

## О ПРОВЕДЕНИИ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО АНАЛИЗА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ ДРЕВЕСИНЫ ДИСКОВОЙ РУБИТЕЛЬНОЙ МАШИНОЙ

Фокин С.В., Березников С.В.

ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный аграрный университет  
им. Н.И. Вавилова» Саратов, e-mail: feht@mail.ru

Приводится теоретическое обоснование и анализ уравнения вращательного движения рубительного диска машины для измельчения пней, оснащенного ножами различной конструкции. Для расчета и анализа энергетических характеристик процесса резания исследовалось дифференциальное уравнение вращательного движения диска с ножами, основанное на применении уравнения Лагранжа 2-го рода. Полученные при этом моменты режущих сил, сил вязкого и сухого трения и проведенный анализ динамики движения диска с ножами позволяют оценить мощности всех рассмотренных внешних сил. Построенные в результате исследований математические модели в виде формул, соотношений, выражений и уравнений реализованы в программном комплексе, позволяющем решать задачи анализа и синтеза при исследовании процессов резания рассматриваемыми ножами порубочных остатков и получать качественные и количественные оценки этих процессов.

**Ключевые слова:** механизм резания, комбинированный нож, устройство для измельчения порубочных остатков, порубочные остатки, щепа, дисковые рубительные машины

## AUTOMATED ANALYSIS OF HOLDING THE POWER CHARACTERISTICS OF WOODCUTTING DISK CHIPPERS

Fokin S.V., Bereznikov S.V.

FGBOUVPO «Saratov State Agrarian University named after N.I Vavilov», Saratov, e-mail: feht@mail.ru

The theoretical study and analysis of the equations of rotational motion of a disc chipper machine for grinding stumps fitted with blades of various designs. For the calculation and analysis of the energy characteristics of the cutting process was investigated differential equation of rotational motion of the disk with knives, based on the application of Lagrange's equation of the 2nd kind. Obtained from this point of cutting forces, the forces of viscous and dry friction and the analysis of the dynamics of motion drive with knives to evaluate the capacity of all the considered external forces. Constructed as a result of the mathematical models in the form of formulas, relationships, expressions and equations, implemented in the software package, allowing to solve problems of analysis and synthesis in the study of the processes under consideration cutting knives forest residues and receive qualitative and quantitative evaluation of these processes.

**Keywords:** cutting mechanism, combined knife, a device for grinding forest residues, forest residues, wood chips, discchippers

Для расчета и анализа энергетических характеристик процесса резания порубочных остатков дисковой рубительной ма-

шиной [1] исследуем дифференциальное уравнение вращательного движения диска с ножами (рис. 1).

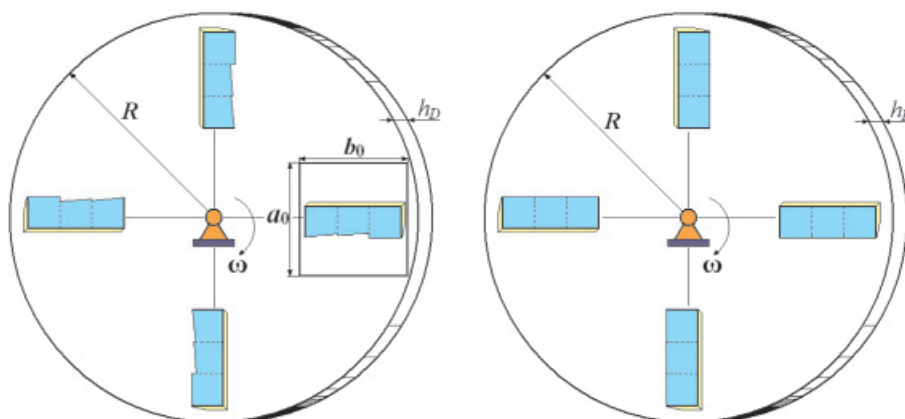


Рис. 1. Расположение на диске режущих элементов с тремя и одним лезвием

Для вывода используем уравнение Лагранжа 2-го рода:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial E}{\partial \phi} = Q_{\phi}, \quad (1)$$

где  $\phi$  – обобщенная координата, угол поворота диска с ножами;  $\dot{\phi} = \omega$  – обобщенная скорость, угловая скорость диска с ножами;  $E$  – кинетическая энергия диска с ножами;  $Q_{\phi}$  – обобщенная сила, действующая на диск с ножами.

Кинетическая энергия диска с ножами:

$$E = E_D + nE_N, \quad (2)$$

где  $E_D$  – кинетическая энергия диска;  $E_N$  – кинетическая энергия ножа;  $n$  – количество ножей на диске.

При вращательном движении имеем:

$$E_D = J_D \frac{\omega^2}{2}; \quad E_N = nJ_N \frac{\omega^2}{2}, \quad (3)$$

где  $J_D, J_N$  – моменты инерции диска и ножа относительно оси вращения [2].

Приближенно можно записать для моментов инерции диска и ножа:

где масса участка I:

$$M_{NI} = \rho_N b_1 \delta (a - \delta \operatorname{ctg} \beta / 2) - \rho_N b_1 \delta (b_1 \operatorname{tg} \alpha_1 - a_1) \cos \beta;$$

масса участка II:

$$M_{NII} = \rho_N (b_2 - b_1) \delta (a - \delta \operatorname{ctg} \beta / 2) - \rho_N (b_2 - b_1) \delta ((b_2 - b_1) \operatorname{tg} \alpha_2 + a_1) \cos \beta;$$

масса участка III:

$$M_{NIII} = \rho_N (b_3 - b_2) \delta (a - \delta \operatorname{ctg} \beta / 2).$$

Теперь формулы для момента инерции традиционного и комбинированного ножей запишутся в виде:

$$J_{Ntr} = M_{Ntr} (\ell + b_3 / 2)^2;$$

$$J_N = (M_{NI} + M_{NII} + M_{NIII}) (\ell + b_3 / 2)^2. \quad (6)$$

Окончательно кинетическая энергия запишется в виде:

$$E = (J_D + nJ_N) \frac{\omega^2}{2}. \quad (7)$$

Обобщенная сила складывается из моментов действующих внешних сил относительно оси вращения диска с ножами [3, 4]:

$$Q_{\phi} = M_{вр} - n(M^z + M^{\mu} + M_T), \quad (8)$$

где  $M_{вр} = \operatorname{const}$  – момент вращения двигателя привода, раскручивающего диск с ножами;  $M^z$  – момент сил сопротивления резанию;  $M^{\mu}$  – момент сил вязкого трения;  $M_T = \operatorname{const}$  – момент силы сухого трения скольжения.

$$J_D = \frac{M_D R^2}{2} = \frac{\rho_D \pi R^2 h_D R^2}{2} = \frac{\rho_D \pi h_D R^4}{2};$$

$$J_N = M_N (\ell + b_3 / 2)^2, \quad (4)$$

где  $M_D, M_N$  – массы диска и ножа;  $\rho_D$  – плотность материала диска;  $R, h_D$  – радиус и толщина диска.

Масса комбинированного и традиционного ножа (рис. 2) определится как

$$M_N = \rho_N G_{N^*}, \quad M_{Ntr} = \rho_N G_{Ntr},$$

где  $G_{N^*}, G_{Ntr}$  – объемы комбинированного и традиционного ножей;  $\rho_N$  – плотность материала ножа.

Объемы традиционного ножа и комбинированного (рис. 2) вычисляются по формулам геометрии для многогранников.

Масса традиционного ножа:

$$M_{Ntr} = \rho_N G_{Ntr} = \rho_N b_3 \delta \left( a - \frac{\delta \operatorname{ctg} \beta}{2} \right). \quad (5)$$

Для комбинированного ножа из трех лезвий общая масса :

$$M_N = M_{NI} + M_{NII} + M_{NIII},$$

Момент режущих сил пропорционален квадрату угловой скорости вращения диска с ножами:

$$M^z = A \omega^2, \quad (9)$$

где коэффициент  $A$  является функцией геометрических и физических параметров и характеристик ножа.

Момент сил вязкого трения пропорционален первой степени угловой скорости вращения диска с ножами [5, 6]:

$$M^{\mu} = B \omega, \quad (10)$$

где коэффициент  $B$  является функцией геометрических и физических параметров и характеристик ножа.

Момент  $M_T$  сил сухого трения скольжения не зависит от угловой скорости вращения диска с ножами, следовательно, обобщенная сила примет вид:

$$Q_{\phi} = M_{вр} - n(A \omega^2 + B \omega + M_T). \quad (11)$$

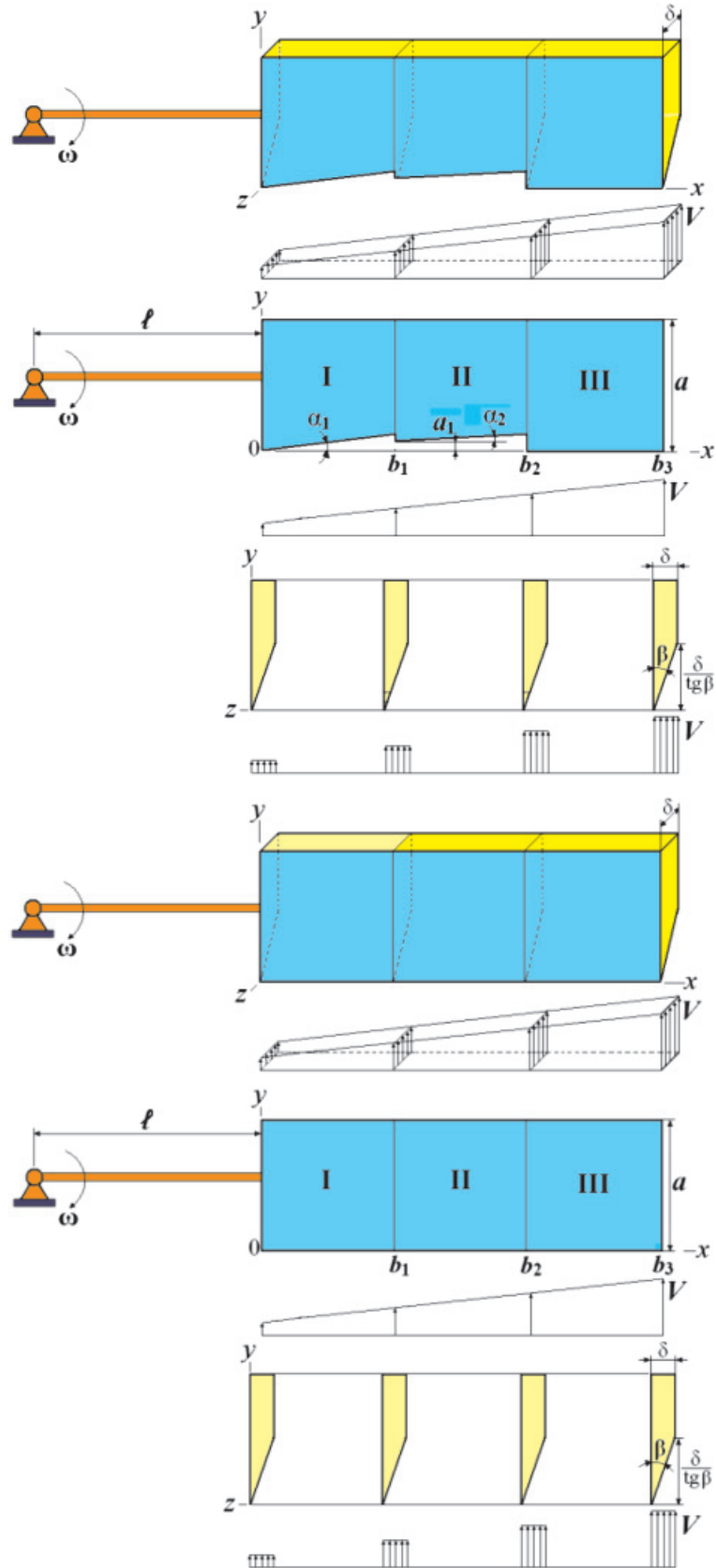


Рис. 2. Общий вид режущего элемента:  
 а – с тремя лезвиями, расположенными ступенчато (комбинированный нож);  
 б – с одним лезвием (традиционный нож)

Вычисляем нужные производные от кинетической энергии в уравнениях Лагранжа 2 рода

$$\frac{\partial E}{\partial \dot{\phi}} = \frac{\partial E}{\partial \dot{\omega}} = (J_D + nJ_N)\dot{\omega};$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E}{\partial \dot{\phi}} \right) = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E}{\partial \dot{\omega}} \right) = (J_D + nJ_N)\ddot{\omega};$$

$$\frac{\partial E}{\partial \phi} = 0.$$

С учетом выражения для обобщенной силы, получим следующее нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение движения диска с ножами:

$$(J_D + nJ_N)\ddot{\omega} = M_{вр} - n(A\omega^2 + B\omega + M_T). \quad (12)$$

Полученное уравнение (13) описывает динамику вращательного движения диска с  $n$  ножами с учетом найденных моментов

внешних сил сопротивления и действующего вращательного момента привода.

Исследуем полученное уравнение движения (12) диска с ножами. Для этого представим его в приведенном виде:

$$\dot{\omega} = c - a_*\omega^2 - b_*\omega, \quad (13)$$

где

$$c = \frac{M_{вр} - nM_T}{J_D + nJ_N}; \quad a_* = \frac{An}{J_D + nJ_N};$$

$$b_* = \frac{Bn}{J_D + nJ_N}.$$

Отсюда, разделяя переменные, получим:

$$\int \frac{d\omega}{a_*\omega^2 + b_*\omega - c} = \int dt.$$

После интегрирования будем иметь:

$$\frac{1}{\sqrt{b_*^2 + 4a_*c}} \ln \left| \frac{2a_*\omega + b_* - \sqrt{b_*^2 + 4a_*c}}{2a_*\omega + b_* + \sqrt{b_*^2 + 4a_*c}} \right| = -t + \ln D,$$

где  $b_*^2 + 4a_*c > 0$ .

Знак модуля опустим, поскольку, выбирая угловую скорость  $\omega$  вращения диска

достаточно большой, можно добиться положительности числителя:

$$\ln \left( \frac{2a_*\omega + b_* - \sqrt{b_*^2 + 4a_*c}}{2a_*\omega + b_* + \sqrt{b_*^2 + 4a_*c}} \right) - \ln D = -t\sqrt{b_*^2 + 4a_*c}$$

или

$$\frac{2a_*\omega + b_* - \lambda}{2a_*\omega + b_* + \lambda} = De^{-\lambda t},$$

где

$$\lambda = \sqrt{b_*^2 + 4a_*c};$$

$$D = (2a_*\omega_0 + b_* - \lambda)/(2a_*\omega_0 + b_* + \lambda)$$

– произвольная постоянная определяется из начальных условий  $\omega(0) = \omega_0$ .

Разрешая полученное уравнение относительно  $\omega$ , получим выражение для угло-

вой скорости вращения, как функции времени [7]:

$$\omega(t) = \frac{\lambda - b_* + D(b_* + \lambda)e^{-\lambda t}}{2a_*(1 - De^{-\lambda t})}. \quad (14)$$

За счет значительного вращательного момента  $M_{вр}$ , входящего в коэффициент  $c$ , показатель  $\lambda$  экспоненциальной функции достаточно велик и переходные процессы установления угловой скорости вращения диска с ножами весьма быстрые.

При  $t \rightarrow \infty$  установившееся значение угловой скорости вращения диска с ножами примет вид:

$$\omega(\infty) = \frac{\lambda - b_*}{2a_*} = \sqrt{\left(\frac{B}{2A}\right)^2 + \frac{M_{вр}}{An} - \frac{M_T}{A} - \frac{B}{2A}}. \quad (15)$$

Это выражение для  $\omega(\infty)$  эквивалентно выражению

$$M_{вр} - n(A\omega^2(\infty) + B\omega(\infty) + M_T) = 0, \quad (16)$$

определяющему равенство нулю суммы моментов внешних сил в установившемся процессе резания порубочных остатков.

Полученные моменты режущих сил, сил вязкого и сухого трения и проведенный анализ динамики движения диска с ножами позволяет оценить мощности всех рассмотренных внешних сил.

Мощность внешних сил при вращательном движении тела определяется по формуле:

$$P = M^E \omega,$$

где  $M^E$  – момент внешних сил относительно оси вращения;  $\omega$  – угловая скорость вращения.

Применительно к рассматриваемой задаче исследования процесса резания порубочных остатков  $n$  ножами, расположенными

$$P = nA\omega^3 + nB\omega^2 + nM_T\omega = n\omega(A\omega^2 + B\omega + M_T). \quad (20)$$

Формулы (17)–(20) позволяют рассчитывать мощности внешних сил как функции параметров движения, геометрических и физических характеристик рассматриваемых ножей.

Мощность сил вращения двигателя привода, раскручивающего диск с ножами равная суммарной мощности сил сопротивления:

$$P_{вр} = M_{вр} \omega = P. \quad (21)$$

Производительность  $\Pi$ , кг/с, процесса резания порубочных остатков может быть оценена как

$$\Pi = k_{\Pi} \rho n a_0 b_0 h \omega, \quad (22)$$

где  $k_{\Pi}$  – коэффициент потерь при резании;  $\rho$  – плотность сплошной среды порубочных остатков;  $n$  – число ножей;  $a_0$ ,  $b_0$  – размеры (рис. 1) окна подачи порубочных остатков;  $h$  – толщина срезаемого слоя порубочных остатков в рубильной машине;  $\omega$  – угловая скорость вращения диска с ножами.

Полученные теоретические оценки процесса измельчения древесины ножами различной конструкции полностью подтвердились при использовании построенной модели, а именно: комбинированный нож (рис. 2, а) с заданными параметрами эффективней, чем традиционный нож (рис. 2, б). Суммарный момент всех сил сопротивления резанию, сил вязкого трения и сухого трения скольжения у комбинированного ножа на  $\approx 9,4\%$  меньше, чем у традиционного ножа при их заданных геометрических характеристиках. При этом «вклад» различных составляющих в такое улучшение характеристик у комбинированного ножа различен:

ми на вращающемся с угловой скоростью  $\omega$  диске, формулы для вычисления мощностей принимают следующий вид.

Мощность момента сил сопротивления резанию:

$$P^z = nM^z \omega = nA\omega^3. \quad (17)$$

Мощность момента сил вязкого трения:

$$P^{\mu} = nM^{\mu} \omega = nB\omega^2. \quad (18)$$

Мощность момента сил сухого трения скольжения:

$$P_T = nM_T \omega. \quad (19)$$

Суммарная мощность сил сопротивления:

– уменьшение собственно сил и момента сил сопротивления резанию составило соответственно  $\approx 0,4$  и  $0,2\%$ .

– уменьшение сил и момента сил вязкого трения составило соответственно  $\approx 3,5$  и  $3,3\%$ .

– уменьшение сил и момента сил сухого трения скольжения составило соответственно  $\approx 4,9$  и  $5,9\%$ .

На такое же число процентов улучшились и такие энергетические характеристики (мощности сил сопротивления) в случае применения комбинированного ножа.

Абсолютное значение суммарной мощности сил сопротивления не превысило 67 кВт при принятых исходных данных. Масса комбинированного ножа получилась меньше, чем традиционного ножа на  $\approx 6\%$ . Показатель  $\lambda \approx 0,63 \text{ с}^{-1}$ , характеризующий длительность переходных процессов при действующих моментах сил сопротивления, практически не изменился при использовании комбинированного ножа. Производительность процесса резания рассматриваемыми ножами, при принятых исходных данных, составила  $\approx 97$  кг/с.

### Список литературы

1. Устройство для измельчения порубочных остатков : Пат. 129452 Рос. Федерация : В27 L11/00 / Фокин С.В., Березников С.В. ; заявитель и патентообладатель ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ». – № 2012157974/13 ; заявл. 27.12.2012 ; опубл. 27.06.2013, Бюл. № 18.

2. Фокин С.В. К построению динамической модели жидкостного наполнителя конической фрезы при измельчении пней / С.В. Фокин, О.Н. Шпортько // Естественные и технические науки : сб. науч. работ. – М.: Спутник+, 2012. – Вып. 2. – С. 466–468.

3. Фокин С.В. О применении устройства для измельчения порубочных остатков при реконструкции защитных лесонасаждений / В.В. Цыплаков, С.В. Фокин // Научное обозрение. – 2011. – № 5. – С. 253–257.

4. Фокин С.В. Моделирование машины для измельчения порубочных остатков / С.В. Фокин // Научное обозрение. – 2011. – № 5. – С. 258–265.

5. Фокин С.В. К обоснованию параметров и режимов работы устройства для измельчения порубочных остатков // Вестник Марийского государственного технического университета. – 2011. – № 3. – С. 36–45.

6. Фокин С.В. О создании комплекса машин для расчистки нераскорчеванных вырубков / В.В. Цыплаков, С.В. Фокин // Вестник Саратовского госагроуниверситета им. Н.И. Вавилова. – 2008. – № 1. – С. 60–63.

7. Фокин С.В. Теоретическое обоснование основных конструктивно-технологических параметров устройства для измельчения порубочных остатков / С.В. Фокин, А.С. Бурлаков // Инновационная деятельность. – 2011. – № 4. – С. 123–130.

### References

1. A device for grinding wood residuals: Pat. 129452 Russia. Federation: B 27L 11/00 / S.V. Fokin, S.V. Bereznikov Applicant and patentee НРЕ «Saratov State Agrarian University». no. 2012157974/13; appl. 27.12.2012, publ. 27.06.2013, Bull. Number 18.

2. Fokin S.V. On the construction of a dynamic model of bevel cutter liquid filler for grinding stumps / S.V. Fokin, O.N. Shportko // Natural and Technical Sciences : Fri. Scientific work. – Moscow: Sputnik+, 2012. Issue. 2. pp. 466–4683.

3. Fokin, S.V. On the application of the device for chopping wood residuals in the reconstruction of protective afforestation / V.V. Tsyplakov, S.V. Fokin // Scientific obozrenie. 2011. no. 5 pp. 253–257.

4. Fokin S.V. Simulation of machine for grinding wood residuals // Scientific obozrenie. 2011. no. 5. pp. 258–265.5.

5. Fokin S.V. Justification of parameters and modes of operation of the device for shredding wood residuals // Bulletin of the Mari State Technical University. 2011. no. 3 pp. 36–45.

6. Fokin S.V. On the establishment of a set of machines to clear felling neraskorchevannyh / V.V. Zyplakov, S.V. Fokin // Bulletin of the Saratov State Agricultural University them. N.I. Vavilov. 2008. no. 1. pp. 60–63.

7. Fokin S.V. The theoretical justification of the major structural and technological parameters of the device for shredding wood residuals / S.V. Fokin, A.S. Burlakov // Innovative deyatelnost. 2011. no. 4 pp. 123–130.

### Рецензенты:

Маштаков Д.А., д.с.-х.н., доцент, заведующий кафедрой «Лесное хозяйство и лесомелиорация», ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный аграрный университет им. Н.И. Вавилова», г. Саратов;

Панкратов В.М., д.т.н., профессор, заместитель директора, Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов.

Работа поступила в редакцию 30.10.2013.