УДК 51:334:336.7

МЕРЫ НЕЧЕТКОСТИ МНОЖЕСТВ, ПОРОЖДАЕМЫХ МОДЕЛЬЮ АЛЬТМАНА

Бамадио Б., Семенчин Е.А.

ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный университет», Краснодар, e-mail: anadama@mail.ru

Предложена методика построения оценки кредитоспособности предприятия, основанная на результатах анализа известной модели Альтмана и использующая понятия и результаты теории нечетких множеств. В этой методике при анализе показателей, влияющих на платежеспособности рассматриваемых предприятий, впервые используется способ оценки меры нечеткости рассматриваемых подмножеств. Предполагается, что нечеткие множества порождены самой моделью. Меры принадлежности элементов нечетким множествам порождаются апостериорными вероятностями банкротства предприятия. Мера нечеткости определяется как расстояние от данного множества до ближайшего к нему обычного четко заданного множества. Методика позволяет провести ранжирование рассматриваемых нечетких подмножеств, что вносит определенную ясность при анализе возможности банкротства предприятия. На основе методики, предложенной в данной работе, могут быть построены другие методики оценки кредитоспособности предприятия, использующие результаты теории нечетких множеств и основанные на хорошо зарекомендовавших себя в прикладных исследования методиках: методике оценки кредитоспособности Сбербанка России, методике кредитного скоринга, американской методике, методике Бивера и других.

Ключевые слова: нечеткие множества, оценка кредитоспособности предприятия, банкротство предприятия, лингвистическая переменяя, платежеспособность предприятия

MEASURES OF FUZZY SETS GENERATED BY MODEL ALTMAN

Bamadio B., Semenchin E.A.

Kuban state university, Krasnodar, e-mail: anadama@mail.ru

The designed method to evaluate the company's solvency is based on research analysis of the famous model of Altman, using the concept and results of the theory of fuzzy sets. Firstly, in this method, the analysis of indicators affecting solvency of examined companies, use measures of evaluation of fuzzy sets. We suppose that fuzzy sets are generated by the model itself. Action of points belonging to fuzzy sets generates a posteriori probability of the company bankruptcy. The fuzzy measure is defined as the distance from a given set to another closer, and usually well defined. The methodology allows conducting a ranking of fuzzy sets examined to provide some clarity in analysis of a possible bankruptcy of the company. On the basis of the proposed method in this work, other methods of evaluation of companies 'solvency can be designed by using the results of the theory of fuzzy sets methods, based on well-established techniques in the applied research: method of assessment of the solvency of the saving bank of Russia, the credit scoring methods, the American method, Beaver method and others.

Keywords: fuzzy sets, evaluation of the company's solvency, companies' bankruptcy, linguistic variables, the solvency of the company

Наиболее распространенной моделью, позволяющей оценить возможность банкротства предприятия, является модель Альтмана **(** – модель**)** которая применительно к экономике США имеет вид [5]:

$$z = 1,2k_1 + 1,4k_2 + 3,3k_3 + 0,6k_4 + 1,0k_5, \quad (1)$$

где k_1 = собственный оборотный капитал/сумма активов; k_2 = нераспределенная прибыль/сумма активов; k_3 = прибыль до уплаты процентов/сумма активов; k_4 = рыночная стоимость собственного капитала/заемный капитал; k_5 = объем продаж/сумма активов:

- при $0 \le z \le 1,8$ вероятность банкротства предприятия $p \in [0,8; 1]$,
- при $1,81 \le z \le 2,77$ $p \in [0,35; 0,5]$,
- при $2,8 \le z \le 2,99$ $p \in [0,15; 0,2]$,
- при $z \ge 3$ вероятность банкротства предприятия p незначительна (достаточно мала) и $p \to 0$ при $z \to \infty$.

В модели (1) параметры $k_1, ..., k_5$ не могут быть измерены точно. Поэтому в оценке значений z неизбежно появляются оценки возможности банкротства: «очень высокая», «средняя», «возможна», «маленькая». Следовательно, модель (1) порождает нечеткие множества, которым принадлежат значения величины z, а значения функций принадлежности этих множеств совпадают с вероятностями банкротства предприятия.

Цель данной работы – используя аппарат теории нечетких множеств и модель Альтмана (1) разработать методику оценки возможности банкротства предприятия.

В настоящее время нечеткие множества активно используются на практике при анализе рисков банкротства предприятий [3]. Новизна данной работы – впервые методика оценки меры нечеткости множеств использована при анализе показателей, влияющих (согласно модели Альтмана) на платежеспособность рассматриваемых предприятий.

Лингвистическая переменная

Лингвистическая переменная Ω определяется набором [1, 3]:

$$\Omega = \langle \omega, T(\omega), U, G, M \rangle \quad (2)$$

где ω – название переменной; T(ω) – терм-множество, т.е. множество имен значений ω. При этом каждому имени соответствует нечеткое подмножество X, определенное на универсальном множестве U, на котором задана переменная u, G – синтаксическое правило, порождающее T, M – семантическое правило, ставящее в соответствие каждому элементу T(ω) нечеткое подмножество $X \in U$.

При оценке кредитоспособности предприятия с помощью z-модели определим лингвистическую переменную Ω как «возможность банкротства предприятия». Синтаксическое правило G, налагаемое на переменную **Ω,** определим набором {высокая, средняя, небольшая, маленькая}. Тогда полное терм-множество значений T имеет вид:

$$T = \begin{Bmatrix} \text{возможность банкротства высокая, возможность банкротства средняя,} \\ \text{возможность банкротства небольшая, возможность банкротства маленькая} \end{Bmatrix}$$

Функция принадлежности

Функция принадлежности $\mu_A(u)$ – это функция, областью определения которой является носитель U, $u \in U$, а областью значений – единичный интервал [0; 1] [2, 3, 4]. Чем больше значение $\mu_A(u)$, тем выше оценивается степень принадлежности элемента носителя U нечеткому множеству A. В нашем случае в качестве носителя выберем $U = \{X,\ p,\ p \in R,\ 0 \le p \le 1\}$, где p – вероятность банкротства предприятия, соответствующая значению z, найденного с помощью уравнения (1). На этом носителе определим функции принадлежности: для значения p_1 – , p_2 – , p_3 – , p_4 – , причем первая из них отвечает нечеткому подмножеству X_1, вторая – X_2, третья – X_3 а четвертая – X_4, где X_1– «возможность банкротства высокая»; X_2– «возможность банкротства средняя»; X_3 – «возможность банкротства небольшая»; X_4– «возможность банкротства маленькая».

Будем предполагать, что функции принадлежности подмножеств X_1, X_2, X_3, X_4 имеют вид (см. также рисунок, на котором представлены функции принадлежности $\mu_{X_1}(u)$, $\mu_{X_2}(u)$, $\mu_{X_3}(u)$, $\mu_{X_4}(u)$ нечетких подмножеств «возможность банкротства предприятия», соответствующих X_1, X_2, X_3, X_4):

$$\mu_{X_1} = \begin{cases} \dfrac{10p-5}{3}, \text{ если } 0{,}5 \le p < 0{,}8, \\ 1, \text{ если } 0{,}8 \le p \le 1; \end{cases} \tag{3}$$

$$\mu_{X_2} = \begin{cases} \dfrac{100p-20}{15}, \text{ если } 0{,}2 \le p < 0{,}35, \\ 1, \text{ если } 0{,}35 \le p < 0{,}5, \\ \dfrac{8-10p}{3}, \text{ если } 0{,}5 \le p \le 0{,}8; \end{cases} \tag{4}$$

$$\mu_{X_3} = \begin{cases} \dfrac{100p-5}{10}, \text{ если } 0{,}05 \le p \le 0{,}15, \\ 1, \text{ если } 0{,}15 < p \le 0{,}2, \\ \dfrac{35-100p}{15}, \text{ если } 0{,}2 < p \le 0{,}35; \end{cases} \tag{5}$$

$$\mu_{X_4} = \begin{cases} 1, \text{ если } 0 \le p < 0{,}05, \\ \dfrac{15-100p}{10}, \text{ если } 0{,}05 \le p \le 0{,}15. \end{cases} \tag{6}$$

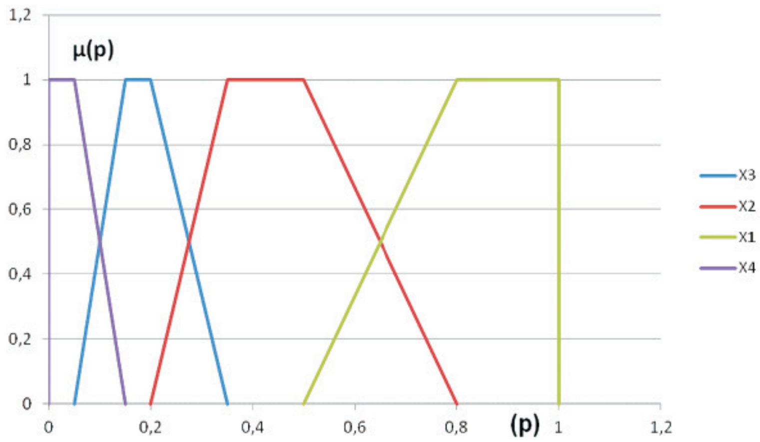
Тогда

$$X_1 = \int\limits_{0{,}5 \le p \le 1} u_{X_1}(p)/p = \int\limits_{0{,}5 \le p < 0{,}8} \left(\frac{10p-5}{3}\right)\Big/ p + \int\limits_{0{,}8 \le p \le 1} 1\!\big/\!p = \\ = \left(\frac{0}{0{,}5} + \frac{0{,}33}{0{,}6} + \frac{0{,}66}{0{,}7} + \frac{1}{0{,}8} + \frac{1}{0{,}9}\right); \tag{7}$$

$$X_2 = \int\limits_{0,2\le p\le 0,8} u_{X_2}(p)/p = \int\limits_{0,2\le p<0,35} \left(\frac{100p-20}{15}\right)\Big/p + \int\limits_{0,35\le p\le 0,5} 1\Big/p + \int\limits_{0,5<p\le 0,8} \left(\frac{8-10p}{3}\right)\Big/p =$$
$$= \left(\frac{0}{0,2}+\frac{0,33}{0,25}+\frac{0,66}{0,3}+\frac{1}{0,35}+\frac{1}{0,5}+\frac{0,66}{0,6}+\frac{0,33}{0,7}+\frac{0}{0,8}\right); \quad (8)$$

$$X_3 = \int\limits_{0,05\le p\le 0,35} u_{X_3}(p)/p = \int\limits_{0,05\le p\le 0,15} \left(\frac{100p-5}{10}\right)\Big/p + \int\limits_{0,15<p\le 0,2} 1\Big/p + \int\limits_{0,2<p\le 0,35} \left(\frac{35-100p}{15}\right)\Big/p =$$
$$= \left(\frac{0}{0,05}+\frac{0,4}{0,09}+\frac{0,5}{0,1}+\frac{1}{0,15}+\frac{1}{0,2}+\frac{0,66}{0,25}+\frac{0,33}{0,3}+\frac{0}{0,35}\right); \quad (9)$$

$$X_4 = \int\limits_{0\le p\le 0,15} u_{X_4}(p)/p = \int\limits_{0\le p<0,05} 1\Big/p + \int\limits_{0,05\le p<0,15} \left(\frac{15-100p}{10}\right)\Big/p =$$
$$= \left(\frac{1}{0}+\frac{1}{0,05}+\frac{0,5}{0,1}+\frac{0,2}{0,13}+\frac{0}{0,15}\right). \quad (10)$$



Графики функции принадлежности нечетких подмножеств X_1, X_2, X_3, X_4

Меры нечеткости множеств

Для определения степени нечёткости множества используется мера его нечёткости, сводящаяся к измерению уровня различия между нечетким множеством A и четким множеством A_0, соответствующим A [3, 4].

Мера нечеткости множества A определяется как расстояние $d(A)$ от этого множества до ближайшего к нему обычного четко заданного множества A_0:

$$d(A) = \rho(\mu_A, \mu_{A_0})\ (\mu_i \in U). \quad (11)$$

Обычным множеством, ближайшим к нечеткому A с функцией принадлежности $\mu_A(u)$ ($\mu_i \in U$), называют подмножество $A_0 \in U$, характеристическая функция которого имеет вид:

$$\mu_{A_0} = \begin{cases} 1, \text{ если } & \mu_A > 0,5, \\ 0, \text{ если } & \mu_A < 0,5, \\ 1 \text{ или } 0, \text{ если } & \mu_A = 0,5. \end{cases} \quad (12)$$

Основные обычные подмножества X_{1_0}, X_{2_0}, X_{3_0}, X_{4_0}, соответственно ближайшие к X_1, X_2, X_3 и X_4, имеют вид:

- $X_{1_0} = \left\{\frac{0}{0,5}+\frac{0}{0,6}+\frac{1}{0,7}+\frac{1}{0,8}+\frac{1}{0,9}\right\};$
- $X_{2_0} = \left\{\frac{0}{0,2}+\frac{0}{0,25}+\frac{1}{0,3}+\frac{1}{0,35}+\frac{1}{0,5}+\frac{1}{0,6}+\frac{0}{0,7}+\frac{0}{0,8}\right\};$

$$\blacksquare\ X_{3_0} = \left\{ \frac{0}{0{,}05} + \frac{0}{0{,}09} + \frac{1}{0{,}1} + \frac{1}{0{,}15} + \frac{1}{0{,}2} + \frac{1}{0{,}25} + \frac{0}{0{,}3} + \frac{0}{0{,}35} \right\};$$

$$\blacksquare\ X_{4_0} = \left\{ \frac{1}{0} + \frac{1}{0{,}05} + \frac{1}{0{,}1} + \frac{0}{0{,}13} + \frac{0}{0{,}15} \right\}.$$

Найдем меры нечеткости определенных выше подмножеств X_1, X_2, X_3, X_4.

Вычислим меры нечеткости по линейной метрике:

$$d^L(X_1) = |0-0| + |0{,}33-0| + |0{,}66-1| + |1-1| + |1-1| = 0{,}67;$$

$$d^L(X_2) = |0-0| + |0{,}33-0| + |0{,}66-1| + |1-1| + |1-1| + |0{,}66-1| + |0{,}33-0| + |0-0| = 1{,}34;$$

$$d^L(X_3) = |0-0| + |0{,}4-0| + |0{,}5-1| + |1-1| + |1-1| + |0{,}66-1| + |0{,}33-0| + |0-0| = 1{,}57;$$

$$d^L(X_4) = |1-1| + |1-1| + |0{,}5-1| + |0{,}2-0| + |0-0| = 0{,}7$$

и по метрике Евклида:

$$d^E(X_1) = \sqrt{(0-0)^2 + (0{,}33-0)^2 + (0{,}66-1)^2 + (1-1)^2 + (1-1)^2} = 0{,}473;$$

$$d^E(X_2) = \sqrt{(0-0)^2 + (0{,}33-0)^2 + (0{,}66-1)^2 + (1-1)^2 + (1-1)^2 + (0{,}66-1)^2 + (0{,}33-0)^2 + (0-0)^2} = 0{,}670;$$

$$d^E(X_3) = \sqrt{(0-0)^2 + (0{,}4-0)^2 + (0{,}5-1)^2 + (1-1)^2 + (1-1)^2 + (0{,}66-1)^2 + (0{,}33-0)^2 + (0-0)^2} = 0{,}796;$$

$$d^E(X_4) = \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2 + (0{,}5-1)^2 + (0{,}2-0)^2 + (0-0)^2} = 0{,}538.$$

Из этих вычислений следует, что подмножество X_3 является более нечетко заданным по сравнению с подмножествами X_1, X_2 и X_4, так как меры нечеткости X_3 при любой метрике больше соответствующих мер нечеткости подмножеств X_1, X_2 и X_4.

Совершенно аналогично: X_2 – более нечетко задано по сравнению с X_1, X_4; X_4 – более нечетко задано по сравнению с X_1. Пусть $X > Y$ означает, что X более нечетко задано, чем Y. Тогда X_1, X_2, X_3, X_4 можно ранжировать следующим образом:

$$X_3 > X_2 > X_4 > X_1.$$

Следовательно, из всей совокупности $\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ наиболее нечетко заданным является X_3 – «возможность банкротства небольшая», а наименее нечетко заданным является X_1 – «возможность банкротства высокая».

Список литературы

1. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. – М.: Мир, 1976. – 167 с.

2. Козлов В.Н. Математика и информатика. – СПб.: Питер, 2004. – 266 с.

3. Конышева Л.К., Назаров Д.М. Основы теории нечетких множеств / Л.К. Конышева, Д.М. Назаров. – СПб.: Питер, 2011– 192 с.

4. Уоссерман Ф. Нейрокомпьютерная техника: теория и практика. – М.: Мир, 1992. – 184 с.

5. Altmanm E.I. Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy // The Journal of Finance. – September 1968. – P. 589 – 609.

References

1. Zade L. The concept of a linguistic variable and its application to the adoption of approximate solutions: Text ed. Moscow: Publishing House of Peace, 1976. 167 p.

2. Kozlov V.N. Mathematics and Computer Science: SPb. Piter, 2004. 266 p.

3. Konysheva L.K., Nazarov D.M. Fundamentals of the theory of fuzzy sets. SPb.: Publisher Peter, 2011. 192 p.

4. Uosserman F. Neurocomputing technique: Theory and practice. Text ed. Moscow: Publishing House of Peace, 1992. 184 p.

5. Altmanm E.I. Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy // The Journal of Finance. September 1968. pp. 589–609.

Рецензенты:

Попова Е.В., д.э.н, к.ф.-м.н, профессор, заведующий кафедрой информационных систем, ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный аграрный университет», г. Краснодар;

Уртенов М.А.Х., д.ф.-м.н, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики, ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный университет», г. Краснодар.

Работа поступила в редакцию 11.01.2013.