

УДК 534-18

**ОБ ЭВОЛЮЦИИ ЗВУКОВЫХ ВОЛН ВО ВЛАЖНЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ****Гималтдинов И.К., Дмитриев В.Л., Ситдикова Л.Ф.***Стерлитамакский филиал ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет»,  
Стерлитамак, e-mail: SitdikovaLF@yandex.ru*

Теоретическое и экспериментальное исследование распространения акустических волн в пористой среде является актуальным и существенно для развития представлений о процессах, сопровождающих применение современных технологий использования пористых сред. В данной работе проведено теоретическое исследование волновых процессов во влажных насыщенных газом пористых средах с учетом межфазных сил взаимодействия, теплообмена между скелетом пористой среды, жидкостью и газом. В работе учитываются вязкоупругие характеристики скелета пористой среды, и считается, что тонкий слой жидкости равномерно располагается на внутренней поверхности ее пор. Записана общая система уравнений и физических соотношений, описывающая распространение акустических волн во влажной пористой среде. Получено дисперсионное соотношение, на основе которого исследовано влияние объемного содержания жидкой, газовой фаз на характер распространения акустических волн в среде.

**Ключевые слова:** акустическая волна, пористая среда, «быстрая» волна, «медленная» волна

**ON THE EVOLUTION OF SOUND WAVES IN WET POROUS MEDIA****Gimaltdinov I.K., Dmitriev V.L., Sitdikova L.F.***Sterlitamak branch Bashkir state university, Sterlitamak, e-mail: SitdikovaLF@yandex.ru*

Theoretical and experimental study of acoustic wave propagation in porous media is relevant and important for the development of the processes that accompany the use of modern technologies for the use of porous media. In this paper, a theoretical study of wave propagation in wet gas saturated porous media in the interfacial interaction forces, the heat exchange between the skeleton of the porous medium, liquid and gas. In the viscoelastic characteristics recorded skeleton of the porous medium, and it is believed that the thin liquid layer uniformly on the inner surface of its pores. Recorded total system of equations and physical relationships describing the propagation of acoustic waves in a wet porous medium. A dispersion relation, based on which investigated the effect of volume fraction of liquid, gas phase on the propagation of acoustic waves in the medium.

**Keywords:** acoustic wave, porous media, the «fast» wave, «slow» wave

Пористые материалы широко распространены в природе, в современной технике и промышленности. Значительный интерес представляют исследования волновой динамики и акустики дисперсных сред применительно к проблеме подавления звуковых возмущений пористыми средами.

Первая математическая модель пористой среды, состоящей из твердого тела (скелета), пронизанного длинными узкими каналами (порами), заполненными жидкостью, была изложена в [6]. Однако она была весьма идеализированной и неполной, так как позволяла описать только характер затухания акустической волны и не объясняла другие значимые механические эффекты. Позже были разработаны несколько теоретических и полуэмпирических моделей, которые также имели весьма существенные недостатки. С их помощью не удавалось связать частотные характеристики (инерционные и диссипативные), скорость звука и его затухание с измеряемыми структурными элементами сред и физическими свойствами материалов.

Статья Х.А. Рахматулина «Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред» [4] положила начало новому этапу развития механики многофазных сред. В ней объединились дости-

жения, идеи и методы газодинамики, механики взаимопроникающих континуумов и реальных процессов межфазного взаимодействия.

Уравнения многоскоростного движения и теплообмена в многофазных средах, а также выражения для внутренних и межфазных взаимодействий в плотноупакованных зернистых, порошкообразных и пористых средах были впоследствии получены Р.И. Нигматулиным на основе пространственного осреднения [2, 3].

Теоретический анализ характеристик акустических волн Био, распространяющихся в пористых средах, применительно к случаям насыщения порового пространства жидкостью и в случае газового заполнения пор, выполнен в работе [1]. Численное исследование дисперсии фазовой скорости и коэффициента поглощения продольных волн проведено на основе теории Био для упругих волновых процессов в двухкомпонентной среде.

В сухой насыщенной газом пористой среде влияние теплообменных процессов на распространение волн исследовано в работе [5]. Указаны области частот, когда затухание волн в насыщенной газом пористой среде определяется в основном теплообменными процессами.

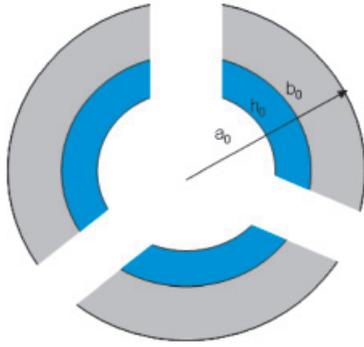


Рис. 1. Ячейка пористой среды

Основные уравнения

При описании распространения одномерных волн во влажной пористой среде примем следующие допущения: значения длин рассматриваемых волн намного больше размеров пор; скорости жидкой пленки и скелета при прохождении волны равны ( $v_l = v_s$ ). В качестве характерных размеров среды примем средний радиус пор  $a_0$ , среднюю толщину водной пленки  $h_0$  и среднюю полутолщину стенок пор  $b_0$  (рис. 1).

Система уравнений, описывающих рассматриваемый процесс, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_j}{\partial t} + \rho_{j0} \frac{\partial v_j}{\partial x} &= 0; \\ \rho_{g0} \frac{\partial v_g}{\partial t} &= -\alpha_{g0} \frac{\partial p_g}{\partial x} - F; \quad F = F_m + F_\mu + F_B; \\ \rho_{g0} \frac{\partial v_g}{\partial t} + (\rho_{s0} + \rho_{l0}) \frac{\partial v_l}{\partial t} &= \alpha_{s0} \frac{\partial \sigma_s}{\partial x} - (\alpha_{g0} + \alpha_{l0}) \frac{\partial p_g}{\partial x}; \\ F_m &= \frac{1}{2} \eta_m \alpha_{g0} (\alpha_{s0} + \alpha_{l0}) \rho_g^0 \left( \frac{\partial v_g}{\partial t} - \frac{\partial v_s}{\partial t} \right); \\ F_\mu &= \frac{9}{2} \eta_\mu \alpha_{g0} (\alpha_{s0} + \alpha_{l0}) \mu_g (v_g - v_s) a_0^{-2}; \\ F_B &= 6 \eta_B \alpha_{g0} (\alpha_{s0} + \alpha_{l0}) a_0^2 \sqrt{\pi \rho_g^0 \mu_g} \int_{-\infty}^t \frac{\partial}{\partial \tau} (v_g - v_s) \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}}; \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \frac{1}{E_s} \frac{\partial \sigma_s}{\partial t} + \frac{\sigma_s}{\mu_s}; \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial v_s}{\partial x}; \quad p_g = \rho_{g0}^0 B T_g'. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $p_g$  – давление в газовой фазе;  $\alpha_s$ ,  $\alpha_l$  и  $\alpha_g$  – объемные содержания твердой, жидкой и газовой фаз соответственно;  $\sigma_s$  – напряжение в скелете;  $F_m$  – сила присоединенных масс, вызванная инерционным взаимодействием фаз;  $F_\mu$  – аналог силы вязкого трения Стокса;  $F_B$  – аналог силы Бассэ, проявляющейся при высоких частотах из-за нестационарности вязкого пограничного слоя около границы с твердой фазой;  $\mu_g$  – динамическая вязкость газа;  $\rho_j$ ,  $\rho_{j0}$ ,  $v_j$ ,  $p_j$ ,  $\alpha_j$  – средняя по объему и средняя по фазе плотности, скорость, давление, объемные содержания.

Дополнительным нижним индексом (0) определены параметры, соответствующие невозмущенному состоянию, а параметры без индекса выражают малые возмущения параметров от равновесного значения; верхний индекс (0) соответствует истинному значению параметра.

Для описания неоднородностей температуры произведем схематизацию структуры среды, используя ячеистую схему. При

этом пористую среду, насыщенную газом, примем как систему сферических газовых пузырьков, окруженных слоем жидкости и материала скелета. Таким образом, в каждой макроскопической точке, определяемой координатой  $x$ , вводим типичную ячейку, состоящую из газового пузырька со слоем жидкости и приходящегося на него скелета. Внутри ячейки имеется распределение микропараметров, а именно температуры  $T_j'(t, x, r)$  и плотности газа  $\rho_g'(t, x, r)$ , где  $r$  – микрокоордината, отсчитываемая от центра ячейки. В дальнейшем штрихами наверху снабжены микропараметры.

Для истинных плотностей  $\rho_j$  и объемных содержаний  $\alpha_j$  справедливы следующие кинематические соотношения:

$$\begin{aligned} \rho_j &= \alpha_j \rho_j^0; \\ \alpha_{g0} &= a_0^3 / (a_0 + b_0 + h_0)^3; \\ \alpha_{g0} + \alpha_{s0} + \alpha_{l0} &= 1. \end{aligned}$$

Распределения температур в ячейке пористой среды получим на основе уравнений теплопроводности:

$$\begin{aligned} \rho_{g0}^0 c_g \frac{\partial T'_g}{\partial t} &= \lambda_g r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T'_g}{\partial r} \right) + \frac{\partial p_g}{\partial t}, \quad (0 < r \leq a_0); \\ \rho_{l0}^0 c_l \frac{\partial T'_l}{\partial t} &= \lambda_l \frac{\partial^2 T'_l}{\partial r^2}, \quad (a_0 \leq r \leq a_0 + h_0); \\ \rho_{s0}^0 c_s \frac{\partial T'_s}{\partial t} &= \lambda_s \frac{\partial^2 T'_s}{\partial r^2}, \quad (a_0 + h_0 \leq r < a_0 + b_0 + h_0), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\lambda_j$  и  $c_j$  – соответственно коэффициенты теплопроводности и удельной теплоемкости при постоянном давлении ( $j = g, l, s$ ).

Граничные условия для данной системы имеют вид:

$$\begin{aligned} T'_g &= T'_l; \quad \lambda_l \frac{\partial T'_l}{\partial r} = \lambda_g \frac{\partial T'_g}{\partial r}; \quad (r = a_0); \\ T'_l &= T'_s; \quad \lambda_s \frac{\partial T'_s}{\partial r} = \lambda_l \frac{\partial T'_l}{\partial r}; \quad (r = a_0 + h_0); \\ \frac{\partial T'_g}{\partial r} &= 0, \quad (r = 0); \quad \frac{\partial T'_s}{\partial r} = 0 \quad (r = a_0 + b_0 + h_0). \end{aligned} \quad (3)$$

Решение системы уравнений будем искать в виде затухающих бегущих волн:

$$\begin{aligned} \rho_j^0, \nu_j, p_j, a_j &\cong \exp[i(Kx - \omega t)]; \\ T'_j &= T_j(r) \exp[i(Kx - \omega t)], \quad K = k + i\delta, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\omega$  – круговая частота;  $K$  – комплексное волновое число;  $\delta$  – коэффициент затухания.

Из условия существования решения вида (4) получим дисперсионное соотношение, на основе которого можно проанализировать характеристики распространения волн:

$$K^2 = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}},$$

где  $\frac{b}{2a} = -B_1[B_2 + B_3]; \quad \frac{c}{a} = -2\omega^2 B_1 B_5; \quad B_1 = \omega^2 / \left[ 2\chi_\mu (\alpha_{s0} + \alpha_{l0}) \right];$

$$B_2 = \left[ 1 + i(1 - \alpha_g) \chi_\nu \right] \alpha_{s0} \chi_\mu (1 + \chi_T) C_g^{-2};$$

$$B_3 = (\alpha_{g0} + \alpha_{l0}) \left[ \alpha_{l0} \tilde{\rho}_1 + \alpha_{s0} + i(1 - \alpha_{g0}) \chi_\nu \tilde{\rho}_2 \right] C_s^{-2};$$

$$B_5 = \alpha_{g0} \left[ \alpha_{l0} \tilde{\rho}_1 + \alpha_{s0} + i(1 - \alpha_{g0}) \chi_\nu (\alpha_{l0} \tilde{\rho}_1 + \alpha_{s0} + \alpha_{g0} \tilde{\rho}_2) \right] (1 + \chi_T) C_g^{-2} C_s^{-2};$$

$$\tilde{A} = \frac{\Pi_1(y_s, y_l) a_0}{\lambda_g \Pi_g(y_g) \cdot \Pi_2(y_s, y_l) + \text{sh}(y_g) \Pi_1(y_s, y_l)};$$

$$y_g = \sqrt{-\frac{i\omega a_0^2}{\aleph_g}}; \quad y_s = \sqrt{-\frac{i\omega b_0^2}{\aleph_s}}; \quad y_l = \sqrt{-\frac{i\omega h_0^2}{\aleph_l}}; \quad \tilde{\rho}_1 = \frac{\rho_{l0}^0}{\rho_{s0}^0}; \quad \tilde{\rho}_2 = \frac{\rho_{g0}^0}{\rho_{s0}^0}; \quad \aleph_g = \frac{\lambda_g}{\rho_{g0}^0 c_g};$$

$$\aleph_s = \frac{\lambda_s}{\rho_{s0}^0 c_s}; \quad \aleph_l = \frac{\lambda_l}{\rho_{l0}^0 c_l}; \quad \Pi_g(y_g) = [y_g \text{cth}(y_g) - 1] y_g^{-2}; \quad \chi_T = 3(1 - \gamma^{-1}) \Pi_g(y_g) \cdot \tilde{A};$$

$$C_g = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_{g0}}}; \quad C_s = \sqrt{\frac{E_s}{\rho_{s0}}}; \quad \Pi_2(y_s, y_l) = \text{th}(y_l) + \frac{b_0 y_l \lambda_l}{y_s \lambda_s h_0} \text{cth}(y_s);$$

$$\chi_\mu = [1 + iE_s / \omega \mu_s]^{-1}; \quad \chi_V = \frac{\tau}{\omega};$$

$$\tau = \frac{1}{2} \left( -i\omega \eta_m + 9\eta_\mu v_g a_0^{-2} + \frac{9}{2} \eta_B (1-i) a_0^{-1} \sqrt{2v_g \omega} \right).$$

**Результаты расчета**

В расчетах параметры фаз взяты при температуре среды 300 К. Для воздуха:

$$\gamma = 1,4, \quad \rho_{g0}^0 = 1,17 \text{ кг/м}^3,$$

$$c_g = 1006 \text{ Дж/(кг·К)}, \quad \lambda_g = 0,027 \text{ Дж/(м·с·К)},$$

$$\mu_g = 1,86 \cdot 10^{-5} \text{ Па·с.}$$

Для резины:

$$\mu_s = 10^8 \text{ Па·с}, \quad \lambda_s = 0,15 \text{ Дж/(м·с·К)},$$

$$c_s = 1571 \text{ Дж/(кг·К)}, \quad \rho_{s0}^0 = 920 \text{ кг/м}^3,$$

$$E_s = 10^8 \text{ Па.}$$

Для воды:

$$\rho_{l0}^0 = 1000 \text{ кг/м}^3, \quad c_l = 4200 \text{ Дж/(кг·К)},$$

$$\lambda_l = 0,6 \text{ Дж/(м·с·К)}.$$

На рис. 2 показаны зависимости коэффициента затухания  $\delta$  и фазовой скорости  $C_p$  «быстрой» и «медленной» волн от частоты  $\omega$  для системы «резина – вода – воздух»; характерные размеры среды  $a_0 = 10^3$  м. Линия 1 – жидкая фаза отсутствует,  $\alpha_{s0} = 0,2$ ,  $\alpha_{g0} = 0,8$ ; линия 2 –  $\alpha_{l0} = 0,07$ ,  $\alpha_{s0} = 0,13$ ,  $\alpha_{g0} = 0,8$ .

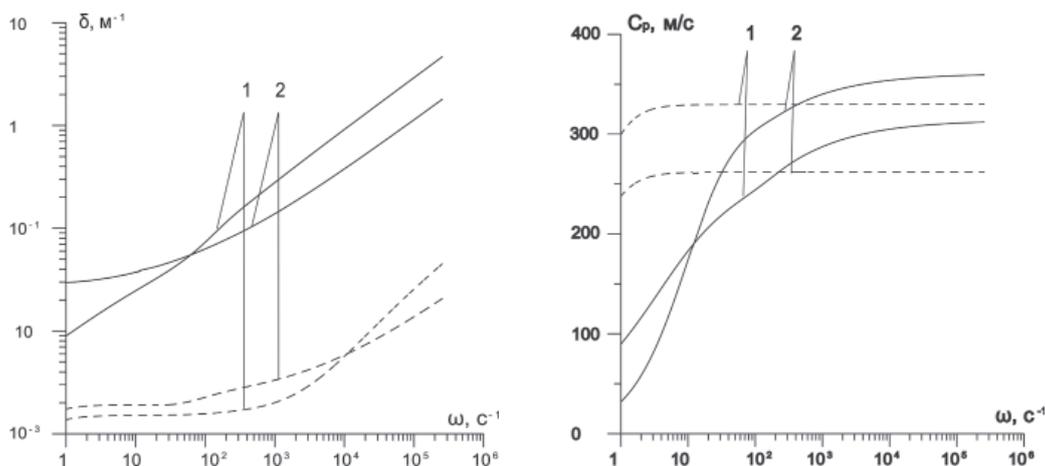


Рис. 2. Влияние водной пленки на коэффициент затухания и фазовую скорость «медленной» (сплошные линии) и «быстрой» (пунктирные линии) волн

Видно, что наличие жидкости приводит к тому, что для «медленной» волны в диапазоне частот  $\omega \leq 80 \text{ с}^{-1}$ , а для «быстрой» волны в диапазоне частот  $\omega \leq 10^4 \text{ с}^{-1}$  коэффициент затухания больше, чем в случае «сухой» пористой среды. Это связано с тем, что водная пленка является дополнительным «балластом» для скелета и, таким образом, как бы увеличивает его массовую долю. Также из рис. 2 видно, что скорость «быстрой» волны из-за «утяжеления» скелета водой уменьшается на 68 м/с. Для «медленной» волны при частотах  $\omega \leq 10 \text{ с}^{-1}$  наличие водной пленки приводит к уменьшению фазовой скорости, а для высоких частот к увеличению (около 47 м/с) скорости звука по сравнению со случаем, когда водной пленки нет.

На рис. 3 представлены зависимости коэффициента затухания и фазовой скорости обеих волн от частоты для разных объемных содержаний газовой фазы при постоянном объемном содержании скелета. Линии 1 –  $a_0 = 10^{-3} \text{ м}$ ,  $b_0 = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ ,  $h_0 = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ ,  $\alpha_{g0} = 0,8$ ,  $\alpha_{s0} = 0,13$ ,  $\alpha_{l0} = 0,07$ , линии 2 –  $a_0 = 10^{-3} \text{ м}$ ,  $b_0 = 5,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ ,  $h_0 = 9,1 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ ,  $\alpha_{g0} = 0,67$ ,  $\alpha_{s0} = 0,13$ ,  $\alpha_{l0} = 0,2$ .

Видно, что изменение объемного содержания жидкой фазы с 0,07 до 0,2 приводит к росту коэффициента затухания «быстрой» и «медленной» волн. При этом скорость «быстрой» волны уменьшается на 60 м/с, что связано с увеличением доли жидкой фазы в пористой среде. Скорость «медленной» волны при меньшем объемном содержании газовой фазы

меньше в диапазоне частот  $\omega \leq 30 \text{ с}^{-1}$ , тогда как в области частот  $\omega > 30 \text{ с}^{-1}$  скорость «мед-

ленной» волны постепенно растет, достигая на высоких частотах различия до 33 м/с.

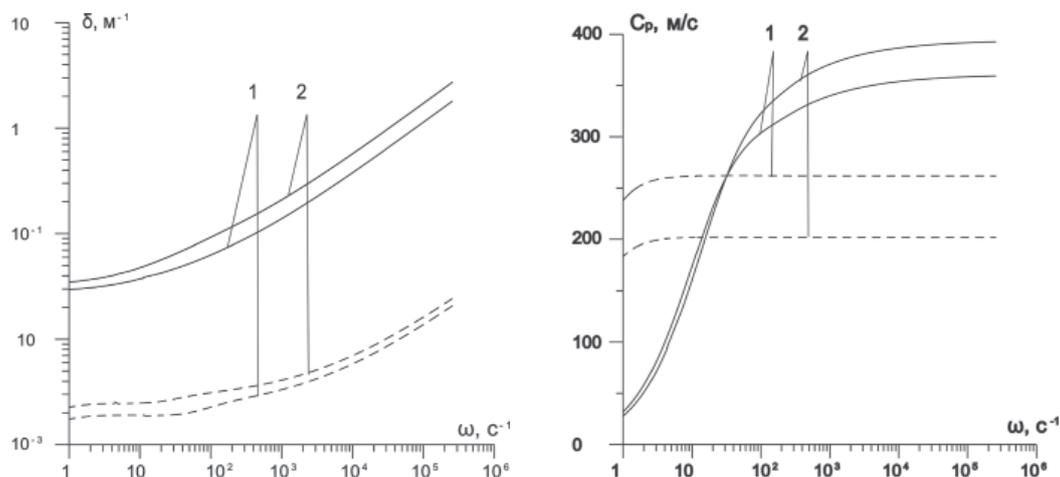


Рис. 3. Влияние объемного содержания газовой фазы на коэффициент затухания и фазовую скорость и «медленной» (сплошные линии) и «быстрой» (пунктирные линии) волн

Стоит отметить, что увеличение объемного содержания скелета приводит к росту скорости «быстрой» волны, что связано с упругими свойствами скелета. Коэффициент затухания «медленной» волны при этом выше во всем диапазоне частот. «Быстрая» волна затухает меньше в случае большего объемного содержания скелета в диапазоне частот  $\omega \leq \omega^*$ , тогда как в области частот  $\omega > \omega^*$  картина затухания меняется (здесь  $\omega^*$  – некоторая характерная частота, зависящая от объемного содержания скелета среды).

### Выводы

В результате проведенных в работе вычислений установлено, что:

– увеличение объемного содержания водной пленки при постоянном объемном содержании газовой фазы приводит к росту коэффициента затухания и уменьшению скорости «быстрой» волны, что связано с эффектом «утяжеления» скелета водой;

– увеличение объемного содержания скелета при постоянном объемном содержании жидкости приводит к росту скорости «быстрой» волны, что связано с вязко-упругими свойствами скелета;

– уменьшение массовой доли газа и увеличение массовой доли воды приводит к снижению фазовой скорости «быстрой» волны, что связано с ролью жидкости как «утяжелителя» скелета. При этом скорость «медленной» волны уменьшается на низких частотах и увеличивается на высоких частотах.

### Список литературы

1. Заславский Ю.М. Об эффективности возбуждения быстрой и медленной волн Био в водо- и газонасыщенных средах // Техническая акустика. – 2002. – № 2. – С. 1–12.

2. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. – М.: Наука, 1987. – 464 с.

3. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978. – 336 с.

4. Рахматулин Х.А. Основы газодинамики взаимодействующих движений сжимаемых сред // ПММ. – 1956. – Т. 20, № 2. – С. 184–195.

5. Шагапов В.Ш., Хусайнов И.Г., Дмитриев В.Л. Распространение линейных волн в насыщенных газом пористых средах с учетом межфазного теплообмена // ПМТФ. – 2004. Т. 45, № 4. – С. 114–120.

6. Crandall I.B. Theory of Vibrating System and Sound. N.Y.: D. Van Naostrand, 1927. – 172 p.

### References

1. Zaslavsky Y.M. On the efficiency of excitation of fast and slow waves in the water Bio-and gas-saturated media. Technical Acoustics, 2002, no 2, pp. 1–12.

2. Nigmatulin R.I. Dynamics of multiphase media. Moscow, Nauka, 1987. 464 p.

3. Nigmatulin R.I. Fundamentals of mechanics of heterogeneous media. Moscow, Nauka, 1978. 336 p.

4. Rahmatulin H.A. Fundamentals of gas dynamics of interpenetrating motions of compressible media. J. Appl., 1956, Vol. 20, no 2, pp. 184–195.

5. Shagapov V.S., Husainov I.G., Dmitriev V.L. Propagation of linear waves in gas saturated porous media with the interfacial heat transfer. J. Appl., 2004., Vol. 45, no 4, pp. 114–120.

6. Crandall I.B. Theory of Vibrating System and Sound. N.Y. D. Van Naostrand, 1927. 172 p.

### Рецензенты:

Михайлов П.Н., д.ф-м.н., профессор, заведующий кафедрой алгебры, геометрии и методики обучения математике, Стерлитамакский филиал ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет», г. Стерлитамак;

Биккулова Н.Н., д.ф-м.н., профессор, заведующий кафедрой общей физики, Стерлитамакский филиал ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный университет», г. Стерлитамак.

Работа поступила в редакцию 30.10.2013.