УДК 624.131 + 539.215

ОБ ОДНОЙ МЕТОДИКЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАДАЧ КОНСОЛИДАЦИИ УПРУГОПОЛЗУЧИХ НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЙ

[1]Дасибеков А.А., [1]Юнусов А.А., [2]Юнусова А.А., [1]Мадияров Н.К.

[1]Южно-Казахстанский государственный университет имени М. Ауэзова, Шымкент, e-mail: Yunusov1951@mail.ru;

[2]Казахская академия транспорта и коммуникации имени М. Тынышпаева, Алматы

В данной работе исследован процесс уплотнения неоднородных упругоползучих многофазных грунтовых оснований. При этом неоднородность наследственно-стареющей земляной среды выделяется от общей части деформирования уплотняемого грунтового массива. Для этого установлена зависимость между суммой главных напряжений и коэффициентом пористости уплотняемого грунта. На основе этой зависимости выведено основное уравнение консолидации неоднородных упругоползучих многофазных грунтов. Упругоползучее свойство земляных масс подчиняется теории Г.Н. Маслова–Н.Х. Арутюняна. Для решения полученного уравнения применяется метод возмущений. Вследствие чего основное уравнение консолидации сводится к решению системы дифференциальных уравнений. Каждое уравнение этой системы решается при определенных краевых условиях. В качестве иллюстраций исследована одномерная задача уплотнения неоднородных упругоползучих многофазных грунтов. Полученные решения задачи отражают распределения давления в поровой жидкости и напряжений в скелете грунта. Они дают возможность определить вертикальные перемещения точек верхней поверхности уплотняемого массива.

Ключевые слов: процесс, уплотнения, грунт, деформация, давления, основания, фундамент, граничные условия, упругоползучих, функции, фильтрации, уравнения

ON ONE METHOD OF STUDY OF TENSILE-CREEPING HETEROGENEOUS EARTH FOUNDATIONS CONSOLIDATION PROBLEMS

[1]Dasibekov A.A., [1]Yunusov A.A., [2]Yunusova A.A., [1]Madiyarov N.K.

[1]M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, e-mail: Yunusov1951@mail.ru;

[2]M. Tynyshpayev Kazakh Academy of Transport and Communications, Almaty

Compaction process of heterogeneous tensile-creeping many-stage earth foundations is considered in the present work. At this heterogeneity of hereditarily-deteriorating land environment is allocated from general part of compactible soil body deformation. Dependence between sum of main stress and fractional porosity of compactible earth has been determined due to this fact. Fundamental equation for consolidation of heterogeneous tensile-creeping many-stage earth has been derived on the base of this dependence. Tensile-creeping property of earth bodies is followed to G.N. Maslov – N.K. Arutyunyan theory. Perturbation method is used for solution of the obtained equation. In consequence of which, fundamental consolidation equation is restricted to solution of differential equations system. Each equation of this system is solved at definite boundary conditions. One-dimensional problem of heterogeneous tensile-creeping many-stage foundations compaction has been investigated as illustrations. Obtained solutions of problems reflect distribution of pressure in porous liquid and strains in soil skeleton. They give opportunity to determine vertical displacement of points of compactible mass upper surface.

Keywords: compaction process, earth foundation, deformation, pressure, ground work, boundary conditions, tensile-creeping, functions, filtration, integral equations

Механика многокомпонентных сред, основываясь на экспериментальных исследованиях, развивалась в нескольких направлениях. В настоящее время основными из них являются составление уравнений состояния фаз грунта; установление характера взаимодействия твердых частиц вместе с жидкостью и газом, заполняющих их поры; решения краевых задач для оценки НДС уплотняемых массивов, находящихся под действием поверхностных и объемных сил.

Эти задачи механики многофазных сред взаимно связаны, и успешное решение их зависит от решения каждой из них в отдельности. Причем первые два направления имеют принципиальное значение при рассмотрении задач механики уплотняемых пористых грунтов, и в зависимости от принятой модели многофазного деформируемого тела приходим к различным вопросам ее краевых задач.

Следовательно, определение НДС грунтового массива зависит от удачного математического описания его в процессе деформирования.

Как известно, деформативные свойства грунтов, вообще говоря, меняются вместе с координатами точки, и допущение об их однородности представляет собой идеализацию реальных состояний. Конечно, при условии неоднородности математическая задача несравненно сложна, и поэтому в таких случаях нередко прибегают к различным родам упрощения модели, приемлемым с той или иной точки зрения. При этом в одной группе задач параметры, характеризующие свойства материала, кусочно постоянны. Это означает, что исследуемое тело состоит из нескольких однородных тел. В другой группе задач они представляют собой непрерывные функции координат точки. Причем грунт, модуль деформации которого непрерывно увеличивается с глубиной, называется непрерывно неоднородным. Такая модель грунта была представлена в работах Е.К. Клейна [3] и Попова [5] для решения некоторых контактных задач теории упругости. Г.К. Клейн при расчете сооружений, лежащих на сплошном основании, для модуля деформации грунта принимает выражение вида $E(z) = E_n z^n$ (где E_n является модулем деформации грунта на глубине $z = 1$; показатель n в большинстве случаев лежит в пределах $0 < n < 2$).

Эта модель использована Б.Н. Баршевским [2] для решения некоторых задач консолидации непрерывно-неоднородных грунтов по глубине и получила дальнейшее развитие в работах [8] при решении контактных задач механики деформируемого твердого тела.

В работах Попова при решении подобных задач модуль деформации грунта принят в виде $E = E_0 e^{\alpha z}$, (где E_0, α – экспериментальные данные).

Здесь в отличие от этих работ неоднородность наследственно – стареющей земляной среды выделяется от общей части деформирования уплотняемого грунтового массива.

Для решения задачи механики уплотняемых пористых сред, согласно основной модели В.А. Флорина [7], необходимо совместно рассматривать уравнения, отражающие неразрывность твердой и жидкой фаз грунта, состояние его скелета, а также условия равновесия нестабилизированного состояния уплотняемого грунтового массива, т.е.

$$\begin{gathered}\dot{\varepsilon}(M,t)+\beta'\left(1+\varepsilon_{\text{ср}}\right)\dot{p}(M,t)=\nabla^2 p(M,t)\cdot\gamma_b^{-1}\left(1+\varepsilon_{\text{ср}}\right);\\ \Delta\varepsilon(M,\,t)=\Phi\left[\sigma_{KK}(M,t),\alpha_0(M,t),\xi,K(M,t)\right];\\ \sigma_{KK}(M,t)=\sigma^*_{KK}(M)-n\left[P(M,t)-P^*(M)\right],\end{gathered}\tag{1}$$

где

$$\varepsilon_0-\varepsilon(M,t)=\Delta\varepsilon(M,t);\quad \dot{\varepsilon}(M,t)=\frac{\partial\varepsilon(M,t)}{\partial t};\quad \dot{P}(M,\,t)=\frac{\partial P(M,\,t)}{\partial t};$$

$$\Delta P(M,t)=\frac{1}{x^{\alpha_1}}\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left(x^{\alpha_1}\cdot\frac{\partial P}{\partial x}\right)+\alpha_2\frac{\partial^2 P}{\partial y^2}+\alpha_3\frac{\partial^2 P}{\partial z^2};$$

Φ – функция, отражающая напряженно-деформированное состояние скелета грунта; $\varepsilon(M,\ t)$ – коэффициент пористости уплотняемого грунта для исследуемой точки M в момент времени t; β^1 – коэффициент объемного сжатия; $\varepsilon_{\text{ср}}$ – средний коэффициент пористости; P – давление в поровой жидкости; γ_b^{-1} – объемный вес воды; ε_0 – начальный коэффициент пористости; $a_0(M,t)=\dfrac{1}{E(M,t)}$ – коэффициент сжимаемости грунта; $\sigma_{kk}(M,\ t)$ – сумма главных напряжений; n – размерность рассматриваемой задачи; ξ – коэффициент бокового давления уплотняемого грунтового массива; $K(M,\ t)$ – величина, которая учитывает вязкие свойства уплотняемого грунта, и она зависит от выбранной математической модели состояния грунта; σ^*_{kk}, P^* – сумма главных напряжений и давление в поровой жидкости для стабилизированного состояния уплотняемого грунтового массива; α_i ($i = 1$, 2, 3) – в зависимости от мерности задачи принимают значения 0 или 1, т.е. $0\vee 1$.

Об уравнениях состояния скелета грунта. Если к некоторому элементарному параллелепипеду упругоползучей уплотняемой неоднородной земляной среды, коэффициент Пуассона которой не изменяется во времени и пространственных координатах, в момент времени τ мгновенно приложена нарастающая нагрузка, то деформации, отвечающие к моменту времени t, в соответствии с [6] будут равны:

$$\varepsilon_{ij}(M,t)=\frac{1}{E(M,\,t)}\left\{\left(1-K^*_{ij}\right)\left[(1+\nu)\sigma_{ij}(M,t)-\nu\sigma_{kk}(M,t)\delta_{ij}\right]\right\}.\tag{2}$$

Решив равенство (2) относительно напряжения, находим

$$\sigma_{ij}(M,t)=\frac{E(M,\,t)}{1+\nu}\left(1+R^*_{ij}\right)\left[\varepsilon_{ij}(M,t)+\frac{\nu}{1-2\nu}\varepsilon_{kk}(M,t)\delta_{ij}\right].\tag{3}$$

Здесь M – произвольная точка деформируемой среды, координаты которой определяются тремя действительными числами x, y, z трехмерного эвклидова пространства; в (3) принято обычное условие суммирования по повторяющимся индексам; свободные индексы принимают независимо от значения 1,2,3; δ_{ij} – символ Кронекера;

$$K_{ij}^{*}\phi(t)=\int_{\tau}^{t}\phi(\tau)K_{ij}(M,t,\tau)d\tau;\quad R_{ij}^{*}\phi(t)=\int_{\tau}^{t}\phi(\tau)R_{ij}(M,t,\tau)d\tau;$$

$$K_{ij}(M,\tau,t)=E_{ij}(M,t)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{E_{ij}(M,\tau)}+c_{ij}(M,\tau,t)\right];$$

$$R_{ij}(M,\tau,t)=G_{ij}(M,t)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{G_{ij}(M,\tau)}+\omega(M,\tau,t)\right];$$

$$E_{11}(M,t)=E_{22}(M,t)=E_{33}(M,t)=E(M,t);$$

$$E_{12}(M,t)=E_{23}(M,t)=E_{31}(M,t)=G(M,t);\quad G(M,t)=E(M,t)/2(1+\nu);$$

$$C_{11}(M,\tau,t)=C_{22}(M,\tau,t)=C_{33}(M,\tau,t)=C(M,\tau,t);$$

$$C_{12}(M,\tau,t)=C_{23}(M,\tau,t)=C_{31}(M,\tau,t)=\omega(M,\tau,t);$$

$R_{ij}(M,\tau,t)$ – резольвента ядра ползучести $K_{ij}(M,\tau,t)$; $\sigma_{ij}(M,t)$ тензор напряжений; $\varepsilon_{ij}(M,t)$ – тензор деформаций; $E(M,t)$ – модуль деформации неоднородной деформируемой среды; ν – коэффициент Пуассона, значение которого принимается постоянной величиной, т.е. не зависящей от пространственных координат и времени; в выражениях $R_{ij}(M,\tau,t)$ и $K_{ij}(M,\tau,t)$ величина t определяет момент исследования процесса уплотнения грунтового массива, величина τ определяет момент приложения нагрузки.

Если использовать равенство (2), выражение для объемной деформации неоднородной ползучей среды можно представить следующим образом

$$\varepsilon_{kk}(M,t)=(1-2\nu)\left[\frac{1}{E(M,t)}-K^{*}\right]\sigma_{kk}(M,t), \tag{4}$$

где

$$K^{*}\sigma_{kk}(M,t)=\int_{\tau}^{t}\sigma_{kk}(M,\tau)K_{ij}(M,t,\tau)d\tau.$$

Имея в виду общеизвестные соотношения

$$\varepsilon_{kk}(M,t)=\frac{\varepsilon_0-\varepsilon(M,t)}{1+\varepsilon_0};$$

$$\nu=\frac{\xi}{1+\xi};\quad 1-2\nu=\frac{1-\xi}{1+\xi},$$

объемные деформации ползучей земляной неоднородной среды (4) через коэффициент пористости после некоторых математических выкладок можно выразить так:

$$\Delta\varepsilon(M,t)=\frac{a_0(M,t)-K^{*}}{1+(n-1)\xi}\sigma_{kk}, \tag{5}$$

Необходимо отметить, что подынтегральная функция $K(M,\tau,t)$, входящая в соотношения (4), (5), согласно Н.Х. Арутюняну [1], запишется в виде

$$K(M,\tau,t)=\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{E(M,\tau)}+C(M,\tau,t)\right];$$

$$C(M,\tau,t)=\phi(M,\tau)\sum_{i=1}^{\infty}a_i(M,\tau)\left[1-e^{-\gamma_i(t-\tau)}\right].$$

Здесь $a_i(M,\tau)$, $\gamma_i(M,\tau)$ – параметры ползучести, зависящие от неоднородности земляной среды; $\varphi(M,\tau)$ – функция старения, зависящая от физико-механических свойств уплотняемого массива грунта. Эта функция в существующих работах по уплотнению наследственно-стареюших грунтов принята в видах

$$\phi(\tau)=C_0+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{A_k}{\tau^k};\quad \phi(\tau)=C_0+Ae^{-\gamma\tau};$$

$$\phi(\tau)=\frac{C_0}{1-\beta e^{-\alpha\tau}},$$

где C_0, A_k, β, γ, α, – экспериментальные данные.

Заметим, что выражение (5) можно привести к другому виду, отделив однородную часть деформирования от неоднородной части. Для этого соотношение (5) приводим к виду

$$\Delta\varepsilon(M,t)=[1+(n-1)\xi]^{-1}\left\{\left[a_0(t)-K_0^*\right]\sigma_{kk}(M,t)+\left[a_0(M,t)-a_0(t)-K_1^*\right]\sigma_{kk}(M,\tau)\right\}. \quad (6)$$

Здесь

$$K_1(M,\tau,t)=K(M,\tau,t)-K_0(\tau,t);$$

$$K_1\sigma_{kk}^*=\int_\tau^t\sigma_{kk}(M,\tau)K_1(M,t,\tau)\,d\tau.$$

$K_0(\tau,t)=\frac{\partial}{\partial\tau}\left[a_0(\tau)+c_0(\tau,t)\right]$ – ядро ползучести, соответствующее однородной среде;

$$K_1(M,\tau,t)=\frac{\partial}{\partial\tau}\left[a_0(M,\tau)-a_0(\tau)+c(M,\tau,t)+c_0(\tau,t)\right]. \quad (7)$$

Пусть функции $a_0(M,\tau)$ и $c(M,\tau,t)$, характеризующие упругомгновенную деформацию и деформацию ползучести скелета неоднородного грунта, можно будет описать следующими математическими соотношениями:

$$\left.\begin{aligned}a_0(M,\tau)&=a_0(\tau)\cdot\left[1+\alpha_н\eta(M)\right]\\ c(t,\tau,M)&=c_0(t,\tau)\cdot\left[1+\beta_н\eta(M)\right]\end{aligned}\right\}, \quad (8)$$

где $\eta(M)$ – функция, зависящая от пространственных координат; $\alpha_н$ и $\beta_н$ – параметры неоднородности, характеризующие упругомгновенную и ползучую деформацию.

Тогда, учитывая выражения (6)–(8), вместо (5) имеем

$$\Delta\varepsilon(M,t)=[1+(n-1)\xi]^{-1}\left\{a_0(t)-K_0^*+\alpha_н\eta(M)\left[a_0(t)-\frac{1}{\gamma_н}\Gamma^*\right]\right\}\sigma_{kk}(M,t). \quad (9)$$

Здесь

$$\Gamma^*\sigma_{kk}(M,t)=\int_{\tau_1}^t\sigma_{kk}(M,t)\Gamma(t,\tau)d\tau;$$

$$\Gamma(t,\tau)=K_0(t,\tau)+(\gamma_н-1)\frac{\partial a_0(\tau)}{\partial\tau};$$

$$\gamma_н=\frac{\alpha_н}{\beta_н}.$$

Выражение (9) дает возможность оценить влияние неоднородности на общее состояние уплотнения упругоползучего грунта и является определяющей зависимостью между коэффициентом пористости и суммой главных напряжений, т.е. оно является основным уравнением, описывающим состояния непрерывно-неоднородных упругоползучих грунтов.

Вывод основного уравнения консолидации упругоползучих неоднородных грунтов. При выводе основных уравнений уплотнения неоднородного грунтового массива будем полагать следующее:

Для вывода уравнений, описывающих нестабилизированное НДС массива многофазного грунта сформулируем основные положения.

1. Деформируемость многокомпонентного грунта обусловлена деформируемостью скелетного каркаса и сжимаемостью жидкости.

2. Взаимодействие жидкой и твердой фаз грунта в процессе деформирования может быть учтено на основе принципа эффективных напряжений.

3. НДС скелета грунта описывается линейными интегральными соотношениями теории упругоползучего тела Маслова–Арутюняна.

4. Грунт представляет собой неоднородную трехфазную среду, состоящую из твердых частиц, воды и газа.

5. Движение воды, заполняющей поры грунта, подчинено обобщенному закону Дарси–Герсеванова.

6. Деформации в рассматриваемом элементарном объеме грунта настолько малы, что могут быть приняты условия геометрической линейности.

Методика решений задач консолидации неоднородных упругоползучих грунтов. Процесс уплотнения трехфазной земляной среды без учета вязких свойств скелета и переменности коэффициента фильтрации с учетом этих положений описывается первым уравнением (1). В это уравнение вместо $\varepsilon(t)$ подставим (9) и приводим его к следующему виду

$$a_0(t)\cdot\frac{\partial\sigma_{kk}}{\partial t}+a_1\gamma_1\phi_0\sigma_{kk}(t)-a_1\gamma_1^2\phi_0\int_{\tau_1}^{t}e^{-\gamma_1(t-\tau)}\sigma_{kk}(\tau)d\tau+\alpha_H\eta(M)\times$$
$$\times\left[a_0(t)\cdot\frac{\partial\sigma_{kk}}{\partial t}+\gamma_H^{-1}\gamma_1 a_1\phi_0\int_{\tau_1}^{t}\sigma_{kk}(\tau)e^{-\gamma_1(t-\tau)}d\tau\right]=\beta_{\text{ср}}(1+\varepsilon_{\text{ср}})\times \quad (10)$$
$$\times[1+(n-1)\xi]\frac{\partial p}{\partial t}-k\gamma_B^{-1}(1+\varepsilon_{\text{ср}})\cdot[1+(n-1)\xi]\nabla^2 p.$$

Результат дифференцирования (10) по t сложим с (10), предварительно умножив его на γ_1. При этом, учитывая зависимость между суммой главных напряжений и поровым давлением (условие равновесия) по В.А. Флорину [7]

$$\sigma_{kk}(t)=(\sigma_{kk}^{*}+p^{*}n)-np(t),$$

имеем

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}+L(t)\frac{\partial p}{\partial t}-\alpha_H\eta(M)\left[A(t)\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}+B(t)\frac{\partial p}{\partial t}\right]=N(t)\cdot\left(\gamma_1+\frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2 p, \quad (11)$$

где

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

$$\left.\begin{aligned}
&L(t)=na(t)\left[a_0'(t)+a_1\gamma_1\phi_0+\gamma_1 a_0(t)\right];\\
&N(t)=k\gamma_B^{-1}a(t)(1+\varepsilon_{\text{ср}})\left[1+(n-1)\xi\right];\\
&A(t)=na(t)\,a_0(t);\\
&B(t)=na(t)\left[a_0'(t)+\gamma_H^{-1}a_1\phi_0+\gamma_1 a_0(t)\right];\\
&a(t)=\left\{na_0(t)+\beta_{\text{ср}}(1+\varepsilon_{\text{ср}})\cdot\left[1+(n-1)\xi\right]\right\}^{-1}
\end{aligned}\right\}. \quad (12)$$

Для решения уравнения (11) помимо граничных условий необходимо иметь два начальных условия. Одно из них определяется из (10), в котором, предполагая, $t=\tau_1$, находим

$$\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_{t=\tau_1}+R(\tau_1)p(\tau_1)+\alpha\eta(M)\left[A(\tau_1)\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_{t=\tau_1}+R(\tau_1)\gamma^{-1}p(\tau_1)-R(\tau_1)\gamma^{-1}(\sigma_{kk}^{*}+np^{*})\right]= \quad (13)$$
$$=N(\tau_1)\nabla^2 p(\tau_1)+R(\tau)\cdot\left(\sigma_{kk}^{*}+np^{*}\right),$$

где $R(\tau_1)=na(\tau_1)\cdot a_1\gamma_1\varphi_0,$

$$p(\tau_1)=\frac{1}{\omega_{\text{ср}}}\left(\frac{\sigma_{kk}^{*}}{n}+p^{*}\right). \quad (14)$$

Здесь $\frac{\sigma_{kk}^{*}}{n}+p^{*}$ – начальное распределение порового давления для двухфазной среды исследуемой задачи.

Таким образом, процесс уплотнения упругоползучих неоднородных грунтов математически будет описан дифференциальным уравнением вида (11) при начальных условиях (13), (14) , т.е. вся задача сводится к определению решений уравнений (11) при соответствующих краевых условиях.

Для решения (11) при (13) и (14) предлагаем применять метод возмущений, успешно используемый в теории упругости неоднородных тел [4]. Согласно этому методу вводится некоторый малый параметр λ:

$$\eta(M)=\lambda\eta_0(M). \quad (15)$$

Здесь $\eta_0(M)$ – неоднородная функция, зависящая от координат.

Затем решение уравнения (11) ищется в виде:

$$p(M,t)=\sum_{m=0}^{\infty}p_m(M,t)\lambda^m. \quad (16)$$

Выражения (15) и (16) подставим в (11), затем приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях λ. При этом получим

$$\frac{\partial^2 p_0}{\partial t^2}+L(t)\frac{\partial p_0}{\partial t}=N(t)\left(\gamma_1+\frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2 p_0; \quad (17)$$

$$\frac{\partial^2 p_n}{\partial t^2}+L(t)\frac{\partial p_n}{\partial t}=N(t)\left(\gamma_1+\frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2 p_0-F_{n-1}(M,t), \quad (18)$$

где

$$F_{n-1}(M,t)=\alpha_H\eta_0(M)\left[A(t)\frac{\partial^2 p_{n-1}}{\partial t^2}+B(t)\frac{\partial p_{n-1}}{\partial t}\right]. \quad (19)$$

Начальными условиями для этих дифференциальных уравнений будут:

$$\left.\frac{\partial p_0}{\partial t}\right|_{t=\tau_1}+R(\tau_1)p_0(M,\tau_1)=N(\tau_1)\nabla^2 p_0(M,\tau_1)+R(\tau_1)\cdot\left(\sigma_{kk}^*+np^*\right); \quad (20)$$

$$p_0(M,\tau_1)=\frac{1}{\omega_{\text{ср}}}\left(\frac{\sigma_{kk}^*}{n}+p^*\right);$$

$$\left.\frac{\partial p_n}{\partial t}\right|_{t=\tau_1}+R(\tau_1)p_n(M,\tau_1)=N(\tau_1)\nabla^2 p_n(M,\tau_1)-\Phi_{n-1}(M,\tau_1);$$
$$p_n(\tau_1)=0. \quad (21)$$

Функция $\Phi_{n-1}(M, \tau_1)$, входящая в (21) имеет вид:

$$\Phi_{n-1}(M,\tau_1).=a\eta_0(M)\cdot\left[A(\tau_1)\left.\frac{\partial p_{n-1}}{\partial t}\right|_{t=\tau_1}+\gamma^{-1}R(\tau_1)p_{n-1}-R(\tau_1)\frac{\sigma_{kk}^*+np^*}{n}\right]. \quad (22)$$

Итак, для решения задач механики уплотнения упругоползучих неоднородных грунтов требуется найти непрерывные функции $p_i(M, t)$, удовлетворяющие в области $\bar\Omega=\left\{M\in\bar G;\ t\ge\tau_1\right\}$ системе линейных дифференциальных уравнений (17)–(19) с начальными (20)–(22) и граничными условиями общего вида

$$\left.\begin{aligned}&\left.\left[\alpha^0(M)\frac{\partial P_0(M,t)}{\partial s}+\beta^0(M)P_0(M,t)\right]\right|_{M\in\Gamma}=\phi^0(t),\\&\left.\left[\alpha^{(i)}(M)\frac{\partial P_1(M,t)}{\partial s}+\beta^{(i)}(M)P_0(M,t)\right]\right|_{M\in\Gamma}=0.\end{aligned}\right\} \quad (23)$$

Здесь $\bar G$ – конечная область. Её ограничивает кусочно-гладкая и замкнутая поверхность Г; s – внешняя нормаль к Г. $\alpha^{(0)}\ge 0$; $b^{(0)}\ge 0$; $\alpha^0+\beta^0>0$; $M\in\bar G,\ \ t\ge\tau_1$.

В целом исследуемая задача относится к неоднородным задачам теории консолидации упругоползучих грунтов. Решение этой задачи, безусловно, представляет большие трудности. Однако знание собственных функций соответствующей однородной задаче позволяет решать и неоднородные. Подобные задачи в другой постановке для случаев двумерного и трехмерного уплотнения упругоползучих грунтов при неоднородных их граничных условиях исследованы в работах [9, 10].

Рассмотрим одномерную задачу теории консолидации многофазных неоднородных грунтов, обладающих свойством ползучести, т.е. для случая $n = 1$.

Следовательно, решение системы уравнений (17)–(23) рассмотрим применительно к одномерной задаче теории консолидации многофазных неоднородных грунтов. Пусть слой грунта мощностью h, обладающего вязким и свойством неоднородности, уплотняется под действием распределенной нагрузки с интенсивностью q. Причем верхняя поверхность этого массива водопроницаема, а нижняя неводонепроницаема. Для этой задачи требуется определить давление в поровой жидкости $p(z, t)$, сумму главных напряжений в скелете грунта

$\sigma_{kk}(z, t)$ и осадок уплотняемого слоя конечной мощности h.

Для данного случая вместо функций $\alpha^{(0)}(M)$ и $\varphi^{(0)}(t)$, входящих в выражение при $z = h$, имеем $\alpha^{(0)}(M) = 0$, $\varphi^{(0)}(t) = 0$, а при $z = 0$ имеем $\beta^{(0)}(M) = 0$ и $\varphi^{(0)}(t) = 0$.

Тогда решение уравнения (17) запишется следующим образом:

$$p_0(z,t) = \sum_{j=0}^{\infty} p_j^{(0)}(t)\cos\frac{(2j+1)\pi}{2h}z, \quad (24)$$

где функция $p_j^{(0)}(t)$ для данного случая имеет вид:

$$p_j^{(0)}(t) = \frac{rA_{ij}}{\omega_0(r_{2j}-r_{1j})}\left[\left(r_{2j}-N(\tau_1)\nu_j^2\right)\cdot e^{-r_{1j}(t-\tau_1)} + \left(N(\tau_1)\nu_j^2 - r_{1j}\right)\cdot e^{-r_{2j}(t-\tau_1)}\right]. \quad (25)$$

Решение (18) при начальных (21), (22) и соответствующих граничных условиях имеет вид

$$p_n(z,t) = \sum_{j=1}^{\infty} p_0^{(n)}(t)\cos\frac{(2j+1)\pi}{2h}z, \quad (26)$$

где функция $p_j^{(n)}(t)$ находится из выражения

$$p_j^{(n)}(t) = \frac{1}{r_{2j}-r_{1j}}\left\{f_{j_0}^{(n)}(\tau_1)\sum_{i=1}^{2}(-1)^{3-k}e^{-r_{k,j}(t-\tau_1)} + \int_{\tau_1}^{t} f_j^{(n)}(\tau)\sum_{i=1}^{2}(-1)^{3-k}e^{-r_{k,j}(t-\tau_1)}d\tau\right\}. \quad (27)$$

Функции $f_{j_0}^{(n)}(\tau_1)$ и $f_j^{(n)}(\tau)$ в выражении (27) имеют вид:

$$f_{j_0}^{(n)}(\tau_1) = -\frac{2\alpha}{h}\int_0^h \eta_0(x_3)\left[A(\tau_1)\left.\frac{\partial p_{n-1}}{\partial t}\right|_{t=\tau_1} + \gamma^{-1}R(\tau_1)p_{n-1} - R(\tau_1)q\right]\times$$
$$\times\cos\frac{(2j+1)\pi}{2h}zdz; \quad (28)$$

$$f_j^{(n)}(\tau) = \frac{2\alpha}{h}\int_0^h \eta_0(z)\left[A(\tau)\frac{\partial^2 p_{n-1}}{\partial\tau^2} + B(\tau)\frac{\partial p_{n-1}}{\partial\tau}\right]\cos\frac{(2j+1)\pi}{2h}zdz, \quad (29)$$

r_{kj} – решение квадратного уравнения.

Тогда, имея в виду выражения (16), (24)–(29), закон распределения порового давления в неоднородном упругоползучем грунте можно представить в виде

$$p(z,t) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}\lambda^n p_j^{(n)}(t)\cos\frac{(2j+1)\pi}{2h}z. \quad (30)$$

При этом напряжение в скелете грунта вычисляется по формуле

$$\sigma(z,t) = q(z,t) - \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}\lambda^n p_j^{(n)}(t)\cos\frac{(2j+1)\pi}{2h}z. \quad (31)$$

Для определения перемещения границ уплотняемого слоя воспользуемся известной формулой определения осадка:

$$S(t) = \int_0^h \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon(z,t)}{1+\varepsilon_0}dz.$$

Таким образом, при прогнозировании осадок основания сооружений часто возникает необходимость одновременного учета свойства ползучести и неоднородности уплотняемого грунтового массива. Это приводит к новому качественному результату, который лучше описывает осадку слоя во времени. При этом метод возмущений является одним из эффективных методов для решения задач консолидации неоднородных упругоползучих грунтов.

Список литературы

1. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. – М.: Гостехтеориздат, 1952. – 323 с.

2. Баршевский Б.Н. Одномерная задача консолидации для грунтов с переменным по глубине модулем деформации // Некоторые вопросы машиностроения и строительной механики: сб. –Л., 1967. – Вып. 68. – Ч. 1. – С. 55–61.

3. Клейн Г.К. Расчет осадок сооружений по теории неоднородного линейно-деформируемого полупространства // Гидротехническое строительство. – 1948. – № 2.–С. 7–14.

4. Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. – М.: Изд МГУ, 1976. – С. 7–205.

5. Попов Г.Я. К теории изгиба плит на упругом неоднородном полупространстве // Строительство и архитектура. – 1959. – № 12. – С. 11–19.

6. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Изд. Наука. – 745 с.

7. Флорин В.А. Основы механики грунтов. – М.: Госстройиздат, 1959. – т.1,2. – 357 с.; 1961.–543 с.

8. Ширинкулов Т.Ш. Расчет инженерных конструкций на упругом неоднородном основании. – Ташкент: ФАН, 1972. – 244 с.

9. Ширинкулов Т.Ш., Дасибеков А.Д., Бердыбаева М.Ж. Двумерное уплотнение упругоползучих грунтов при неоднородных их граничных условиях // Механика и моделирование технологических процессов. – Тараз, 2006. – № 1. – С. 61–66.

10. Ширинкулов Т.Ш., Дасибеков А.Д., Бердыбаева М.Ж. О трехмерном уплотнении упругоползучих неоднородных грунтов с неоднородными их граничными условиями // Механика и моделирование технологических процессов. – Тараз, 2006. – № 1. – С. 30–35.

References

1. Arutyunyan N.X. Nekotorye voprosy teorii polzuchesti.-M:Gostexteorizdat, 1952, 323 p.

2. Barshevskij B.N. Odnomernaya zadacha konsolidacii dlya gruntov s peremennym po glubine modulem deformacii // Sb.: Nekotorye voprosy mashinostroeniya i stroitel'noj mexaniki.–L., 1967. Vyp.68. Ch.1. pp. 55–61.

3. Klejn G.K. Raschet osadok sooruzhenij po teorii neodnorodnogo linejno-deformiruemogo poluprostranstva //Gidrotexnicheskoe stroitel'-stvo. 1948, no. 2. pp. 7–14.

4. Lomakin V.A. Teoriya uprugosti neodnorodnyx tel. M.: Izd MGU, 1976, pp. 7–205.

5. Popov G.Ya. K teorii izgiba plit na uprugom neodnorodnom polupros-transtve //Stroitel'stvo i arxitektura. 1959, no. 12. pp. 11–19.

6. Rabotnov Yu.N. Polzuchest' e'lementov konstrukcij. M: Izd. Nauka, 745 p.

7. Florin V.A. Osnovy mexaniki gruntov.–M.: Gosstrojizdat, 1959. t.1,2.357 p.; 1961. 543 p.

8. Shirinkulov T.Sh. Raschet inzhenernyx konstrukcij na uprugom neodnorodnom osnovanii.–Tashkent: FAN, 1972. 244 p.

9. Shirinkulov T.Sh., Dasibekov A.D., Berdybaeva M.Zh. Dvumernoe uplotnenie uprugopolzuchix gruntov pri neodnorodnyx ix granichnyx usloviyax // Mexanika i modelirovanie texnologicheskix processov.–Taraz, 2006, no. 1. pp. 61–66.

10. Shirinkulov T.Sh., Dasibekov A.D., Berdybaeva M.Zh. O trexmernom uplotnenii uprugopolzuchix neodnorodnyx gruntov s neodnorodnymi ix granichnymi usloviyami // Mexanika i modelirovanie texnologicheskix processov. Taraz, 2006, no. 1. pp. 30–35.

Рецензенты:

Печорский В.Н., д.т.н., профессор, Южно-Казахстанский государственный университет имени М. Ауэзова, г. Шымкент;

Мишин В.М., д.т.н., к.ф.м.н., Северо-Кавказский государственный технический университет, филиал, г. Пятигорск.

Работа поступила в редакцию 26.07.2013.