

УДК 621.313.12

## РАСЧЕТ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ РЕЛЬСОТРОНОВ

Носов Г.В., Лусс А.А.

ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет»,  
Томск, e-mail: nosov@tpu.ru

Предложена методика расчета внешнего магнитного поля рельсотронов, позволяющая определять механическое давление и силу, действующие на шины, магнитный поток и индуктивность, а также ускоряющую электромагнитную силу и магнитные индукции на поверхности шин и вокруг их. Разработанная методика получена на основе уравнений магнитных цепей, которые могут программироваться в среде Mathcad для автоматизированного инженерного расчета внешнего магнитного поля рельсотронов. Для внешнего магнитного поля рельсотронов наибольшие значения индуктивности, механического давления и сил, а также магнитных индукций при одинаковом токе соответствуют наименьшим размерам шин по сравнению с расстоянием между ними. Достоверность методики подтверждается удовлетворительным совпадением результатов расчета индуктивности внешнего магнитного поля с индуктивностями, полученными при помощи программы компьютерного моделирования Elcut при существенном поверхностном эффекте в шинах.

**Ключевые слова:** рельсотрон, шина, импульсный ток, магнитный поток, индуктивность, механическое давление, сила

## CALCULATION OF EXTERNAL MAGNETIC FIELD OF RAILGUNS

Nosov G.V., Luss A.A.

Tomsk Polytechnic University, Tomsk, e-mail: nosov@tpu.ru

Method of calculation of the external magnetic field railguns proposed, allowing to determine the mechanical pressure and the force, acting on the tire, the magnetic flux and inductance, as well as accelerating electromagnetic force and magnetic inductions on the surface and around the tires. The developed method obtained on the basis the equations of magnetic circuits, which can be programmed in Mathcad for automated engineering calculation of external magnetic field railguns. For an external magnetic field the railguns highest values of inductance, mechanical pressure and forces, as well as the magnetic inductions at the same current correspond to the smallest sizes of tires compared to the distance between them. The accuracy of the method is confirmed by a satisfactory agreement between the calculations of inductance of the external magnetic field with the inductances, obtained by computer simulation program Elcut at essential surface effect in the tires.

**Keywords:** railgun, tire, pulse current, magnetic flux, inductance, mechanical pressure, force

Рельсотрон является электромеханической установкой, преобразующей электромагнитную энергию импульса тока  $i(t)$  в механическую энергию ускоряемого тела. В настоящее время в космической технике и научных исследованиях рельсотроны рассматриваются как перспективные электромагнитные ускорители тел массой  $m = 0,001..1$  кг до скоростей  $v(t)$ , достигающих 10 км/с [1, 2, 4, 7]. Рельсотрон состоит из двух параллельных металлических монолитных рельсов (шин), между которыми движется ускоряемое тело (рис. 1). При протекании тока по рельсам и телу за счет электромагнитной силы  $F$  тело ускоряется и может достичь скоростей, значительно превышающих скорость 1,8 км/с, которая является максимальной для ускорителей, использующих газодинамическое давление продуктов сгорания пороха. Внешнее относительно шин магнитное поле рельсотрона при импульсном токе в значительной степени определяет ускоряющую электромагнитную силу, механическое давление магнитного поля, действующее на шины, магнитный поток и индуктивность, а также магнитные индукции на поверхности шин

и вокруг их. Поэтому расчет внешнего магнитного поля рельсотрона представляется актуальной задачей.

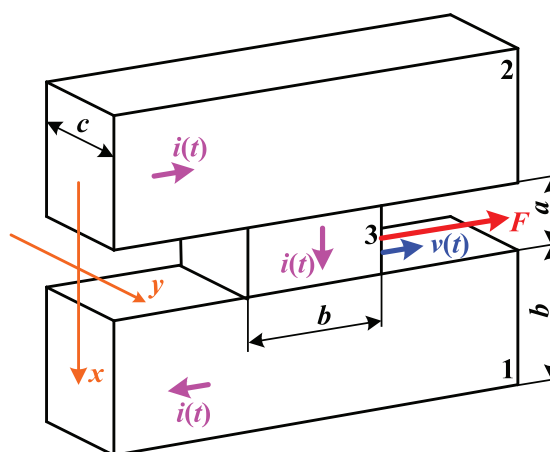


Рис. 1. Принципиальная схема рельсотрона: 1, 2 – одинаковые металлические монолитные шины; 3 – ускоряемое металлическое тело массой  $m$ ;  $v(t)$  – скорость тела;  $F$  – ускоряющая тело электромагнитная сила;  $i(t)$  – электрический ток;  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , – размеры ускоряемого тела и шин рельсотрона;  $x$ ,  $y$  – оси прямоугольной системы координат

### Методика расчета

Для исследования внешнего магнитного поля рельсотрона будем использовать уравнения магнитных цепей [6] и расчетную схему (рис. 2), представленную в силу симметрии для одной шины. При этом предположим, что длительность импульса тока  $i(t)$  достаточно мала и электромагнитное поле проникает в шины рельсотрона на незначительную глубину и этим полем в шинах можно пренебречь.

На 1 (м) длины рельсотрона для индукций  $B_1, B_2, B_3$  запишем длины участков  $\lambda_1, \lambda_2(\beta), \lambda_3(\beta)$  и площади их поперечных сечений  $S_1, S_2(\beta), S_3(\beta)$  соответственно (рис. 2):

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= c; \\ \lambda_2(\beta) &= \frac{\pi a}{4} + \sqrt{\frac{a^2(2-\beta)^2}{4\beta^2} + 4b^2} \quad (1) \\ \lambda_3(\beta) &= c + \frac{\pi a}{2\beta}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{a}{2}; \\ S_2(\beta) &\approx \frac{a(62-\beta)}{60\beta} + \frac{b(\beta-2)}{15\beta}; \quad (2) \\ S_3(\beta) &= \frac{a}{\beta}, \end{aligned}$$

тогда магнитные сопротивления этих участков будут равны [6]:

$$\begin{aligned} R_{M1} &= \frac{\lambda_1}{\mu_0 S}; \\ R_{M2}(\beta) &= \frac{\lambda_2(\beta)}{\mu_0 S(\beta)}; \quad (3) \\ R_{M3}(\beta) &= \frac{\lambda_3(\beta)}{\mu_0 S(\beta)}. \end{aligned}$$

В результате магнитный поток на 1 (м) длины рельсотрона, замыкающийся вокруг одной шины, составит [6]:

$$\Phi(\beta) = \frac{i(t)}{R_{M1} + R_{M2}(\beta) + R_{M3}(\beta)}, \quad (4)$$

причем в объемах пространства внешнего магнитного поля одной шины

$$\begin{aligned} V(\beta) &= \lambda_1 S_1 + \lambda_2(\beta) S_2(\beta) + \lambda_3(\beta) S_3(\beta); \\ V_{23}(\beta) &= \lambda_2(\beta) S_2(\beta) + \lambda_3(\beta) S_3(\beta) \end{aligned} \quad (5)$$

запасаются соответственно энергии (Дж/м):

$$\begin{aligned} W(\beta) &= 0,5 \Phi(\beta)^2 [R_{M1} + R_{M2}(\beta) + R_{M3}(\beta)]; \quad (6) \\ W_{23}(\beta) &= 0,5 \Phi(\beta)^2 [R_{M2}(\beta) + R_{M3}(\beta)]. \end{aligned}$$

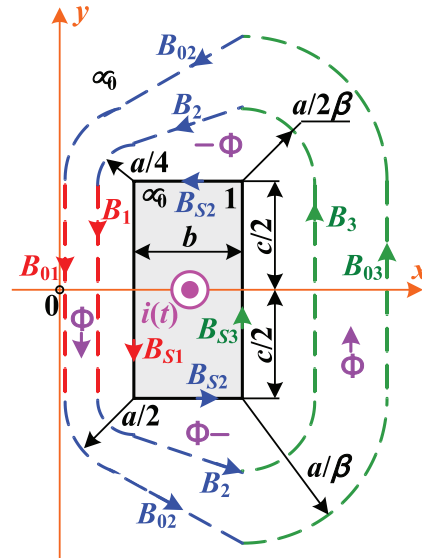


Рис. 2. Расчетная схема внешнего магнитного поля рельсотрона: 1 – шина с током  $i(t)$ , направленным «к нам»;  $B_1, B_2, B_3$  – средние магнитные индукции;  $B_{S1}, B_{S2}, B_{S3}$  – магнитные индукции на поверхности шины;  $B_{01}, B_{02}, B_{03}$  – магнитные индукции на границах внешнего магнитного поля;  $\Phi$  – магнитный поток;  $\beta$  – расчетный безразмерный геометрический параметр;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная проницаемость материала шин и пространства вокруг них

Введем безразмерную функцию, характеризующую удельную энергию магнитного поля в пространстве между шинами и зависящую от взаимного соотношения размеров  $a, b, c$  и параметра  $\beta$ :

$$w(\beta) = \frac{ac}{2\mu_0 i(t)} \left[ \frac{W(\beta)}{V(\beta)} - \frac{W_{23}(\beta)}{V_{23}(\beta)} \right]. \quad (7)$$

На рис. 3 приведен характерный график функции (7), имеющий максимальное значение  $w_m$  при параметре  $\beta = \beta_m$ .

Очевидно, что для внешнего магнитного поля параметр  $\beta$  может изменяться от  $0 \approx 0,001$  (бесконечно далекое расстояние до шин) до  $\beta_m$  (наиболее вероятная величина), тогда усредненные значения с учетом (1, 2, 4) составят:

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \frac{1}{\beta_m} \int_{0,001}^{\beta_m} \lambda_2(\beta) d\beta; \\ \lambda_3 &= \frac{1}{\beta_m} \int_{0,001}^{\beta_m} \lambda_3(\beta) d\beta; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 S_2 &= \frac{1}{\beta_m} \int_{0,001}^{\beta_m} S_2(\beta) d\beta; \\
 S_3 &= \frac{1}{\beta_m} \int_{0,001}^{\beta_m} S_3(\beta) d\beta; \\
 \Phi &= \frac{1}{\beta_m} \int_0^{\beta_m} \Phi(\beta) d\beta.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

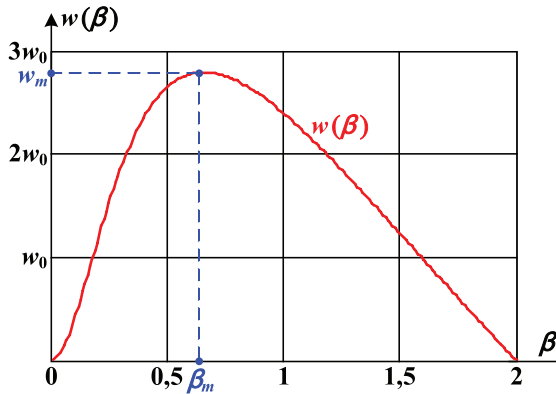


Рис. 3. Характерный график безразмерной функции  $w(\beta)$

В результате, согласно (2, 9), определяем индуктивность внешнего магнитного поля рельсотрона (Гн/м)

$$L_1 = \frac{2\Phi}{i(t)} \tag{10}$$

и средние магнитные индукции:

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1}; B_2 = \frac{\Phi}{S_2}; B_3 = \frac{\Phi}{S_3}. \tag{11}$$

Далее для индукций  $B_{01}, B_{02}, B_{03}$  (рис. 2) запишем соответствующие длины участков  $\lambda_{01}, \lambda_{02}(\beta), \lambda_{03}(\beta)$ :

$$\begin{aligned}
 \lambda_{01} &= c; \\
 \lambda_{02}(\beta) &= \frac{\pi a}{2} + \sqrt{\frac{a^2(2-\beta)^2}{\beta^2} + 4b^2}; \\
 \lambda_{03}(\beta) &= c + \frac{\pi a}{\beta},
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

тогда их усредненные значения будут такими:

$$\begin{aligned}
 \lambda_{02} &= \frac{1}{\beta_m} \int_{0,001}^{\beta_m} \lambda_{02}(\beta) d\beta; \\
 \lambda_{03} &= \frac{1}{\beta_m} \int_{0,001}^{\beta_m} \lambda_{03}(\beta) d\beta.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

По второму закону Кирхгофа для магнитной цепи [6] на основании рис. 2 с ис-

пользованием (13) составляем систему уравнений:

$$\mu_0 i(t) - B_{S1}c - 2B_{S2}b - B_{S3}c = 0; \tag{14}$$

$$\mu_0 i(t) - B_{01}\lambda_{01} - B_{02}\lambda_{02} - B_{03}\lambda_{03} = 0. \tag{15}$$

Затем с учетом (2, 9) запишем усредненное значение магнитного потока:

$$\begin{aligned}
 \Phi &\approx \frac{(B_{01} + B_1 + B_{S1})S_1}{3} \approx \frac{(B_{02} + B_2 + B_{S2})S_2}{3} \approx \\
 &\approx \frac{(B_{03} + B_3 + B_{S3})S_3}{3},
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

тогда на основании (11, 16) получаем уравнения:

$$\begin{aligned}
 B_{01}S_1 - B_{02}S_2 &\approx 0; \\
 B_{S1}S_1 - B_{S2}S_2 &\approx 0;
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
 B_{02}S_2 - B_{03}S_3 &\approx 0; \\
 B_{S2}S_2 - B_{S3}S_3 &\approx 0.
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Из решения уравнений (14), (15), (17), (18) определяем в функции времени магнитные индукции:

$$B_{01} \approx \frac{\mu_0 i(t)}{\lambda_{01} + \lambda_{02}S_1/S_2 + \lambda_{03}S_1/S_3}; \tag{19}$$

$$B_{02} \approx B_{01} \frac{S_1}{S_2}; \quad B_{03} \approx B_{01} \frac{S_1}{S_3};$$

$$B_{S1} \approx \frac{\mu_0 i(t)}{c + 2bS_1/S_2 + cS_1/S_3}; \tag{20}$$

$$B_{S2} \approx B_{S1} \frac{S_1}{S_2}; \quad B_{S3} \approx B_{S1} \frac{S_1}{S_3},$$

причем при  $S_3 \geq S_2 > S_1$  имеем  $B_1 > B_2 \geq B_3$ ;  $B_{01} > B_{02} \geq B_{03}$ ;  $B_{S1} > B_{S2} \geq B_{S3}$ .

С учетом (20) и [5, 6] находим действующие на шину вдоль оси  $x$  (рис. 2) наибольшее давление внешнего магнитного поля  $\sigma_x$  (Н/м<sup>2</sup>) и силу  $F_x$  (Н/м):

$$\sigma_x = \frac{B_{S1}^2}{2\mu_0}; \tag{21}$$

$$F_x = \frac{(B_{S1}^2 - B_{S3}^2)c}{2\mu_0},$$

которые можно использовать для расчета механической прочности шин рельсотрона, причем индуктивность (10) определит ускоряющую тело электромагнитную силу [4, 5]:

$$F \approx \frac{L_1 i(t)^2}{2} \tag{22}$$

### Результаты расчета

По формулам (1)– (20) проведены расчеты внешнего магнитного поля рельсотронов с различным соотношением размеров  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . В таблице приведены результаты этих расчетов и указаны индуктивности  $L_1$  рельсотронов, полученные по программе

компьютерного моделирования Elcut [3] для медных шин при синусоидальном токе и частоте  $f = 50$  кГц, когда имеет место существенный поверхностный эффект и влиянием внутреннего магнитного поля в шинах на величину этой индуктивности можно пренебречь.

Параметры внешнего магнитного поля рельсотронов с магнитным потоком  $\Phi = 0,5aB_1$

Расчет										Elcut
$\frac{c}{a}$	$\frac{b}{a}$	$\beta_m$	$\frac{B_1 c}{\mu_0 i(t)}$	$\frac{B_2}{B_1}$	$\frac{B_3}{B_1}$	$\frac{B_{S1}}{B_1}$	$\frac{B_{S2}}{B_1}$	$\frac{B_{S3}}{B_1}$	$L_1$	$L_1$
–	–	–	–	–	–	–	–	–	мкГн/м	мкГн/м
0,25	0,25	1,12	0,146	0,080	0,080	5,540	0,443	0,443	0,732	0,832
	0,5	1,00	0,141	0,075	0,073	5,172	0,387	0,375	0,708	0,740
	1	0,84	0,132	0,068	0,062	4,714	0,323	0,293	0,662	0,646
	2	0,62	0,117	0,062	0,048	4,194	0,261	0,203	0,587	0,557
	4	0,41	0,089	0,066	0,034	3,567	0,235	0,121	0,449	0,479
0,5	0,25	1,09	0,247	0,078	0,078	3,504	0,274	0,274	0,620	0,674
	0,5	0,99	0,241	0,074	0,072	3,407	0,251	0,244	0,605	0,619
	1	0,84	0,228	0,069	0,062	3,289	0,225	0,204	0,572	0,555
	2	0,64	0,204	0,063	0,049	3,143	0,199	0,155	0,513	0,491
	4	0,43	0,160	0,068	0,035	2,940	0,200	0,104	0,402	0,431
1	0,25	1,04	0,379	0,075	0,075	2,369	0,178	0,178	0,477	0,509
	0,5	0,96	0,373	0,072	0,070	2,346	0,169	0,164	0,469	0,467
	1	0,83	0,358	0,068	0,062	2,331	0,159	0,144	0,450	0,433
	2	0,66	0,328	0,065	0,051	2,326	0,152	0,118	0,412	0,398
	4	0,45	0,266	0,072	0,037	2,332	0,167	0,087	0,335	0,359
2	0,25	0,98	0,521	0,071	0,071	1,764	0,125	0,125	0,327	0,349
	0,5	0,91	0,516	0,069	0,067	1,758	0,121	0,118	0,324	0,332
	1	0,82	0,503	0,067	0,061	1,763	0,119	0,108	0,316	0,315
	2	0,68	0,471	0,067	0,052	1,788	0,120	0,093	0,296	0,294
	4	0,49	0,401	0,076	0,040	1,853	0,141	0,074	0,252	0,276
4	0,25	0,90	0,643	0,066	0,066	1,447	0,096	0,096	0,202	0,218
	0,5	0,86	0,641	0,066	0,064	1,445	0,095	0,092	0,201	0,211
	1	0,79	0,632	0,066	0,059	1,449	0,095	0,086	0,198	0,203
	2	0,69	0,606	0,068	0,053	1,471	0,100	0,078	0,191	0,197
	4	0,54	0,542	0,082	0,043	1,531	0,125	0,065	0,170	0,188

Согласно результатам, приведенным в таблице, рассчитанные индуктивности  $L_1$  удовлетворительно совпадают с индуктивностями, которые получены программой Elcut при соотношениях размеров рельсотронов  $0,25 < c/a < 4$  и  $0,25 < b/a < 4$ . При этом наибольшие значения геометрического параметра  $\beta_m$ , индуктивности (10), механического давления и сил (21), (22), а также наибольшие величины магнитных индукций (11), (19), (20) при одинаковом токе  $i(t)$  соответствуют наименьшим соотношениям размеров рельсотронов  $c/a$  и  $b/a$ .

### Заключение

1. Предложена методика расчета внешнего магнитного поля рельсотронов при достаточно малой длительности импульса тока, когда электромагнитное поле проникает в шины рельсотрона на незначительную глубину. Эта методика позволяет определять механическое давление и силу, действующие на шины, магнитный поток и индуктивность, а также ускоряющую электромагнитную силу и магнитные индукции.

2. Разработанная методика получена на основе уравнений магнитных цепей, которые могут программироваться в среде Mathcad для автоматизированного инженерного расчета внешнего магнитного поля рельсотронов.

3. Для внешнего магнитного поля рельсотрона наибольшие значения индуктивности, механического давления и сил, а также наибольшие величины магнитных индукций при одинаковом токе соответствуют наименьшим размерам шин по сравнению с расстоянием между ними.

4. Достоверность методики подтверждается удовлетворительным совпадением результатов расчета индуктивности внешнего магнитного поля с индуктивностями, которые получены при помощи программы компьютерного моделирования Elcut при существенном поверхностном эффекте в шинах.

#### Список литературы

1. Галанин М.П., Лебедев А.Д., Лотоцкий А.П., Милев К.К. Тепловые и электромагнитные процессы на контактах электродинамического ускорителя // Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. – 2000. – № 42. – 32 с.
2. Железный В.Б., Лебедев А.Д., Плеханов А.В. Воздействие на динамику ускорения якоря в РЭУ // II Всесоюзный семинар по динамике сильноточного дугового разряда в магнитном поле: материалы (Новосибирск, 4–6 декабря 1991 г.). – Новосибирск: Изд-во Института теплофизики СО РАН, 1992. – С. 16–32.
3. Методы и средства автоматизации профессиональной деятельности: учебн. пособие / А.С. Глазырин, Д.Ю. Ляпунов, И.В. Слащев, С.В. Ляпушкин. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007. – Ч. 1. – 199 с.
4. Носов Г.В., Лусс А.А. Определение параметров рельсотронов при импульсных токах // Фундаментальные исследования. – 2013. – № 10 (часть 9). – стр. 1933–1937; URL: [http://www.rae.ru/fs/?section=content&op=show\\_article&article\\_id=10001783](http://www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10001783) (дата обращения: 21.11.2013).
5. Татур Т.А. Основы теории электромагнитного поля. – М.: Высшая школа, 1989. – 271 с.

6. Электротехнический справочник / под общ. ред. проф. МЭИ В.Г. Герасимова и др. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – Т. 1. – 488 с.

7. Witt W., Loffler M. The electromagnetic Gun-Closer to Weapon System Status // Military Technology. – 1998. – № 5. – P. 80–86.

#### References

1. Galanin M.P., Lebedev A.D., Lotockij A.P., Miljaev K.K. Teplovye i jelektromagnitnye processy na kontaktah jelektrodinamicheskogo uskoritelja / Preprint Instituta prikladnoj matematiki im. M.V. Keldysha RAN, 2000, no. 42, 32 p.
2. Zheleznyj V.B., Lebedev A.D., Plehanov A.V. Vozdejstvie na dinamiku uskorenija jakorja v RJeU / II Vsesojuznyj seminar po dinamike sil'notochnogo dugovogo razrjada v magnitnom pole: materialy (Novosibirsk, 4-6 dekabrya 1991 g.) [II All-Union Seminar on the dynamics of the high-current arc discharge in a magnetic field: Materials (Novosibirsk, 4–6 December 1991)]. Novosibirsk: Institute of Thermal Physics, Russian Academy of Sciences, 1992, pp. 16–32.
3. Metody i sredstva avtomatizacii professional'noj dejatel'nosti: uchebn. posobie / A.S. Glazyrin, D.Ju. Ljapunov, I.V. Slashhev, S.V. Ljapushkin. Tomsk: Izd-vo Tomskogo politehnicheskogo universiteta, 2007, Ch. 1, 199 p.
4. Nosov G.V., Luss A.A. Opredelenie parametrov rel'sotronov pri impul'snyh tokah / Fundamental'nye issledovanija, 2013, no. 10 (part 9), pp. 1933–1937, available at: [www.rae.ru/fs/?section=content&op=show\\_article&article\\_id=10001783](http://www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10001783) (data obrashhenija: 21.11.2013).
5. Tatur T.A. Osnovy teorii jelektromagnitnogo polja. M.: Vysshaja shkola, 1989. 271 p.
6. Jelektrotehnicheskij spravochnik / pod obshh. red. prof. MJeI V.G. Gerasimova i dr. M.: Jenergoatomizdat, 1985, T. 1. 488 p.
7. Witt W., Loffler M. The electromagnetic Gun-Closer to Weapon System Status / Military Technology, 1998, no. 5, pp. 80–86.

#### Рецензенты:

Усов Ю.П., д.т.н., профессор кафедры ЭСиЭ ЭНИН, ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», г. Томск;  
 Канев Ф.Ю., д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник института оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, г. Томск.  
 Работа поступила в редакцию 05.12.2013.