УДК 519.873

МЕТОД ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ ДЛЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ

[1]Львович Я.Е., [2]Каширина И.Л.

[1]АНОО ВПО «Воронежский институт высоких технологий», Воронеж, e-mail: office@vivt.ru;
[2]ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет», Воронеж, e-mail: kash.irina@mail.ru

В статье рассматривается проблема оптимального резервирования элементов сложной технической системы. Каждый элемент, а значит и рассматриваемая система в целом характеризуется тремя основными параметрами: вероятностью безотказной работы, стоимостью и средним временем безотказной работы. При этом для каждого элемента системы возможен один из трех описанных в статье способов резервирования. Построена математическая оптимизационная модель этой задачи. Обоснована необходимость введения двух целевых критериев: максимизации вероятности безотказной работы и минимизации стоимости системы. Для отыскания множества оптимальных по Парето решений в статье предлагается алгоритм метода ветвей и границ, модифицированный для использования в многокритериальной задаче. Результаты численных экспериментов, приведенные в статье, подтверждают работоспособность предлагаемого алгоритма.

Ключевые слова: надежность, резервирование, многокритериальная модель, оптимальность по Парето

METHOD OF BRANCH AND BOUND FOR MULTI-CRITERIA PROBLEM OF INCREASING THE RELIABILITY RESERVATION

[1]Lvovich Y.E., [2]Kashirina I.L.

[1]Voronezh Institute of High Technologies, Voronezh, e-mail: office@vivt.ru;
[2]Voronezh State University, Voronezh, e-mail: kash.irina@mail.ru

The article considers the problem of increase of reliability of reservation elements of complex technical systems. Each element, and therefore the considered system is generally characterized by three key parameters: the probability of non-failure operation, costs and the average uptime. Each element of system can reserve one of three methods, described in article. The mathematical optimization model of this task is received. Need of introduction of two target criteria is justified: maximize the probability of faultless work and minimizing the cost of the system. To find multiple Pareto optimal solutions in article the algorithm is developed of the method of branches and borders, modified to use the multicriteria problem. Results of numerical experiments are listed in the article, confirm the efficiency of the proposed algorithm.

Keywords: reliability, redundancy, multicriteria model, Pareto optimality

В работе рассматривается сложная техническая система, состоящая из n элементов. Каждый элемент, а значит, и система в целом характеризуется тремя основными параметрами: вероятностью безотказной работы, стоимостью и средним временем безотказной работы. Пусть p_j – вероятность безотказной работы j-го элемента, s_j – стоимость j-го элемента, t_j – среднее время безотказной работы j-го элемента, $j \in \{1, 2, ..., n\}$. В целях улучшения характеристик всей системы используют резервирование элементов. В промышленной автоматизации наибольшее распространение получили следующие методы резервирования: резервирование замещением «один из двух» (1oo2 – 1 out of 2) и метод мажоритарного голосования «два из трех» (2oo3) [1]. Системы без резервирования классифицируются как 1oo1.

Таблица 1

Зависимость параметров j-го элемента системы от способа резервирования

Критерий	1oo1	1oo2	2oo3
Вероятность безотказной работы	p_j	$2p_j - p_j^2$	$3p_j^2 - 2p_j^3$
Стоимость	s_j	$2G_j s_j \ (G_j \geq 1)$	$4s_j$
Среднее время работы до отказа	t_j	$\frac{3}{2}t_j$	$\frac{5}{6}t_j$

Через G_j обозначен коэффициент, увеличивающий стоимость схемы 1oo2, если для данного резервируемого элемента существует надежный блок переключения на резерв. В случае, если для каких-либо элементов такой блок отсутствует, для них вводится запрет на возможность быть зарезервированными методом 1oo2. Обозначим множество номеров таких элементов через I. Имеется ограничение на среднее время безотказной работы резервируемой системы: оно должно быть не меньше заданного значения.

Задача состоит в выборе способа резервирования для каждого элемента системы, который позволил бы получать наибольшую возможную вероятность безотказной работы при наименьшей стоимости с учетом выполнения ограничения на среднее время безотказной работы системы. Математическая модель бикритериальной задачи оптимального резервирования имеет вид:

$$P_{total}(x) = \prod_{j=1}^{n} (p_j x_{1j} + (2p_j - p_j^{\,2}) x_{2j} + (3p_j^{\,2} - 2p_j^{\,3}) x_{3j}) \to \max; \quad (1)$$

$$S_{total}(x) = \sum_{j=1}^{n} (s_j x_{1j} + 2Gs_j x_{2j} + 4s_j x_{3j}) \to \min; \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \left(\frac{1}{t_j} x_{1j} + \frac{2}{3t_j} x_{2j} + \frac{6}{5t_j} x_{3j} \right) \le \frac{1}{T_{\min}}; \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{3} x_{ij} = 1 \ \forall j \in \{1, 2, ..., n\}; \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,\ 1\} \ \forall i \in \{1,2,3\} \quad \forall j \in \{1,2,...,n\}; \quad (5)$$

$$x_{2j} = 0 \ \forall j \in I. \quad (6)$$

Обозначения:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если элементу } j \text{ назначается способ резервирования } i; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Здесь $i \in \{1, 2, 3\}$ – номер способа резервирования (соответственно *1oo1, 1oo2, 2oo3*). P_{total} – вероятность работы без отказа всей системы, S_{total} – общая стоимость системы. T_{min} – минимальное среднее время работы до отказа всей системы. Ограничение (3) имеет соответствующий вид потому, что среднее время работы до отказа всей системы связано со средним временем наработки до отказа ее элементов следующим соотношением:

$$T_{\text{ср}} = \left(\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{T_j} \right)^{-1}.$$

Отметим, что с целью получения более простой однокритериальной модели задачи можно было бы отказаться от целевой функции (2), добавив соответствующее ограничение на итоговую стоимость системы. Однако в данном случае существует несколько практических доводов в пользу рассмотрения именно бикритериальной модели. Во-первых, стоимость сложной технической системы является довольно высокой и может варьироваться в достаточно широких пределах. В связи с этим имеет смысл отыскания всего множества парето-оптимальных решений бикритериальной задачи (или хотя бы его представительной аппроксимации), чтобы получить представление о возможных диапазонах изменения стоимости и надежности и иметь возможность выбрать в итоге компромиссный вариант. Во-вторых, задача конструирования такого рода системы является технически сложной и содержит ряд трудноформализуемых требований (в частности, ограничение на габариты). Поэтому получение не одного, а сразу множества решений позволит выбрать из них наиболее приемлемое с конструкторской точки зрения.

Анализ задачи

Изучим более подробно, как влияет способ резервирования элементов на их характеристики. Рассмотрим, как влияет вариант резервирования j-й детали на вероятность ее безотказной работы (здесь и далее $j \in \{1, 2, ..., n\}$, если не оговорено другое). Пусть исходное значение этого параметра – p_j. Введем обозначения: $P_1(p_j) = p_j$, $P_2(p_j) = 2p_j - p_j^2$, $P_3(p_j) = 3p_j^2 - 2p_j^3$ – вероятность безотказной работы j-го элемента при способе резервирования 1oo1, 1oo2 и 2oo3 соответственно. Построим график зависимости получаемого значения вероятности безотказной работы при определенном виде резервирования от исходного значения этого показателя (рисунок). Вообще говоря, по свойству вероятности, $p_j \in [0, 1]$.

Однако, исходя из прикладного смысла задачи, можно полагать, что p_j достаточно близко к 1. Поэтому достаточно рассматривать случаи $p_j \in \left[\frac{1}{2};1\right]$ (точка $p_j = \frac{1}{2}$ является точкой пересечения графиков $P_1(p_j)$ и $P_3(p_j)$). Из графика видно, что в таком случае $P_2(p_j) \geq P_3(p_j) \geq P_1(p_j)$. Таким образом, наибольшую вероятность безотказной работы дает способ резервирования 1oo2. Однако следует помнить, что этот способ резервирования не всегда возможен, и тогда лучший показатель дает способ резервирования 2oo3.

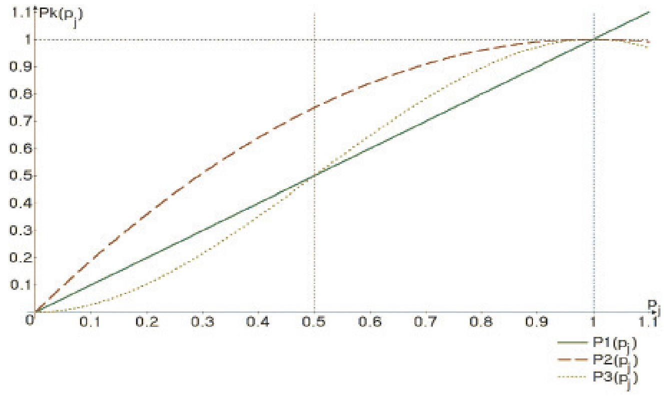

График зависимости получаемой в результате резервирования вероятности безотказной работы элемента от исходного значения данного параметра

По аналогии рассмотрим, как влияет способ резервирования на стоимость элемента. Пусть исходная цена j-го элемента – s_j. Обозначим $S_1(s_j) = s_j$, $S_2(s_j) = 2G_j s_j$, $S_3(s_j) = 4s_j$ – стоимость j-го элемента при применении к ним способа резервирования 1oo1, 1oo2 и 2oo3 соответственно. Так как $G_j \geq 1$, то самый лучший показатель в плане цены обеспечивается при способе резервирования 1oo1. Рассмотрим ограничение на среднее время работы системы до отказа. Пусть среднее время работы элемента до отказа равно t_j. Введем обозначения:

$$\tau_1(t_j) = \frac{1}{t_j};\ \ \tau_2(t_j) = \frac{2}{3t_j};$$

$$\tau_3(t_j) = \frac{6}{5t_j}.$$

Очевидно, что $\tau_3(t_j) > \tau_1(t_j) > \tau_2(t_j)$. Таким образом, значение $\tau_2(t_j)$ является самым малым, однако способ резервирования 1oo2 не всегда возможен. В этом случае самым малым будет значение $\tau_1(t_j)$. С учетом приведенных выше заключений будет строиться алгоритм метода ветвей и границ для решения данной задачи.

Метод ветвей и границ для решения задачи повышения надежности резервирования

Метод ветвей и границ основан на ветвлении, т.е. разбиении множества допустимых решений на подмножества и нахождении оценок, с помощью которых дерево поиска может усекаться, сокращая область поиска решений.

Ветвление. Пусть множество всех возможных решений (без учета ограничения на среднее время работы до отказа) – Ω. В данной задаче можно воспользоваться следующим правилом ветвления:

$$\Omega = \Omega_1 \bigcup \Omega_2 \bigcup \Omega_3,$$

где $\Omega_i = \{x \in \Omega\text{: } x_{ik} = 1,\ x_{jk} = 0 \text{ для } j \neq i\}$, где $j,\ i \in \{1,\ 2,\ 3\}$, k – некоторый фиксированный номер координаты, $k \in \{1,\ 2,\ ...,\ n\}$. (Иначе говоря, Ω_i – это подмножество множества допустимых решений, в котором для резервирования элемента k выбран способ i). Затем рассматриваются полученные подмножества Ω_i и также разбиваются на основе значений очередной координаты вектора решения x. Если способ резервирования 1oo2 для соответствующего элемента невозможен, то полагается $\Omega_2 = \varnothing$, т.е. дальнейшее рассмотрение этого множества не требуется. Разбиение множества решений продолжается до тех пор, пока получившиеся подмножества содержат больше одного возможного решения. Если подмножество содержит одно возможное решение, то это решение подлежит проверке на включение в рекордное множество.

Построение множества рекордных решений. Пусть вектор $x_j = \begin{pmatrix} x_{1j} \\ x_{2j} \\ x_{3j} \end{pmatrix}$ – способ резервирования, назначенный для j-го элемента. Тогда возможное решение представимо в виде

$$x=(x_1,x_2,...,x_n)=\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & ... & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & ... & x_{2n} \\ x_{31} & x_{32} & ... & x_{3n} \end{pmatrix};$$

$$x_j=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},$$

если j-му элементу назначается способ резервирования 1oo1; $x_j=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$, если – 1oo2, $x_j=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$, если – 2oo3. Т.е. $\sum_{i=1}^{3} x_{ij}=1\ \forall j\in\{1,2,...,n\}$, причем при $j\in\{1, 2, ..., n\}/I\ \forall i\in\{1,2,3\}\ x_{ij}\in\{0, 1\}$; при $j\in I$ только для $i\in\{1, 3\}\ x_{ij}\in\{0, 1\}$, а $x_{2j}=0$. Будем говорить, что решение $\tilde{x}=(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2,...,\tilde{x}_n)$ доминирует решение $\hat{x}=(\hat{x}_1, \hat{x}_2,...,\hat{x}_n)$, и писать $\tilde{x}\succ\hat{x}$, если $\begin{cases}P_{total}(\tilde{x})>P_{total}(\hat{x})\\ S_{total}(\tilde{x})\le S_{total}(\hat{x})\end{cases}$ или $\begin{cases}P_{total}(\tilde{x})\ge P_{total}(\hat{x})\\ S_{total}(\tilde{x})<S_{total}(\hat{x})\end{cases}$.

Если $\begin{cases}P_{total}(\tilde{x})=P_{total}(\hat{x})\\ S_{total}(\tilde{x})=S_{total}(\hat{x})\end{cases}$, то будем говорить, что решения $\tilde{x}$ и $\hat{x}$ равносильны, и писать $\tilde{x}\sim\hat{x}$. Если для решения $\tilde{x}$ из некоторого множества возможных решений $\tilde{\Omega}$ не существует возможных решений $\hat{x}\in\tilde{\Omega}$, таких что $\hat{x}\succ\tilde{x}$, то решение $\tilde{x}$ будем называть недоминируемым в множестве $\tilde{\Omega}$. Множество рекордных решений для данной задачи представляет собой совокупность таких решений, которые являются недоминируемыми в множестве всех рассмотренных на данный момент возможных решений. Рассмотрим подробно процесс формирования такого множества. Пусть на какой-то момент работы алгоритма имеется некоторое множество рекордных решений R и получено новое допустимое решение x^{new}, т.е. оно удовлетворяет ограничению на среднее время работы до отказа всей системы (в противном случае это решение не рассматривается). Если $\exists x\in R$: $x\succ x^{new}$, то решение x^{new} в рекордное множество не добавляется. Если же в R нет решений, доминирующих x^{new}, то x^{new} включается в множество R, причем из R убираются все решения, которые являются доминируемыми решением x^{new}. Следует отметить, что если $\exists x\in R$: $x\sim x^{new}$ и $x\ne x^{new}$ (т.е. $\exists k\in\{1,2,...,n\}\ \exists l\in\{1,2,3\}$: $x_{lk}\ne x_{lk}^{new}$), то x^{new} также включается в множество R.

Оценка подмножеств допустимых решений и сокращение дерева поиска. Пусть рассматривается узел дерева, соответствующий подмножеству решений, для которых первые k координат определены, т.е. подмножеству $\Omega_{curr}=\{x=(x_1,x_2,...,x_n):\in\Omega\quad x_1,x_2,...,x_k$ – фиксированные векторы, $k\in\{1, 2, ..., n-1\}$ (отметим, что при $k=n$ множество Ω_{curr} состоит из одного решения и смысла в подсчете оценок в этом случае нет). Найдем минимальное значение левой части неравенства (9) для решений, входящих в Ω_{curr}. Введем обозначения:

$$\tau_{total}=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{t_j}x_{1j}+\frac{2}{3t_j}x_{2j}+\frac{6}{5t_j}x_{3j}\right),$$

$$\tau_{curr}(x_1,x_2...x_k)=\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{1}{t_j}x_{1j}+\frac{2}{3t_j}x_{2j}+\frac{6}{5t_j}x_{3j}\right),$$

$$\tau_{\max}=\frac{1}{T_{\min}}.$$

Тогда, исходя из приведенного выше анализа задачи, можно привести следующее равенство для искомого минимальное значения:

$$\tau_{curr}^{\min}(\Omega_{curr})=\tau_{curr}(x_1,x_2,...,x_k)+\sum_{j=k+1}^{n}\tau_j^{\min}(t_j),$$

где $\tau_j^{\min}(t_j)=\begin{cases}\tau_2(t_j),\ \text{если}\ \ j\notin I\\ \tau_1(t_j),\ \text{если}\ j\in I\end{cases}$.

Таким образом, если $\tau_{curr}^{\min}>\tau_{\max}$, то данный узел далее ветвить не имеет смысла, т.к. $\forall x\in\Omega_{curr}\ \ \tau_{total}(x)>\tau_{\max}$, т.е. ограничение на среднее время работы системы до отказа не выполняется для любого решения из рассматриваемого подмножества. Если же $\tau_{curr}^{\min}\le\tau_{\max}$, то в Ω_{curr} содержатся элементы, которые имеют шанс войти в множество рекордных решений. В этом случае имеет смысл найти еще несколько оценок, с помощью которых также имеется вероятность сократить дерево поиска. Пусть

$$P_{curr}(x_1,x_2,..x_k)=\prod_{j=1}^{k}(p_jx_{1j}+(2p_j-p_j^2)x_{2j}+(3p_j^2-2p_j^3)x_{3j}).$$

Тогда можно найти значение вероятности безотказной работы, выше которого элементы рассматриваемого подмножества решений обеспечивать не могут. Это значение можно определить следующей формулой:

$$P_{curr}^{\max}(\Omega_{curr}) = P_{curr}(x_1, x_2, ..., x_k) \cdot \prod_{j=k+1}^{n} P_j^{\max}(p_j),$$

где $P_j^{\max}(p_j) = \begin{cases} P_2(p_j), & \text{если } j \notin I \\ P_3(p_j), & \text{если } j \in I \end{cases}.$

Значение стоимости системы, ниже которого решения из рассматриваемого подмножества обеспечить не могут, можно найти по следующей формуле:

$$S_{curr}^{\min}(\Omega_{curr}) = S_{curr}(x_1, x_2, ..., x_k) + \sum_{j=k+1}^{n} S_j^{\min}(s_j),$$

где

$$S_{curr}(x_1, x_2, ..x_k) = \sum_{j=1}^{k}(S_j x_{1j} + 2S_j G_j x_{2j} + 4S_j x_{3j}),$$

$S_j^{\min}(s_j) = S_1(s_j)$. Таким образом, $\forall x \in \Omega_{curr}$ $P_{total}(x) \le P_{curr}^{\max}(\Omega_{curr})$ и $S_{total}(x) \ge S_{curr}^{\min}(\Omega_{curr})$. Полученные оценки дают шанс сократить дерево поиска. Если на рассматриваемый момент в множестве рекордных решений R находится такое решение x, что $\begin{cases} P_{curr}^{\max}(\Omega_{curr}) < P_{total}(x) \\ S_{curr}^{\min}(\Omega_{curr}) > S_{total}(x) \end{cases}$, то текущее подмножество возможных решений можно не рассматривать, так как любые элементы данного подмножества будут доминироваться решением x, то есть ни одно из них не сможет попасть в множество рекордных решений.

Алгоритм метода ветвей и границ для задачи повышения надежности резервирования

1. Инициализация. Положить $\Omega_{curr} = \varnothing$, $R = \varnothing$, $k = 0$.

2. $k := k + 1$.

3. Разбиение множества решений на подмножества по координате x_k.

$$\Omega_{curr}^{k-1} = \Omega_{curr1}^{k} \bigcup \Omega_{curr2}^{k} \bigcup \Omega_{curr3}^{k}.$$

Если $k \in I$, то $\Omega_{curr2}^{k} = \varnothing$.

4. Для $d = 1, 2, 3$, если $\Omega_{currd}^{k} \neq \varnothing$, то

а) вычислить $\tau_{curr}^{\min}(\Omega_{curr\,d}^{k})$. Если $\tau_{curr}^{\min}(\Omega_{curr\,d}^{k}) > \tau_{\max}$, то перейти к следующему значению d, иначе перейти к шагу *б*.

б) вычислить $P_{curr}^{\max}(\Omega_{curr\,d}^{k})$ и $S_{curr}^{\min}(\Omega_{curr\,d}^{k})$. Если $\exists x \in R$: $\begin{cases} P_{curr}^{\max}(\Omega_{curr}) < P_{total}(x) \\ S_{curr}^{\min}(\Omega_{curr}) > S_{total}(x) \end{cases}$, то перейти к следующему значению d, иначе перейти к шагу *в*.

в) если $k \neq n$, то перейти рекурсивно к шагу 3, иначе осуществить проверку включения полученного допустимого решения (при $k = n$ множество Ω_{currd}^{k} состоит из одного элемента) в множество рекордных решений.

Стратегия обхода дерева вариантов

В процессе разработки описываемый алгоритм метода ветвей и границ был многократно протестирован с применением предварительного упорядочивания элементов по убыванию коэффициентов, вычисляемых на основе характеристик p_j, s_j и t_j с целью определения наилучшего порядка перебора координат при ветвлении, то есть выбора стратегии обхода дерева вариантов. Коэффициенты целевых функций и ограничений определялись с помощью рандомизированной процедуры, рассматривались системы, содержащие от 20 до 50 элементов с возможностью резервирования. В табл. 2 приведен фрагмент результатов такого тестирования. Видно, что упорядочивание элементов по убыванию коэффициента s_j/p_j дает самые хорошие результаты, с помощью него время работы алгоритма сокращается в несколько раз. Таким образом, предварительное упорядочивание элементов по убыванию коэффициента s_j/p_j и последующее ветвление дерева вариантов в соответствии с полученной очередностью является мощным способом увеличения скорости поиска решения задачи повышения надежности резервирования с помощью предложенного метода ветвей и границ.

Список литературы

1. ГОСТ Р МЭК 61508-7-2007. Функциональная безопасность систем электрических, электронных, программируемых электронных, связанных с безопасностью. Часть 7. Методы и средства.

2. Каширина И.Л., Львович Я.Е., Тузиков А.А. Нейросетевое резервирование дублированных измерений параметров при наземных огневых испытаниях жидкостных ракетных двигателей // Информационные технологии. – 2011. – № 9. – С. 74–78.

3. Львович Я.Е. Многоальтернативная оптимизация: теория и приложения. – Воронеж: ИД «Кварта», 2006. – 428 с.

4. Львович Я.Е., Каширина И.Л., Тузиков А.А. Генетический алгоритм решения многокритериальной задачи повышения надежности резервирования// Информационные технологии. – 2012. – № 6. – С. 56–60.

5. Львович И.Я., Тузиков А.А. Модель выбора вариантов резервирования в системе управления стендовыми испытаниями // Вестник ВГТУ. – 2011. – т.7, № 10. – С. 47–50.

Таблица 2

Зависимость времени выполнения (в мс) алгоритма от способа предварительной сортировки элементов

Коэффициент	Номер теста													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Без упорядочивания	11770	672	131	1344	1547	3940	868	1658	1816	1136	2014	3754	2993	496
t_j	4351	918	380	6558	2021	2042	547	666	2544	1236	7941	1173	5334	762
s_j	629	380	288	459	576	755	526	676	463	449	568	440	648	912
p_j	44567	2888	598	8537	3889	6521	4445	4675	9426	5599	17241	10321	6430	2896
$1/p_j$	714	443	134	437	268	478	579	246	315	410	506	206	426	418
s_j/p_j	256	118	72	141	115	314	143	157	184	150	216	149	275	231

Referenses

1. GOST R MEK 61508-7-2007. Funktsionalnaya bezopasnost sistem elektricheskih, elektronnyih, programmiruemyih elektronnyih, svyazannyih s bezopasnostyu. Chast 7. Metodyi i sredstva.

2. Kashirina I.L., Lvovich Ya.E., Tuzikov A.A. Neyrosetevoe rezervirovanie dublirovannyih izmereniy parametrov pri nazemnyih ognevyih ispyitaniyah zhidkostnyih raketnyih dvigateley. Informatsionnyie tehnologii. 2011. no. 9. pp. 74–78.

3. Lvovich Ya.E. Mnogoalternativnaya optimizatsiya: teoriya i prilozheniya. Voronezh: ID «Kvarta», 2006. 428 p.

4. Lvovich Ya.E., Kashirina I.L., Tuzikov A.A. Geneticheskiy algoritm resheniya mnogokriterialnoy zadachi povyisheniya nadezhnosti rezervirovaniya. Informatsionnyie tehnologii. 2012. no. 6. pp. 56–60.

5. Lvovich I.Ya., Tuzikov A.A. Model vyibora variantov rezervirovaniya v sisteme upravleniya stendovyimi ispyitaniyami. Vestnik VGTU. 2011. Vol.7, no. 10. pp. 47–50.

Рецензенты:

Азарнова Т.В., д.т.н., профессор, Воронежский государственный университет, г. Воронеж;

Чопоров О.Н. д.т.н., профессор, проректор по научной работе Воронежского института высоких технологий, г. Воронеж.

Работа поступила в редакцию 05.12.2013.