УДК 372.851

ФРЕЙМОВЫЙ ПОДХОД К ОРГАНИЗАЦИИ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ПРОЕКТНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В 10–11 КЛАССЕ

Косиков А.В.

ГОУ ВПО «Уральский государственный педагогический университет», Екатеринбург, e-mail: KosikSasha@mail.ru

В статье обосновано применение фреймового подхода к организации индивидуальной проектно-исследовательской деятельности в процессе обучения математике в 10–11 классах. Раскрывается понятие индивидуальной проектно-исследовательской деятельности. Определяются этапы индивидуальной проектно-исследовательской деятельности: ситуационно-исследовательский, инструментально-операциональный и рефлексивно-оценочный. С позиции ситуационного подхода в качестве средства развития индивидуальной проектно-исследовательской деятельности выбраны задачи-ситуации. Доказана необходимость использования задач-ситуаций, направленных на развитие индивидуальной проектно-исследовательской деятельности, для решения которых необходимо использование эксперимента. Определены этапы проведения эксперимента с позиции обучения математике и установлена их взаимосвязь с этапами осуществления индивидуальной проектно-исследовательской деятельности. Приведены примеры фреймов, полученных в процессе выполнения эксперимента, который применяется для решения задач-ситуаций в рамках развития индивидуальной проектно-исследовательской деятельности учащихся в процессе обучения математике в 10–11 классах.

Ключевые слова: фреймовый подход, системный подход, фрейм, индивидуальная проектно-исследовательская деятельность, этапы индивидуальной проектно-исследовательской деятельности, задачи-ситуации, эксперимент, этапы эксперимента

FRAME-BASED APPROACH TO THE ORGANIZATION PERSONAL DESIGN RESEARCH ACTIVITY DURING TEACHING MATHEMATICS IN GRADES 10–11

Kosikov A.V.

Ural State Pedagogical University, Ekaterinburg, e-mail: KosikSasha@mail.ru

In article the use of a frame-based approach to the organization of individual design and research activities in the process of teaching mathematics in grades 10–11. Reveals the concept of individual design and research activities. Determined by the individual stages of design and research activities: situational research, the operational and instrumental-reflexive evaluation. From the perspective of the situational approach as a means of individual design and research tasks – selected situation. The necessity of using tasks situations designed to develop an individual project and research activities, the determination of which requires the use of an experiment. The stages of the experiment from a position teaching mathematics and established their relationship with the individual stages of the design and research activities. The examples of frames received in the course of the experiment, which is used to solve problems – management through the development of individual project and research activities of students in learning mathematics in grades 10–11.

Keywords: frame-based approach, system approach, the frame, individual design and research activities, the individual stages of design and research, problem-situations, the experiment, the stages of the experiment

Главной особенностью современного мира, играющей важную роль для школы, стал значительный рост объёма информации, обязательной для изучения школьниками в рамках различных учебных предметов. Эта проблема становится ещё более актуальной в связи с уменьшением количества часов по всем предметам, подготовкой к ЕГЭ в 10–11 классах и новыми требованиями Федерального Государственного стандарта.

Перспективным выходом из сложившейся ситуации видится фреймовый подход к процессу обучения, сущность которого заключается в свёртывании укрупнённых дидактических единиц учебного материала и языковом или знаковом их представлении, что обеспечивает компактное представление, свёртывание и сжатие информации. Ключевым понятием фреймового подхода является фрейм, который определяется Э.Г. Гельфман и М.А. Холодной [2], как форма хранения стереотипных знаний о некотором классе ситуаций: его «каркас» характеризуют устойчивые, всегда имеющие место отношения между элементами объекта или ситуации, а узлы этого каркаса – вариативные детали данной ситуации или объекта. В Кратком словаре когнитивных терминов [7] фрейм характеризуется как бланк, имеющий пустые строки, графы, окна – слоты, которые должны быть заполнены. Фрейм как компактное представление знаний появляется вследствие аналитико-синтетической обработки учебной информации и представляет собой её абстрактный образ, который актуализируется в типовых ситуациях и служит для их понимания и объяснения. Р.В. Гурина и Е.Е. Соколова [3] выделяют следующие признаки

фреймов для представления знаний: стереотипность, повторяемость, наличие ограничения, возможность визуализации, ключевые слова, ориентированность на восприятие конкретным учащимся, универсальность, наличие каркаса с пустыми окнами, ассоциативные связи, фиксация аналогий, обобщений, правил и принципов.

Реализация фреймового подхода к процессу обучения математике возможна при осуществлении индивидуальной проектно-исследовательской деятельности, развитие которой может быть организовано в рамках различных учебных предметов, но, по нашему мнению, в большей степени на математике.

Это связано с тем, что, во-первых, математика в 10–11 классах является завершающим и систематизирующим разделом школьной математики, в котором даются фундаментальные основы построения математических знаний и указывается связь с предметами естественнонаучного цикла. Во-вторых, изучение математики 10–11 классов позволяет учащимся приобрести опыт осуществления мысленного эксперимента как одного из способов овладения математическим инструментарием – математическими моделями. В-третьих, гуманитарный и прикладной характер математики 10–11 классов позволяет развивать навыки математического исследования, развивать научную интуицию и рефлексию учащихся. Совокупность содержательного и процессуального компонентов математики 10–11 классов позволяет организовать на её основе индивидуальную проектно-исследовательскую деятельность учащихся.

В исследовании под индивидуальной проектно-исследовательской деятельностью понимается процесс достижения цели, который выстраивается по индивидуальной образовательной траектории на основе самостоятельного поиска теоретических знаний, предвидения и прогнозирования способов и процессов деятельности, и завершается реальным практическим или теоретическим результатом. Основываясь на результатах Н.В. Матяш [8], в исследовании представлены этапы индивидуальной проектно-исследовательской деятельности: ситуационно-исследовательский (формулировка и обоснование цели, анализ предстоящей деятельности, выбор средств и инструментов, разработка плана деятельности), инструментально-операциональный (выполнение соответствующих операций, самоконтроль деятельности), рефлексивно-оценочный (самооценка, сравнение результатов и замысла, анализ полученных знаний, подведение итогов и формулирование выводов).

Поэтапное осуществление индивидуальной проектно-исследовательской деятельности способствует самостоятельному приобретению информации в удобном для учащихся темпе и на необходимом уровне. Организованная таким образом работа с математической информацией позволяет рассматривать процесс обучения с позиций ситуационного подхода, который развивает одно из ключевых положений системного подхода, предполагая, что эффективность в решении проблемы зависит от данного сочетания условий, фактов и обстоятельств. Ситуация, как механизм воздействия, включает рефлексию, осмысление, переосмысление сложившихся обстоятельств, ставя перед учащимися новые условия, требующие нестандартных подходов и решений. С позиций ситуационного подхода учебная математическая задача выступает как задача-ситуация, под которой в исследовании понимается данная в определенных условиях и обстоятельствах цель деятельности, которая достигается определенной последовательностью действий, соответствующих сложившейся ситуации. Последовательность действий предполагает: осознание ситуации, построение схемы (образа) ситуации, её теоретическое обоснование и практическое применение. В процессе решения задач-ситуаций возникают различные математические ситуации, деятельность по разрешению которых предполагает использование эксперимента.

Т.Н. Шамало, определяя роль и место эксперимента в процессе обучения физике, делает акцент на его полифукциональность, обращая внимание, что роль эксперимента заключается не только в создания понятийного аппарата определённой предметной области, но и в развитии мышления в целом [11].

В.И. Арнольд утверждает, что математика является экспериментальной наукой и отличается от физики тем, что в математике эксперименты очень дешевы. По словам автора, неотъемлемая часть математического образования должна содержать умения составлять адекватные математические модели реальных ситуаций и математический подход к явлениям реального мира [1].

В.И. Загвязинский подчеркивает, что одним из точных методов изучения явлений, фиксирования фактов, слежения за изменением и развитием объекта исследования является эксперимент [5].

В работах В.В. Давыдова применяется понятие «мыслительного эксперимента», который, по словам автора, направляет учащихся на приобретение знаний как результата преобразования учебного материала,

позволяющего вскрыть в нём существенные отношения и проследить происхождение внешних его проявлений [4].

По мнению авторов [3, 6], эксперимент представляет собой целенаправленное действие исследователя на объект для изучения его различных сторон, связей и отношений и включает в себя три взаимосвязанных этапа: подготовительный, сбор экспериментальных данных и обработку результата.

Поэтапное выполнение эксперимента для решения задачи-ситуации предполагает обращение учащегося к опыту осуществления индивидуальной проектно-исследовательской деятельности. На подготовительном этапе эксперимента происходит осознание соответствующей ситуации, принятие цели деятельности, задание условий и выбор средств эксперимента, что соответствует ситуационно-исследовательскому этапу индивидуальной проектно-исследовательской деятельности. Второй этап эксперимента направлен на работу с объектом изучения, выполнение соответствующих технологических операций, многократную повторность измерений и строгий учёт факторов, влияющих на исследуемый объект, указанные действия включены в инструментально-операционный этап. Анализ и интерпретация результатов эксперимента, построение схемы или образа изучаемого объекта, установление причинно-следственных связей между заданными условиями и характеристиками исследуемого объекта позволяют сделать вывод о близости третьего этапа выполнения эксперимента с рефлексивно-оценочным этапом индивидуальной проектно-исследовательской деятельности.

Раскрытие этапов проведения эксперимента и осуществления индивидуальной проектно-исследовательской деятельности в процессе обучения математике в 10–11 классах позволило выявить их связь и обосновать целесообразность использования эксперимента в развитии индивидуальной проектно-исследовательской деятельности. В ходе осуществления эксперимента основным является приём варьирования действий с одним и тем же математическим объектом, который, по мнению Э.К. Гельфман и М.А. Холодной [2], может быть использован для получения фрейма, как структуры данных, представляющей собой собственный опыт учащихся, обобщенный в аналитическую схему, в которой присутствуют узлы информации, связи и отношения. Для получения фрейма в процессе осуществления эксперимента необходимо использовать вопросы и задания, позволяющие выделить инвариантные и вариативные характеристики математических объектов или ситуаций. В процессе выполнения предложенных заданий учащиеся, получая новую для себя ситуацию, выбирают из своей памяти некоторую структуру данных, чтобы путем изменения в ней некоторых деталей сделать ее пригодной для понимания более широкого класса явлений или процессов.

Приведём примеры фреймов, полученных в процессе выполнения эксперимента, который применяется для решения задач-ситуаций в рамках развития индивидуальной проектно-исследовательской деятельности учащихся в процессе обучения математике в 10–11 классах. Тема: «Общие методы решения уравнений» по учебнику «Математика. 11 класс», авторы А.Г. Мордкович, И.М. Смирнова и др. [10].

Цель: сформировать представление учащихся об общих идеях и методах решения уравнений.

Рассмотрите решенные примеры уравнений, сформулируйте суть каждого из них, соотнесите её с названием метода решения, результат занесите в схему (рис. 2).

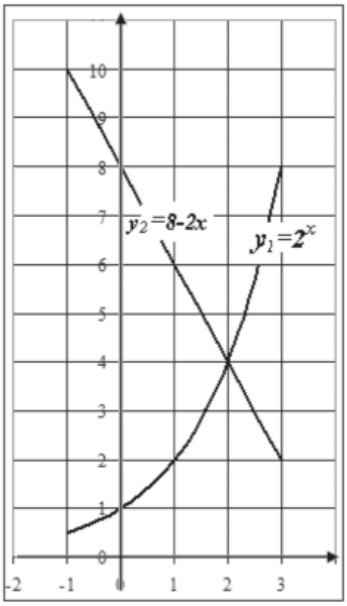

Рис. 1. Графики функции $y_1 = 2^x$ и $y_2 = 8 - 2x$

Пример 1. $2^x = 8 - 2x$. Рассмотрим функции $y_1 = 2^x$ и $y_2 = 8 - 2x$. Построим графики этих функций (рис. 1). Графики функций пересекаются в одной точке (2; 4). Абсцисса этой точки является корнем уравнения.

Ответ: $x = 2$.

Пример 2.

$$\log_2^2 x - 6\log_2 x + \quad = 90$$

Найдём ОДЗ: $x > 0$.

Заменим $\log_2 x = t$. Получим уравнение относительно t: $t^2 - 6t + 9 = 0$, Преобразуем

это уравнение, используя формулу квадрата разности: $(t-1)^2 = 0$, т.е. $t - 1 = 0$, $t = 1$. Выполним обратную замену: $\log_2 x = 1$, $2^1 = x$, $x = 2$.

Ответ: $x = 2$.

Пример 3.

$$\sin x \cdot \cos x + \sin x = \frac{1}{2}\sin x$$

Преобразуем уравнение и разложим на множители

$$\sin x \cdot \left(\cos x + \frac{1}{2}\right) = 0.$$

Представим полученное уравнение в виде совокупности двух уравнений и решим её:

$$\left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \cos x + \frac{1}{2} = 0\end{array}\right.; \quad \left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \cos x = -\frac{1}{2}\end{array}\right.;$$

$$\left[\begin{array}{l}x_1 = \pi n, n \in \mathrm{Z}\\ x_2 = \pm\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathrm{Z}\end{array}\right.;$$

$$\left[\begin{array}{l}x_1 = \pi n, n \in \mathrm{Z}\\ x_2 = \pm\frac{2}{3}\pi + 2\pi k, k \in \mathrm{Z}\end{array}\right..$$

Ответ:

$$x_1 = \pi n, x_2 = \pm\frac{2}{3}\pi + 2\pi k;\ n, k \in \mathrm{Z}.$$

Пример 4. $(2x + 2)^7 = (5x - 9)^7$ Так как функция $y = z^7$ монотонная, то перейдём к уравнению $2x + 2 = 5x - 9$, откуда находим $x = \frac{11}{3}$.

Ответ: $x = \frac{11}{3}$.

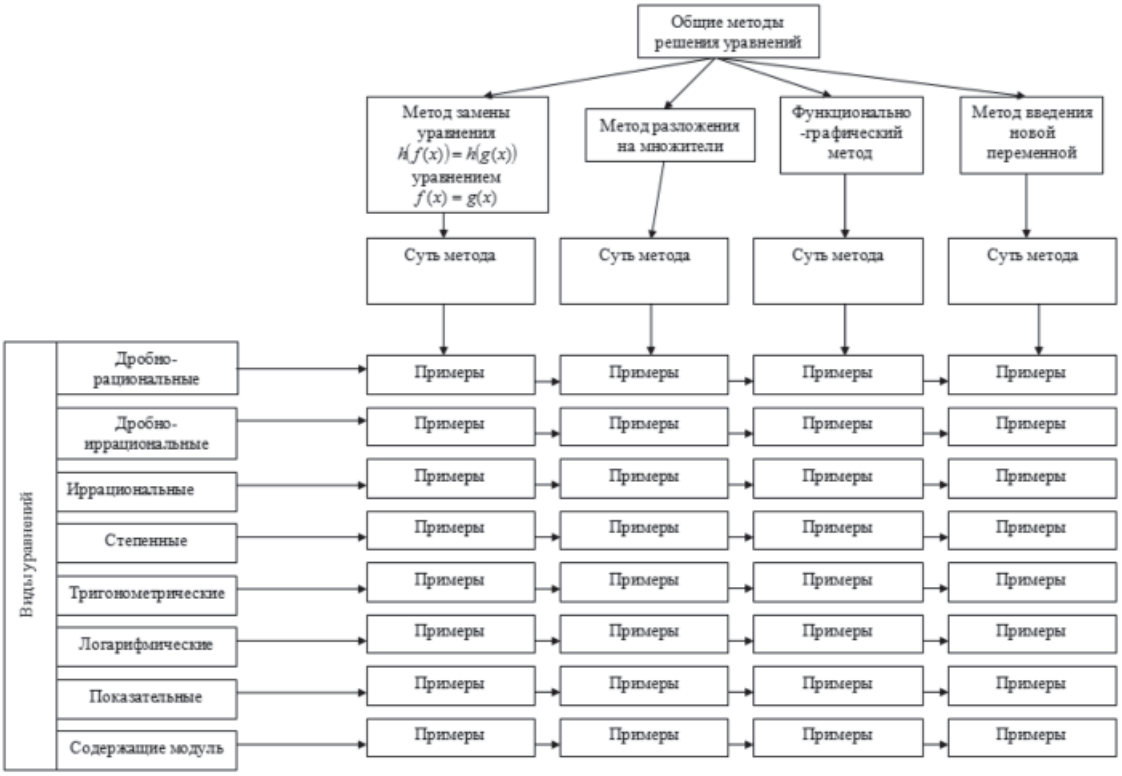

Рис. 2. Пример фрейма-схемы по теме: «Общие методы решения уравнений»

Решите предложенные уравнения, определите вид и метод решения каждого из них, результат занесите в схему (рис. 2):

$$x = \sqrt[3]{x};\quad 2^{\sqrt{x-3}} = \frac{1}{2}\sqrt{32};$$

$$\left(\log_2^2 x + 12\right)^3 = 343\log_2^3 x;$$

$$7^{2x+1} - 50 \cdot 7^x = -7;\quad x^3 - 9x^2 + 20x = 0;$$

$$2^x = 6 - x;$$

$$10^{\log_2(x-3)} \cdot 0,00001 = 0,1^{\log_2(x-7)};$$

$$8x^6 + \ x^3 - \ = 710;\quad (x-1)^2 = \log_2 x;$$

$$\sqrt{x^5} - 3\sqrt{x^3} - 18\sqrt{x} = 0;$$

$$\log_3\left(x^2 - 10x + 40\right) = \log_3(4x - 8);$$

$$\ln\left(2^x + 2^{1-x}\right) = \ln 3; \quad \sqrt{x} - 2 = \frac{9}{x};$$

$$2^x \cdot x - 4x - 4 + 2^x = 0;$$

$$\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} + 4\sqrt{\frac{2x-1}{2x+3}} = 4;$$

$$\left(x^2 - 6x\right)^5 = \left(2x-7\right)^5;$$

$$\sin 2x = \sin x; \quad \lg^2 x^2 + \lg 10x - 6 = 0;$$

$$|x| = \sqrt[5]{x}.$$

Есть ли среди перечисленных уравнений такие, которые можно отнести к нескольким видам и/или для решения которых используется несколько методов?

Запишите такие уравнения в таблицу и приведите свои примеры (таблица).

Пример фрейма-таблицы, который отражает информацию о нестандартных ситуациях

№ п/п	Пример уравнения	Вид уравнения	Методы, используемые в его решении
1.			
2.			

Решив эту задачу-ситуацию, учащиеся получат фрейм-схему, в которой представлена сжатая и структурированная информация по теме, и фрейм-таблицу, отражающую информацию о нестандартных ситуациях при решении уравнений.

Информационная ёмкость, структурированность и компактность фреймов, полученных в результате выполнения эксперимента для решения задач-ситуаций, ещё раз подтверждают целесообразность использования фреймового подхода к развитию индивидуальной проектно-исследовательской деятельности в процессе обучения математике в 10–11 классах.

Список литературы

1. Арнольд В.И. Экспериментальное наблюдение математических фактов. – 2-е изд. – М.: МЦНМО, 2012. – 120 с.

2. Гельфман Э.Г., Хлодная М.А. Психодидактика школьного учебника: Интеллектуальное воспитание учащихся. – СПб.: Питер, 2006. – 384 с.

3. Гурина Р.В., Соколова Е.Е. Фреймовое представление знаний при обучении: монография. – М.: Народное образование, 2005. – 176 с.

4. Давыдов В.В. О понятии развивающего обучения // Педагогика. – 1995. – № 1. – С. 29–39.

5. Загвязинский В.И. Методология и методы психолого-педагогического исследования: учеб. пособие для студентов пед. вузов. – М.: Академия, 2001. – 202 с.

6. Концепции современного естествознания: учебник для вузов / под ред. С.Х. Карпенкова. – М.: Высшая школа, 2003. – 488 с.

7. Кубрякова Е.С., Демьянков В.В.,. Панкрац Ю.Г., Лузина Л.Г. Краткий словарь когнитивных терминов / под общ. ред. Е.С. Кубряковой. – М.: Филологический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 1997. – 245 с.

8. Матяш Н.В. Инновационные педагогические технологии проектное обучение: учебное пособие для студентов учреждений ВПО. – М.: Издат. центр «Академия», 2011. – 144 с.

9. Михайлов Л. А. Концепции современного естествознания [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.e-reading-lib.org/bookreader.php/133233/Mihaiilov_-Koncep.html

10. Мордкович А.Г., Смирнова И.М. и др. Математика. 11 класс: учебник для учащихся образовательных учреждений (базовый уровень). – 7-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2012. – 416 с.

11. Шамало Т.Н. Теоретические основы физического эксперимента в развивающем обучении: учебное пособие к спецкурсу. – Свердловск: СГПИ, 1990. – 96 с.

References

1. Arnold V.I. Experimental observation of mathematical facts. Moscow, MCCME, 2012, 120 p.

2. Helfman E.G., Hlodnaya M.A. Psihodidaktika school textbook: Intelligent education students. St. Petersburg, Peter, 2006. 384 p.

3. Gurina R.V., Sokolova E.E. Frame representation of knowledge transfer: the monograph. Moscow, Education, 2005. 176 p.

4. Davydov V.V. On the concept of developing training. Pedagogy, 1995, no. 1, pp. 29–39.

5. Zagvyazinsky V.I. Methodology and methods of psychopedagogical research: studies. Aid for students ped. universities. Moscow, Academia, 2001. 202 p.

6. Karpenkov S.H., etc. Concepts of modern science: a textbook for high schools. Moscow, Higher School , 2003. 488 p.

7. Kubrjakova E.S., Demyankov V.V., Pankratz J.G., Lusina L.G. Concise Dictionary of cognitive terms. Moscow, Faculty of Philology, MSU, 1997. 245 p.

8. Matyash N.V. Innovative educational technology project-based learning: a textbook for students of institutions of VPO. Moscow, Publishing Center «The Academy», 2011. 144 p.

9. Mikhailov L.A., Concepts of modern science, Available at: http://www.e-reading-lib.org/bookreader.php/133233/Mihaiilov_-Koncep.html.

10. Mordkovich A.G., Smirnov I.M., etc. Mathematics. Grade 11: a textbook for students of educational institutions (basic level). Moscow, Mnemosyne, 2012. 416 p.

11. Shamalo T.N. Theoretical foundations of physics experiment in developing training: a manual for the course. Sverdlovsk, SSPI, 1990. 96 p.

Рецензенты:

Асланов Р.М., д.п.н., профессор кафедры математического анализа, ФГБОУ ВПО «Московский педагогический государственный университет», г. Москва;

Мерлина Н.И., д.п.н., профессор кафедры дискретной математики и информатики Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары.

Работа поступила в редакцию 06.11.2013.