

УДК 532.546:536.421

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОТБОРА ГАЗА ИЗ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ, ЧАСТИЧНО НАСЫЩЕННОЙ ГАЗОВЫМ ГИДРАТОМ

Кильдибаева С.Р.

*Стерлитамакский филиал ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет»,  
Стерлитамак, e-mail: freya.13@mail.ru*

Газовые гидраты – кристаллические соединения, образующиеся при особых термобарических условиях, рассматриваются в качестве альтернативного источника энергии. В статье исследуется математическая модель разложения газогидрата в результате отбора газа из природного пласта, насыщенного в начальный момент времени газом и гидратом. При постановке данной задачи полагается, что в результате отбора газа образуются две характерные области: в первой (ближней) области гидрат полностью разложился на исходные продукты, поэтому в порах присутствуют только газ и вода, вторая (дальняя) область насыщена газом и гидратом. Рассматривается случай, когда фазовые переходы идут на фронтальной поверхности. В результате расчетов получены два решения для разных значений давления. При проведении анализа полученных решений установлено, что основные закономерности разложения газогидратов в пористых пластах зависят от давления и температуры.

**Ключевые слова:** газогидраты, отбор газа из пласта, добыча газогидратов

## MATHEMATICAL MODELING OF GAS EXTRACTION FROM A POROUS MEDIUM PARTIALLY SATURATED GAS HYDRATES

Kildibaeva S.R.

*Sterlitamak branch of Bashkir State University, Sterlitamak, e-mail: freya.13@mail.ru*

Gas hydrates – crystalline compounds formed under specific temperature and pressure conditions. Gas hydrates along with shale gas and oil production from offshore are considered as an alternative energy source. The article deals with the mathematical model of gas hydrate decomposition resulted in the selection of natural gas reservoir, saturated at the initial time and gas hydrate. In formulating this problem it is assumed that as a result of the selection of gas produces two distinct areas: the first (near) area, hydrate completely disintegrated on the starting materials, so the pores are present only gas and water, the second (distal) region rich in gas and hydrate. Consider the case where the phase transitions are on the front surface. The calculations obtained two solutions for different values of pressure. Through analysis of the decisions found that the basic laws of decomposition of gas hydrates in porous formations depend on pressure, temperature and hydrate formation, as well as depend on the intensity of gas extraction.

**Keywords:** gas hydrates, gas extraction from the formation, extraction of gas hydrates

Газовые гидраты – твердые кристаллические соединения, образующиеся при определенных термодинамических условиях из газа и воды [1]. Отличительной особенностью и уникальностью газогидратов является их особое строение, которое позволяет содержать в одном кубическом метре газового гидрата в 180 раз больше газа, чем в свободном состоянии [2, 3]. По оценкам специалистов, значительная часть запасов углеводородного сырья находится в газогидратном состоянии, прогнозные запасы которых огромны [2].

Некоторые закономерности процесса образования газогидрата при инъекции газа в пористую среду, частично насыщенную водой, исследованы в работах [4–7]. В данной работе исследуется математическая модель разложения газогидрата в результате отбора газа из природного пласта, насыщенного газом и гидратом.

Рассмотрим однородный, горизонтальный пласт постоянной толщины и длины  $L$ , представляющий собой пористую породу, частично заполненную газогидратом. Кровля и подошва пласта непроницаемы. В пла-

сте пробурена скважина, вскрывшая пласт на всю толщину. Давление  $p_0$  и температура  $T_0$  соответствуют условиям стабильного существования гидрата, т.е.  $T_0 < T_s(p_0)$ , где  $T_s(p_0)$  – равновесная температура, соответствующая исходному давлению системы. Будем полагать, что через левую границу пласта ( $r = r_0$ ) происходит отбор газа под давлением  $p_e$ . При этом температура на ней поддерживается равной значению  $T_e$  (например, с помощью нагревателя, помещенного в забой скважины). Данные параметры соответствуют условиям разложения гидрата ( $T_e > T_s(p_e)$ ) и поддерживаются постоянными в ходе всего процесса диссоциации гидрата.

Рассмотрим случай, когда фазовые переходы идут на фронтальной поверхности. В этом случае вглубь пласта начинает распространяться фронтальная поверхность диссоциации гидрата, разделяющая пласт на две области. В первой (ближней) области гидрат полностью разложился на исходные продукты, поэтому в порах присутствуют только газ и вода, вторая (дальняя) область насыщена газом и гидратом.

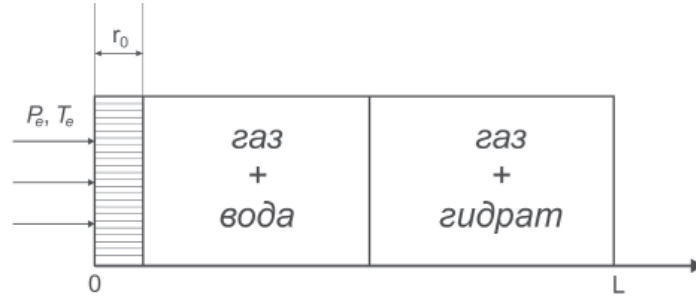


Рис. 1. Постановка задачи

Система уравнений тепло- и массопереноса в осесимметричном случае для ближней и дальней областей описывается следующим образом:

$$m_{(i)} \frac{\partial \rho_{g(i)}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_{g(i)} m_{(i)} v_{g(i)}) = 0; \quad (1)$$

$$m S_{g(i)} v_{g(i)} = - \frac{k_{g(i)}}{\mu_g} \frac{\partial p_{(i)}}{\partial r}, \quad (2)$$

$$\begin{cases} m \rho_l S_{l(n)}^- \dot{r}_{(n)} = m \rho_h (1-g) v \dot{r}_{(n)} \\ m \rho_g^- S_{g(n)}^- (v_g^- - \dot{r}_{(n)}) = m \rho_g^+ S_{g(n)}^+ (v_g^+ - \dot{r}_{(n)}) - m \rho_h v g \dot{r}_{(n)} \\ \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{(n)}^+ - \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{(n)}^- = m \rho_h v L_h \dot{r}_{(n)} \end{cases} \quad (4)$$

Из первого уравнения системы (4) для величины водонасыщенности на границе диссоциации гидрата (со стороны первой области) получим следующее выражение:

$$S_{l(n)}^- = \frac{\rho_h (1-g) v}{\rho_l}. \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{k_{g(n)}^+}{\mu_g} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{(n)}^+ - \frac{k_{g(n)}^-}{\mu_g} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{(n)}^- = m \dot{r}_{(n)} \left( S_{g(n)}^- - S_{g(n)}^+ - \frac{\rho_h g v}{\rho_{g(n)}} \right) \\ \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{(n)}^- - \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{(n)}^+ = m \rho_h v L_h \dot{r}_{(n)} \end{cases} \quad (6)$$

Здесь верхние индексы «плюс» и «минус» соответствуют параметрам перед и за фронтом. В частности, для величин газонасыщенности справа и слева от границы фазового перехода имеем следующие выражения:

$$S_{g(n)}^- = 1 - \frac{\rho_h (1-g) v}{\rho_l};$$

$$S_{g(n)}^+ = 1 - v.$$

где  $k_g$  – коэффициент абсолютной проницаемости;  $\mu_g$  – динамическая вязкость газа.

Газ считаем калорически совершенным:

$$p_{(i)} = \rho_{g(i)} R_g T_i. \quad (3)$$

Пусть существует граница  $r = r_{(n)}$ , разделяющая ближнюю и дальнюю области, тогда условия баланса масс (воды и газа) и энергии на ней примут вид:

Поскольку, согласно принятой модели, вода является неподвижной, последнее выражение также определяет величину водонасыщенности в первой области. Применив закон Дарси (2) к системе (4) получим следующие соотношения для определения основных параметров пористой среды на ней:

На правой границе пласта ( $r = L$ ) поставим условия, моделирующие отсутствие потоков массы газа и тепла через нее:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (t > 0, r = L). \quad (7)$$

Постановка осесимметричной задачи относится к классу нелинейных задач математической физики. Поскольку данные задачи определены в областях с неизвест-

ными подвижными границами фазовых переходов, то для их решения используется метод ловли фронтов в узлы пространственной сетки.

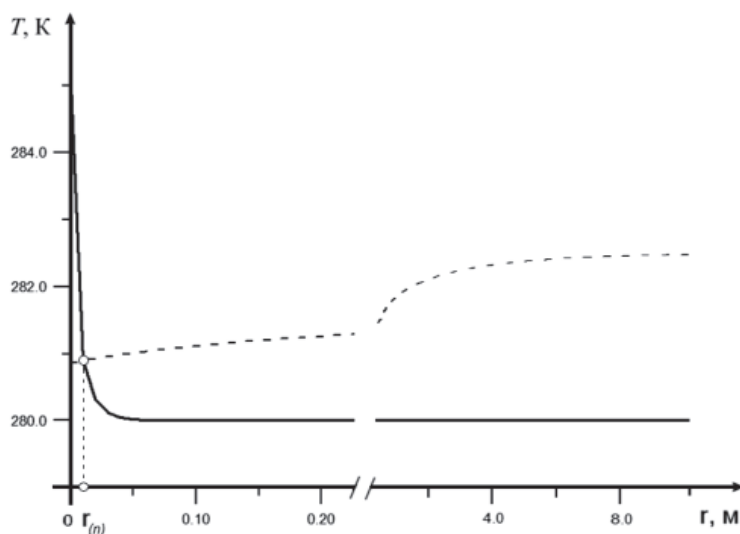


Рис. 2. Распределение температуры при отборе газа под давлением  $p_e = 5$  МПа. Сплошная и штриховая линия соответствуют температуре пласта и равновесной температуре

В работе получены решения, описывающие распределения основных параметров в каждой области пласта. В результате анализа полученных решений установлены основные закономерности разложения газогидратов в пористых пластах в зависимости от давления, температуры и гидратонасыщенности пласта, а также в зависимости от интенсивности отбора газа. Получены распределения температур при отборе газа под давлением  $p_e = 5$  МПа (рис. 2) и  $p_e = 6$  МПа (рис. 3). Как следует из рис. 2, температура пласта перед фронтом диссоциации гидрата выше, а за

фронтом — ниже равновесной температуры. Таким образом, решение с фронтальной границей разложения гидрата является термодинамически непротиворечивым. Из рис. 3 следует, что температура пласта за фронтом разложения гидрата поднимается выше равновесной температуры (пунктирная линия). Таким образом, при данных значениях невозможно построить физически непротиворечивую модель с фронтальной границей фазовых переходов вследствие того, что за фронтом происходит перегрев гидрата и его диссоциация на газ и воду.

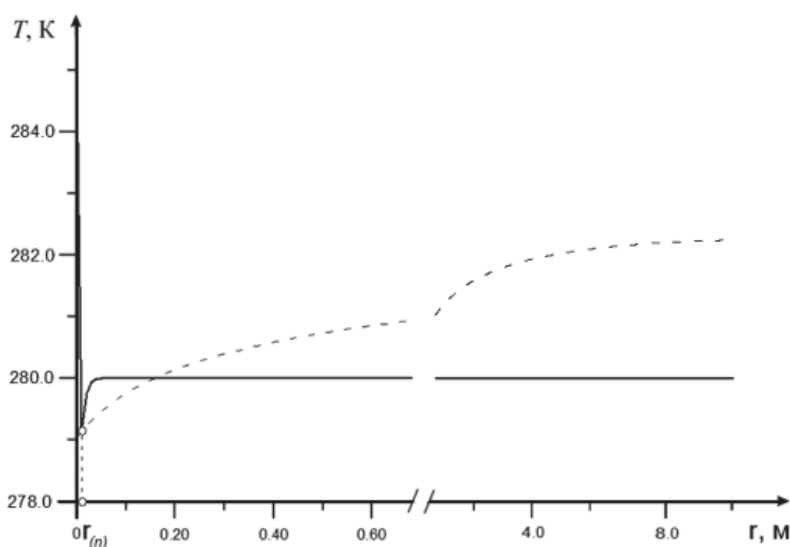


Рис. 3. Распределение температуры при отборе газа под давлением  $p_e = 6$  МПа. Сплошная и штриховая линия соответствуют температуре пласта и равновесной температуре

**Выводы**

В работе получены решения, описывающие распределения основных параметров в каждой области пласта. В результате анализа полученных решений установлены основные закономерности разложения газогидратов в пористых пластах в зависимости от давления и температуры. Получены распределения температур при отборе газа под давлением  $p_e = 5$  МПа и  $p_e = 6$  МПа.

**Список литературы**

1. Бык С.Ш., Макогон Ю.Ф., Фомина В.И. Газовые гидраты. – М.: Химия, 1980.
2. Истомин В.А., Якушев В.С. Газовые гидраты в природных условиях. – М.: Недра, 1992.
3. Макогон Ю.Ф. Газовые гидраты, предупреждение их образования и использование. – М.: Недра, 1985.
4. Хасанов М.К., Гималтдинов И.К., Столповский М.В. Особенности образования газогидратов при нагнетании холодного газа в пористую среду, насыщенную газом и водой // Теоретические основы химической технологии. – 2010. – Т. 44, № 4. – С. 442–449.
5. Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Мусакаев Н.Г. Образование газогидрата в пористом резервуаре, частично насыщенном водой, при инъекции холодного газа // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т. 49, № 3. – С. 137–150.
6. Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Гималтдинов И.К., Столповский М.В. Особенности разложения газовых гидратов в пористых средах при нагнетании теплого газа // Теплофизика и аэромеханика. – 2013. – Т. 20, № 3. – С. 347–354.
7. Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Гималтдинов И.К., Столповский М.В. Численное моделирование образования газогидрата в пористой среде конечной протяженности при продувке газом // Прикладная механика и техническая физика. – 2011. – Т. 52, № 4. – С. 116–126.

**References**

1. Byk S.SH., Makogon YU.F., Fomina V.I. Gazovyye gidraty. M.: Khimiya, 1980.
2. Istomin V.A., Yakushev V.S. Gazovyye gidraty v prirodnykh usloviyakh. M.: Nedra, 1992. Makogon YU.F. Gazovyye gidraty, preduprezhdeniye ikh obrazovaniya i ispol'zovaniye, M.: Nedra., 1985.
3. Makogon Ju.F. Gazovyye gidraty, preduprezhdeniye ikh obrazovaniya i ispol'zovanie. M.: Nedra., 1985..
4. Khasanov M.K., Gimaltdinov I.K., Stolpovskiy M.V. Osobennosti obrazovaniya gazogidratov pri nagnetanii kholodnogo gaza v poristuyu sredu, насыshchennuyu gazom i vodoy // Teoreticheskiye osnovy khimicheskoy tekhnologii. 2010. T. 44, no. 4. pp. 442–449.
5. Shagapov V.SH., Khasanov M.K., Musakayev N.G. Obrazovaniye gazogidrata v poristom rezervuare, chastichno насыshchennom vodoy, pri inzhektsii kholodnogo gaza // Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika. 2008. T. 49, no. 3. pp. 137–150.
6. Shagapov V.SH., Khasanov M.K., Gimaltdinov I.K., Stolpovskiy M.V. Osobennosti razlozheniya gazovykh gidratov v poristyykh sredakh pri nagnetanii teplogo gaza // Teplofizika i aeromekhanika. 2013. T. 20, no. 3. pp. 347–354.
7. Shagapov V.SH., Khasanov M.K., Gimaltdinov I.K., Stolpovskiy M.V. Chislennoye modelirovaniye obrazovaniya gazogidrata v poristoy srede konechnoy protyazhennosti pri produvke gazom // Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika. 2011. T. 52, no. 4. pp. 116–126.

**Рецензенты:**

Гималтдинов И.К., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика и механика» Стерлитамакского филиала, ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет», г. Стерлитамак;  
 Мустафина С.А., д.ф.-м.н., профессор, заведующая кафедрой «Математическое моделирование», декан физико-математического факультета Стерлитамакского филиала ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет», г. Стерлитамак.

Работа поступила в редакцию 25.12.2013.