 8) $1 \rightarrow S$ ; 11) $SR \rightarrow X$	$\{U, X\}$
6	$\neg U \vee \neg X$	12) $X \rightarrow Z$ .	$\{Z\}$

**Заключение**

Предложенный метод логического вывода позволяет находить следствия из заданных фактов для знаний, представленных формулами исчисления высказываний, и строить схему вывода логических следствий.

Метод обладает глубоким параллелизмом, что позволяет эффективно применять его для многопараметрического долгосрочного прогнозирования при реализации интеллектуальных систем на современных высокопроизводительных параллельных вычислительных платформах.

**Список литературы**

1. Люгер Дж.Ф. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем. – 4-е изд. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 864 с.
2. Матвеев М.Г., Свиридов А.С., Алейникова Н.А.. Модели и методы искусственного интеллекта: применение в экономике. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 397 с.
3. Страбыкин Д.А. Логический вывод в системах обработки знаний. – СПб.: СПбГЭТУ, 1998. – 164 с.
4. Страбыкин Д.А., Томчук М.Н. Метод логического вывода модифицируемых заключений. // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008. – № 2. – С. 276–282.

5. Russel S., Norvig P. Artificial Intelligence: a modern approach. Third edition. New Jersey, Prentice Hall, 2010. 784 p.

**References**

1. Luger G.F. Artificial Intelligence: structures and strategies for complex problem solving. Fourth edition. Boston, Addison Wesley, 2002. 864 p.
2. Matveev M.G., Sviridov A.S., Aleynikova N.A. *Modeli i metody iskusstvennogo intellekta: primeneniye v ekonomike*. Moscow, INFRA-M Publ., 2008. 397 p.
3. Strabykin D.A. *Logicheskiy vyvod v sistemakh obrabotki znaniy*. SPb, SPbGETU Publ., 1998. 164p.
4. Strabykin D.A., Tomchuk M.N. Method of logical inference of modified conclusions. Journal of Computer and Systems Science International. 2008. T 47. no. 2. pp 245–251.
5. Russel S., Norvig P. Artificial Intelligence: a modern approach. Third edition. New Jersey, Prentice Hall, 2010. 784 p.

**Рецензенты:**

Пономарев В.И., д.т.н., профессор, директор закрытого акционерного общества «НПП «Знак», г. Киров;

Частиков А.В., д.т.н., профессор, декан факультета Прикладной математики и телекоммуникаций, ФГБОУ ВПО ВятГУ, г. Киров.

Работа поступила в редакцию 15.01.2014.