

УДК 004.02

РАЗРАБОТКА И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭВРИСТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ПОИСКА НАИМЕНЬШЕГО ГАМИЛЬТОНОВА ЦИКЛА В ПОЛНОМ ГРАФЕ

Частикова В.А., Власов К.А.

*ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет»,
Краснодар, e-mail: vera-ktas@mail.ru*

В данной работе отражены результаты исследований эвристических методов поиска: генетического и муравьиного алгоритмов – на примере выбранной задачи-поиска наименьшего гамильтонова цикла в полном графе. Для этого средствами Microsoft Visual Studio на языке C# был реализован программный комплекс. На его основе проводилось исследование, настройка и оптимизация параметров генетического алгоритма, таких как: инициализация начальной популяции, скрещивание, оператор мутации, отбор в следующее поколение и других, а также параметров муравьиного алгоритма, таких как концентрация феромона, порядковые коэффициенты, константы α и β . Были разработаны некоторые модификации эвристических алгоритмов, что позволило повысить их эффективность по точности и скорости поиска решений. Для наибольшей точности разработан гибридный муравьино-генетический алгоритм, сочетающий в себе наилучшие модификации муравьиного и генетического алгоритмов. Для проведения сравнительного анализа эффективности работы алгоритмов создан отдельный программный модуль с возможностью регулирования различных исходных параметров исследуемых алгоритмов, а также анализа точности полученного решения и затрачиваемого на его поиск времени.

Ключевые слова: эвристический алгоритм, муравьиный алгоритм, генетический алгоритм, граф, гамильтонов цикл, оптимизация

DEVELOPMENT AND COMPARATIVE ANALYSIS OF HEURISTIC ALGORITHMS TO SEARCH FOR THE MINIMAL HAMILTONIAN CYCLE IN THE COMPLETE GRAPH

Chastikova V.A., Vlasov K.A.

Kuban State Technological University, Krasnodar, e-mail: vera-ktas@mail.ru

In this paper the results of the research of heuristic search methods: genetic and ant algorithms, on the example of selected task – search for the minimal hamiltonian cycle in the complete graph are presented. To do this, Microsoft Visual Studio C# has been implemented the software complex. On its basis was conducted research, configuration and optimization of the genetic algorithm parameters, such as: initialization of initial population, crossover, mutation operator, selection on the next generation and others, as well as the parameters of ant algorithm, such as: concentration of pheromone, ordinal coefficients, constants α and β . Some modifications of heuristic algorithms, which allowed to increase its efficiency by the accuracy and speed of the solutions search, are developed. For maximum accuracy hybrid ant-genetic algorithm is developed that combines the best modifications of ant and genetic algorithms. For carrying out of the comparative analysis of algorithms efficiency was created the separate program module with a possibility of regulation of various input parameters of the studied algorithms and analysis of the received solution accuracy and the searching time.

Keywords: heuristic algorithm, ant algorithm, genetic algorithm, graph, hamiltonian cycle, optimization

В настоящее время в процессе оптимизации параметров сложных систем [2] все чаще применяются природные механизмы поиска [6]; интенсивно разрабатывается научное направление Natural Computing – «Природные вычисления», к которым можно отнести:

- Genetic Algorithms – генетические алгоритмы;
- Evolution Programming – эволюционное программирование;
- Neural Network Computing – нейросетевые вычисления;
- DNA Computing – ДНК-вычисления;
- Cellular Automata – клеточные автоматы;
- Ant Colony Algorithms – муравьиные алгоритмы.
- Прочие алгоритмы роевого интеллекта.

Цель исследования. В данной работе отражены результаты исследований двух

эвристических алгоритмов: генетического и муравьиного, которые проводились на примере задачи поиска наименьшего гамильтонова цикла в полном графе (кратчайшего замкнутого маршрута, проходящего через все его вершины), оценена целесообразность использования того или иного метода, а также исследована эффективность работы эвристических алгоритмов с применением разработанных модификаций.

Генетический алгоритм (ГА) – эвристический алгоритм, постепенно улучшающий некоторое текущее приближенное решение путём случайного подбора, комбинирования и вариации искомого параметров с использованием механизмов, напоминающих биологическую эволюцию.

В процессе исследования были разработаны следующие модификации ГА: «модификация жадным алгоритмом», «несколько

популяций» и «модификация методом ветвей и границ». Они ускоряют процесс сходимости к оптимуму, а также всегда позволяют найти эффективное решение [3].

Муравьиный алгоритм

Колония муравьев может рассматриваться как многоагентная система, в которой каждый агент (муравей) функционирует автономно по определенным правилам. В противовес почти примитивному поведению агентов, поведение всей системы получается на удивление разумным [1]. Примером подтверждения оптимальности поведения муравьиных колоний служит тот факт, что сеть их муравейника близка к минимальному остовному дереву графа. В 1990-х гг. появляются так называемые муравьиные алгоритмы (МА) оптимизации (англ. Ant Colony Optimization, ACO), имитирующие поведение муравьиной колонии и применяемые для решения различных классов задач. На сегодняшний день эти методы стали весьма конкурентноспособны по сравнению с другими эвристическими алгоритмами оптимизации [5–6].

Обычно процесс поведения муравьев моделируют на некотором графе. В данной статье рассмотрена его реализация для поиска наименьшего гамильтонова цикла в полном графе, для которого основное правило поведения муравьев можно отобразить следующей формулой:

$$P_{ij}(t) = \frac{\tau_{ij}(t)^\alpha \cdot \left(\frac{1}{d_{ij}}\right)^\beta}{\sum \tau_{ij}(t)^\alpha \cdot \left(\frac{1}{d_{ij}}\right)^\beta}, \quad (1)$$

где $P_{ij}(t)$ – вероятность перехода из вершины i в вершину j в текущий момент времени; $\tau_{ij}(t)$ – концентрация феромона (следа, оставляемого муравьями), которая определяет предпочтительность движения по данному пути; d_{ij} – его длина, а α и β – некоторые константы, определяющие работу алгоритма, задаваемые пользователем.

На каждой итерации алгоритма изменение концентрации феромона происходит по нижеприведенной формуле

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \frac{Q}{L_k(t)}, \quad (2)$$

где Q – параметр, имеющий значение порядка обрабатываемых длин; L_k – длина маршрута; ρ – коэффициент испарения феромона.

Смысл данной формулы заключается в том, что каждый раз, когда муравей про-

ходит по какому-либо отрезку, он оставляет след феромона в размере, обратно пропорциональном длине этого отрезка. Чем большее количество раз муравьи пройдут по некоторому пути, тем выше будет концентрация феромона, тем с большей вероятностью они будут снова выбирать этот путь.

Повысить эффективности работы алгоритма можно путем ведения так называемых «элитных» муравьев, которые усиливают рёбра лучшего текущего маршрута, найденного с начала работы алгоритма. Тогда если в колонии есть e элитных муравьев, то рёбра маршрута получают дополнительное количество феромона по нижеприведенной формуле

$$\tau_{ij}(t) = \tau_{ij}(t) + e \frac{Q}{L}, \quad (3)$$

где e – количество элитных муравьев; L – длина наилучшего текущего маршрута.

То есть после каждой итерации увеличивается концентрация феромона на тех ребрах, по которым проложен самый эффективный путь. Таким образом, ускоряется сходимость к оптимуму посредством увеличения концентрации феромона на отдельно взятых ребрах. По результатам проведенных исследований, наиболее оптимальным количеством элитных муравьев является 3, данное число сочетает в себе баланс скорости сходимости и точности получаемых решений. При $e = 1$ точность наиболее высока, а при увеличении этого значения требуется все меньшее количество итераций для получения локального тупика, когда дальнейшая работа алгоритма не приводит к улучшению результата [1].

Исследование влияния параметров и некоторых модификаций

Подобрать оптимальные значения параметров α и β из формулы (1) возможно экспериментальным путем. Для вышеописанного алгоритма было проведено исследование влияния этих параметров на эффективность полученных решений. Для произвольно сгенерированных 80 вершин графа в табл. 1 отображены полученные значения, лучшие сочетания выделены цветом.

Из таблицы видно, что изменение значений параметров α и β приводит к существенным изменениям полученных решений. Лучшие результаты были получены при следующих значениях параметров: ($\alpha = 2$, $\beta = 1$) и ($\alpha = 1$, $\beta = 5$). Увеличение значения первого параметра (увеличивается зависимость получаемого решения от концентрации феромона) приводит к увеличению разброса решений, в данном случае работа муравьиного алгоритма носит ско-

рее эвристический характер. Увеличение значения второго параметра (увеличивается зависимость получаемого решения от длины) приводит к уменьшению разброса решений, и алгоритм начинает работать, прежде всего, как «точный» метод. Далее проведем исследование работы указанных вариантов алгоритма. Для удобства условно назовем МА с ($\alpha = 2, \beta = 1$) эвристическим муравьиным алгоритмом (ЭМА), а МА с ($\alpha = 1$ и $\beta = 5$) точным муравьиным алгоритмом (ТМА).

Таблица 1

Зависимость эффективности решения от выбранных параметров на примере задачи с 80 точками

Параметры	Лучшее решение	Худшее решение	Средний результат
$\alpha = 1$ и $\beta = 1$			
100 итераций	6501	7384	6999
1000 итераций	4126	4996	4649
$\alpha = 2$ и $\beta = 1$			
100 итераций	3657	4675	4289
1000 итераций	3506	3814	3708
$\alpha = 5$ и $\beta = 1$			
100 итераций	4321	4909	4556
1000 итераций	4249	4337	4296
$\alpha = 0$ и $\beta = 1$			
100 итераций	10097	11188	10657
1000 итераций	9857	10481	10185
$\alpha = 1$ и $\beta = 2$			
100 итераций	4015	4464	4219
1000 итераций	3569	3762	3653
$\alpha = 1$ и $\beta = 5$			
100 итераций	3509	3582	3554
1000 итераций	3471	3493	3482
$\alpha = 1$ и $\beta = 0$			
100 итераций	15551	15578	15563
1000 итераций	12750	13402	13152

Для МА были разработаны следующие модификации:

- 1) «предварительный расчет начальной концентрации феромона (РК)»;
- 2) «расчет начального пути методом наименьших отрезков (МНО)»;
- 3) «сглаживание методом ветвей и границ (МВГ)».

Под первой модификацией подразумевается, что начальная концентрация феромона рассчитывается из матрицы расстояний до работы основного цикла. Эта модификация подобна работе большого количества элитных муравьев, когда усиливается скорость сходимости, но падает точность вычислений. Вторая модификация

предполагает, что начальное приближение пути рассчитывается по методу наименьших отрезков, который благодаря элитным муравьям станет приоритетным на начальных этапах итераций, то есть также возрастает скорость сходимости в разы, но падает точность. Третья модификация вступает в силу после применения элитных муравьев на каждой итерации, но только во второй половине основного цикла алгоритма, для того чтобы не тратить временные ресурсы на поиск заведомо неэффективных решений. Сглаживание ведется методом ветвей и границ для каждых пяти точек всего пути, то есть данная модификация позволяет избежать угловатостей и ускорить не только процесс сходимости, но и повысить точность найденного решения [1].

Для сравнительного анализа предложенных модификаций на основе полученных ТМА и ЭМА построим таблицу для тех же 80 точек, что и в табл. 1, а также добавим результаты работы для 30 и 150 вершин; количество итераций 1000.

Таким образом, можно сделать выводы, что модификации, такие как РК и МНО, целесообразно использовать для быстрого получения эффективного решения, так как сходимость в данном случае крайне высока и необходимость в большом количестве итераций отпадает, однако вероятность получения оптимального решения для большого количества точек минимальна. Максимальную эффективность данные модификации показали при использовании муравьиного алгоритма с $\alpha > \beta$, так как в ТМА и так уже используются точные вычисления благодаря большому значению β (длины отрезков в значительной мере влияют на вероятность перехода муравья из одной вершины в другую) и использование иных традиционных алгоритмов только ухудшает его работу. Модификация методом ветвей и границ всегда улучшает работу любого МА с незначительной потерей скорости работы, поэтому оптимальные решения были получены именно с этой модификацией в ТМА (они выделены в табл. 2). Однако хоть ТМА и всегда находит решение лучше, чем ЭМА с любыми модификациями, но привязка к длине отрезка в большей степени, чем к концентрации феромона, может привести к нахождению локального тупика (когда дальнейшая работа алгоритма не улучшит полученное решение).

Выводы

Для сравнительного анализа эффективности работы эвристических алгоритмов был реализован программный комплекс [4], в котором проводилось исследование

различных методов оптимизации, а также анализировались их модификации. Лучшие реализации муравьиного и генетического алгоритмов были объединены в гибридный муравьино-генетический алгоритм (МГА), в котором инициализация начальной попу-

ляции происходит путем применения МА, после чего алгоритм начинает работать как ГА. В этом случае генетический алгоритм уже оперирует с результатами МА, совершенствуя общий результат посредством скрещивания.

Таблица 2

Сравнительный анализ модифицированного и не модифицированного МА

Название	30 точек		80 точек		150 точек	
	Лучшее решение	Худшее решение	Лучшее решение	Худшее решение	Лучшее решение	Худшее решение
ТМА	2236	2236	3471	3493	4820	4930
ЭМА	2271	2449	3506	3814	5479	5885
ТМА с РК	2236	2236	3483	3532	5043	5220
ЭМА с РК	2236	2236	3488	3634	5203	5244
ТМА с МНО	2236	2236	3499	3539	4949	5011
ЭМА с МНО	2253	2367	3634	3736	5153	5280
ТМА с МВГ	2236	2236	3469	3489	4808	4911
ЭМА с МВГ	2243	2312	3499	3812	5649	5967
ТМА со всеми модификациями	2236	2236	3475	3486	5037	5061
ЭМА со всеми модификациями	2236	2236	3485	3642	5146	5251

В разработанном программном комплексе имеется возможность выбора различных алгоритмов поиска, просмотра затраченного времени на поиск и длины полученного реше-

ния, а также настройки основных параметров эвристических алгоритмов. Результаты работы (длины найденных путей) исследуемых алгоритмов для 100–140 точек отражены на рис. 1.

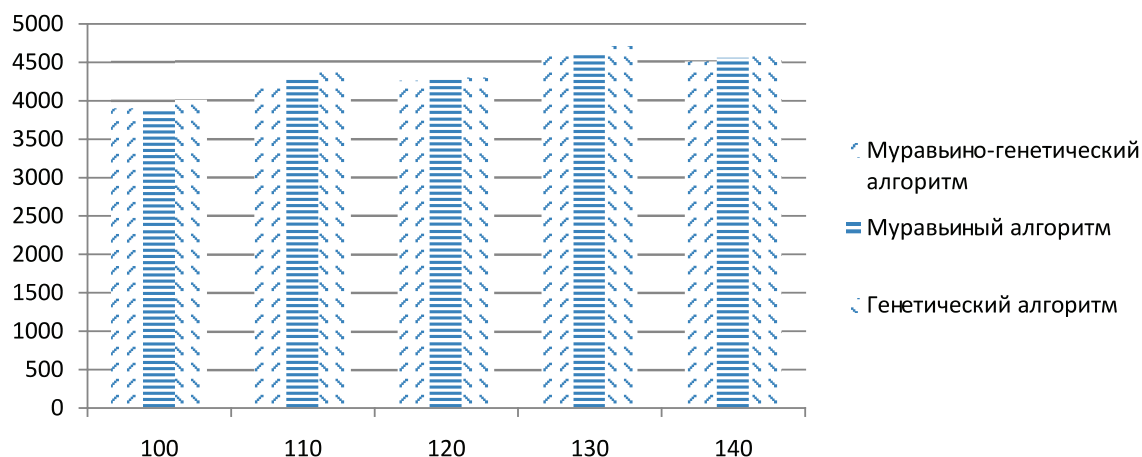


Рис. 1. Сравнительный анализ полученных решений для 100–140 точек

Из рисунка видно, что до 140 точек генетический алгоритм незначительно уступает другим алгоритмам в точности найденного решения. На рис. 2 отражены результаты работы алгоритмов для 300–340 точек. Здесь модифицированный генетический алгоритм значительно уступает гибридно-

му и муравьиному алгоритмам в точности определения длины найденного маршрута, поэтому можно сделать вывод, что его не следует применять в задачах с большим количеством исходных данных – для относительно быстрого поиска решений целесообразно использовать МА или МГА.

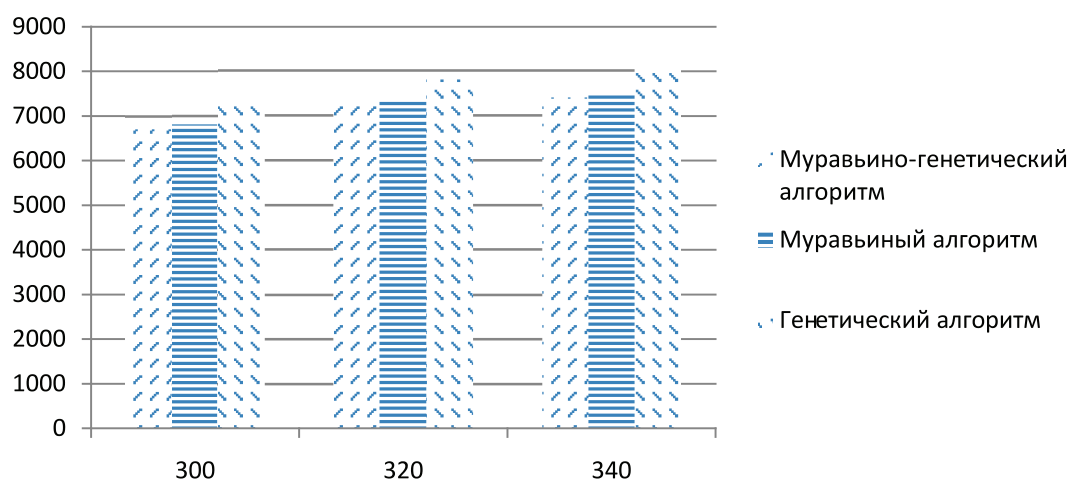


Рис. 2. Сравнительный анализ полученных решений для 300–340 точек

Список литературы

1. Курейчик В.М., Кажаров А.А. О некоторых модификациях муравьиного алгоритма Известия ЮФУ. Технические науки. Тематический выпуск «Интеллектуальные САПР». – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2008. – № 4(81). – 268 с.
2. Мальхина М.П. Базы данных: основы, проектирование, использование: учебное пособие. – 2-е изд. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 528 с.
3. Мальхина М.П., Частикова В.А., Власов К.А. Исследование эффективности работы модифицированного генетического алгоритма в задачах комбинаторики // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 3; URL: www.science-education.ru/109-9254 (дата обращения: 02.07.2013).
4. Частикова В.А., Власов К.А. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011616886. Программный комплекс для исследования и сравнительного анализа работы модифицированного генетического алгоритма: зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 6 сентября 2011.
5. Чураков М., Якушев А. Муравьиные алгоритмы [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://rain.ifmo.ru/cat/data/theory/unsorted/ant-algo-2006/article.pdf> (дата обращения: 03.06.13).
6. Штовба С.Д. Муравьиные алгоритмы // ExponentaPro. Математика в приложениях. – 2003. – № 4.

References

1. Kureichik V.M., Kazharov A.A. O nekotorykh modifikatsiyah murav'inogo algoritma. Izvestiya YUFU. Tehnicheskie nauki. Tematicheskii vypusk «Intel'ktual'nye SAPR». Taganrog: Izd-vo TTI YUFU, 2008, no. 4(81). 268 p.

2. Malykhina M.P. Bazydannyh: osnovy, proektirovanie, ispol'zovanie. Uchebnoeposobie. 2-e izd. SPb.: BHV-Peterburg, 2006. 528 p.

3. Malykhina M.P., Chastikova V.A., Vlasov K.A. Issledovanie effektivnosti raboty modifitsirovannogo geneticheskogo algoritma v zadachah kombinatoriki // Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya. 2013. no. 3; URL: www.science-education.ru/109-9254 (data obrascheniya: 02.07.2013).

4. Chastikova V.A., Vlasov K.A. Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registracii programmy dlya EVM no. 2011616886. Programmnyi kompleks dlya issledovaniya i sravnitel'nogo analiza raboty modifitsirovannogo geneticheskogo algoritma: zaregistrirvano v Reestre programmdlya EVM 6 sentyabrya 2011.

5. Churakov M., Yakushev A. Murav'inye algoritmy [Elektronnyiresurs] Rezhimdostupa: <http://rain.ifmo.ru/cat/data/theory/unsorted/ant-algo-2006/article.pdf> (data obrascheniya: 03.06.13).

6. Shtovba S.D. Murav'inyealgoritmy // Exponenta Pro. Matematika v prilozheniyah, 2003, no. 4.

Рецензенты:

Видовский Л.А., д.т.н., доцент, профессор кафедры ИСП, ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет», г. Краснодар;

Ключко В.И., д.т.н., профессор кафедры ИСП, ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный технологический университет», г. Краснодар.

Работа поступила в редакцию 01.08.2013.