

УДК 338.27:51

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПРОИЗВОДСТВА–ПОТРЕБЛЕНИЯ: ХАРАКТЕРИСТИКА И УСЛОВИЯ НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТИ ГРАФОВЫХ МОДЕЛЕЙ

Ивлев М.А.

Павловский филиал ФГБОУ ВПО «Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева», Павлово Нижегородской обл., e-mail: ivlev-ma@yandex.ru

В состав субъектов общественного производства включена категория потребителей, что позволило ввести в обиход новый класс производственных в широком смысле систем, определенный как системы производства–потребления. Развитая теория производства–потребления и ее интерпретация в виде цепочечных бинарных структур обусловили выбор конечного плоского ориентированного графа с потоками в качестве базовой модели теории. Дана характеристика компонентов модели (вершин и дуг) различных структурных типов, сформулированы целевые функции и ограничения, необходимые и достаточные для решения ряда актуальных оптимизационных задач. Показаны источники потенциальных ошибок в расчетах концептуальных параметров систем производства–потребления, сформулированы условия корректности конечного орграфа задачам оптимизации. Предложена методика устранения противоречий графовых моделей решаемым задачам. Рассмотрен пример применения моделей и апробации методики компенсации ошибок.

Ключевые слова: теория производства–потребления, корректность графовых моделей, ошибки моделирования

MATHEMATICAL BASES OF THE MANUFACTURE–CONSUMPTION THEORY: THE CHARACTERISTIC AND CORRECTNESS CONDITIONS OF GRAPH MODELS

Ivlev M.A.

*Pavlovo branch of Nizhniy Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev,
Pavlovo in Nizhniy Novgorod region, e-mail: ivlev-ma@yandex.ru*

We offered that modern subjects of a social production in problems of adaptive management should be considered as production-consumption system. The theory of such systems developed by the author – the theory of production-consumption operates with elements of the quality of life of the consumer, «transferred» by goods. Then we made the analysis of the finite planar focused graphs as models of the theory of production-consumption of goods in open social and economic systems. Formulas are given in article for criterion functions and the restrictions necessary and sufficient for the solution of a number of actual optimizing tasks. In article the communication between dimension of a vector of decisions and model parameters is shown. Classification of possible errors of modeling, of search of the optimum decision is given and conditions of a correctness of graph model are formulated. Algorithms of the expeditious and specified correction of the entered model in case of its discrepancy to tasks demanding the decisions are offered. In article an example of application of models and approbation of a technique of compensation of mistakes is reviewed.

Keywords: theory of production-consumption, correctness of graph models, errors of modeling

В работах [1–3] показано, что современные субъекты общественного производства в задачах адаптивного управления следует рассматривать как *системы производства–потребления*. Их принципиальной особенностью является представление потребителей как одной из ключевых составляющих системы. Развитая теория таких систем – теория производства–потребления [3] оперирует элементами качества жизни (КЖ) потребителя, «переносимыми» продукцией, и определяет вид решения изготовителя в виде вектора $\mathbf{X} = \{x_{ij}\}$, $j = 1, 2$. Компоненты вектора принимают значение 1, если соответствующий элемент (элемент КЖ – $j = 1$ или его «отсутствие» – $j = 2$) включен в профиль качества продукции, или 0 – в противоположном случае. Положения теории производства–потребления и ее интерпретация в виде цепочечных бинарных структур [4] обуславливают выбор конечного цепочечного двумерного (плоского) ориентированного графа с потоками в каче-

стве базовой модели теории. В распространенном варианте задач поток в компонентах графа – относительный (приведенный к мощности истока) поток потребителей.

С целью определения условий адекватного применения модели рассмотрим ее особенности, раскроем потенциальные ошибки расчетов и пути их устранения.

Особенности конечного двумерного орграфа с потоками

Звено i двумерного цепочечного орграфа с потоками в соответствии с введенной в работе [4] ξ -ячейкой бинарной структуры имеет вид (рис. 1).

Поток вершины S (истока) при компоненте решения производителя продукции $x_{i1} = 1$ обозначен P_{i1} , поток вершины S при $x_{i1} = 0 - P_{i2}$, при этом очевидно $P_{i1} = P_{i2}$. Вершина D_c расщепляет поток P_{i1} на два потока: $P_{i1}^+ = p_{i1} P_{i1}$ и $P_{i1}^c = (1 - p_{i1}) P_{i1}$ – доли потока потребителей, соответственно имеющих и не имеющих возможность приоб-

ретенция продукции с i -м элементом качества. Вершина D_Q расщепляет поток P_Q на два потока: $P_{i2}^+ = p_{i2} P_Q$ и $P_{i2}^- = (1 - p_{i2}) P_Q$ – доли потока потребителей, соответственно удовлетворенных и не удовлетворенных качеством продукции без i -го элемента качества. Здесь p_{ij} ($i = 1, n, j = 1, 2$) – коэффициенты передачи потока звена i . Мощность (поступающий поток) вершины G (стока) равна P_{i1}^+ при $x_{i1} = 1$ или P_{i2}^+ при $x_{i1} = 0$. Приведенное на рис. 1 звено описывает отношение потребителя к одному конкретному решению производителя (к одному элементу КЖ). При $i = 1, n$ орграф будет состоять из n подобных звеньев, а число вариантов решений равно 2^n .

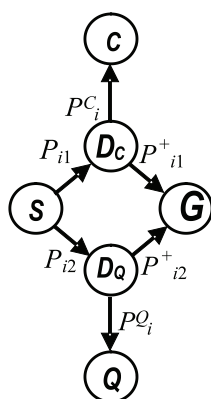


Рис. 1. Звено модели

Рассмотрим возможности введенной модели на примере моделирования услуги

телефонной связи ($n = 12$), приведенного в работе [5]. Графовая модель этой услуги представлена на рис. 2. Здесь видна периодическая структура орграфа, в котором внутренние вершины, подобные вершине S (рис. 1), обозначены символом A_i , $i = 1, n - 1$. Число дуг и вершин различных структурных типов, их связь с объемом учитываемых элементов КЖ приведены в табл. 1. Любому варианту решения в отличие от сетевой модели соответствует не путь на графе, а его подграф с числом дуг, равным 50% всех дуг и количеством вершин, равным $2(n + 1)$ или $2/3$ всех вершин. Поиск оптимальных решений выполняется в соответствии с приведенными характеристиками орграфа по целевым функциям и ограничениям, приведенным в табл. 2. Здесь же показаны результаты расчетов по данным примера [5], модель которого показана на рис. 2. Подграф оптимального решения (задача 1, табл. 2) выделен на рис. 2 жирными дугами.

Значения целевой функции (табл. 2, задачи 2 и 3) приведены для нескольких значений величины Φ_0 , имеющей смысл максимальной доли потенциальных потребителей, не удовлетворенных соответственно качеством и ценой продукции. Задача 2 актуальна для стратегии достижения конкурентоспособности на основе роста качества продукции. Задача 3 актуальна для стратегии достижения конкурентоспособности на основе ценового подхода.

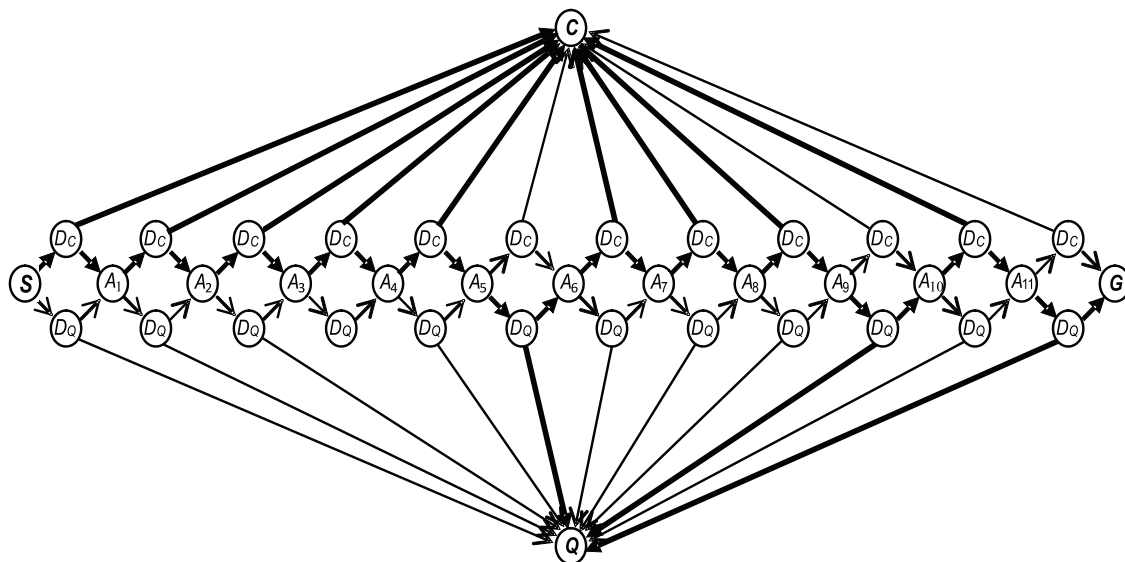


Рис. 2. Графовая модель услуги телефонной связи, рассмотренной в [5]

Таблица 1

Соотношения размерности вектора решений и параметров модели

Количество компонентов решения	Количество вершин						
	Всего	A	C	D	G	Q	S
n	3(n + 1)	n – 1	1	2n	1	1	1
	Количество решений		Количество дуг		Количество дуг в решении		
	2 ⁿ		6n		3n		

Анализ адекватности введенного орграфа теории производства–потребления

При решении задач прогнозирования на основе конечного двумерного орграфа, в частности, задач оптимизации, указанных в табл. 2, возможны следующие противоречия:

Противоречие 1-го рода. Найдено значение целевой функции $C(X)$, отличающе-

еся от действительного значения на величину больше допустимой относительной погрешности $\delta_{\max}$.

Противоречие 2-го рода. Найдено вектор решения $X = \{x_{il}\}$, отличающийся от действительного оптимального решения хотя бы одним его компонентом x_{il} , $i = 1, n$.

Противоречие 3-го рода. Найдено оптимальное решение $X = \{x_{il}\}$, $i = 1, n$, хотя при заданных ограничениях на целевую функцию $C(X)$ его не существует.

Таблица 2

Модели и примеры решения практических задач оптимизации

Модель и решения	Целевая функция $C(X)$	Ограничения	Оптимальное решение $X = \{x_{il}\}$ для примера [5]	Значение $C(X)$
Задачи				
Задача 1 – максимизация потока к вершине G	$C(X) = \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 p_{ij} x_{ij} \rightarrow \max$	$\sum_{j=1}^2 x_{ij} = 1, i = \overline{1, n}.$	$\{1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0\}$	0,3400
Задача 2 – минимизация потока к вершине G до порога $[1 - \phi_0(Q)]$ при нулевом потоке к вершине C	$C(X) = \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 p_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$	$p_{i1} = 1,$	$\{1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0\}$	0,8464 $\phi_0(Q) = 0.2$
		$\sum_{j=1}^2 x_{ij} = 1, i = \overline{1, n},$	$\{1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1\}$	0,7054 $\phi_0(Q) = 0.3$
		$\prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 p_{ij} x_{ij} \geq 1 - \phi_0(Q).$	$\{1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0\}$	0,6348 $\phi_0(Q) = 0.4$
Задача 3 – минимизация потока к вершине G до порога $[1 - \phi_0(C)]$ при нулевом потоке к вершине Q	$C(X) = \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 p_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$	$p_{i2} = 1,$	$\{0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0\}$	0,8000 $\phi_0(C) = 0.2$
		$\sum_{j=1}^2 x_{ij} = 1, i = \overline{1, n},$	$\{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0\}$	0,7049 $\phi_0(C) = 0.3$
		$\prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 p_{ij} x_{ij} \geq 1 - \phi_0(C).$	$\{1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0\}$	0,6150 $\phi_0(C) = 0.4$

С целью определения источника противоречивости модели и формализации условий ее адекватности конкретизируем ряд понятий теории производства–потребления.

Определение 1. Элементом качества жизни человека принимаем положительное субъективно переживаемое чувство, возникающее при потреблении продукта (услуги), однозначно испытываемое и обозначенное членами социума.

Определение 2. Вид связи «потребленный продукт – чувства» определим как «один ко многим». Продукция рассматривается как физический «носитель» нескольких элементов КЖ.

Определение 3. Структурированным множеством элементов КЖ называется такое множество K_s , каждому элементу которого социум поставлено в соответствие одно определенное наименование,

а каждому определенному наименованию поставлен в соответствие один элемент. Речь идет о конечном множестве элементов КЖ, сформулированных и принятых такими социумом.

Определение 4. Универсумом качества жизни считаем бесконечное множество K_U , состоящее из структурированного конечного подмножества элементов КЖ, которые определены в настоящее время, и неструк-

турированного бесконечного подмножества элементов КЖ, элементы которого в настоящий момент времени неизвестны. По мере развития социума отдельные элементы множества K_U будут определены и перейдут в структурированное множество элементов КЖ K_S . Приведенные определения позволяют раскрыть источник указанных потенциальных противоречий как **несовпадения** множеств K_P , K_M и K_S (рис. 3).

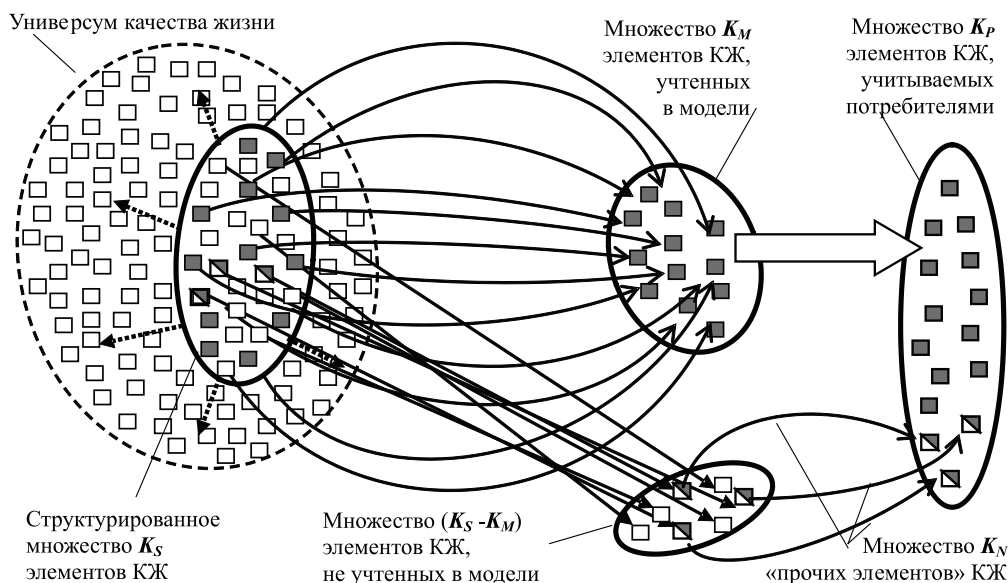


Рис. 3. Взаимосвязи множеств элементов качества жизни потребителя

С целью определения признаков указанных противоречий сформулируем лемму.

Лемма. Значение целевой функции $C(X_n)$, найденное по конечному орграфу с потоком, всегда не меньше значения целевой функции $C(X_{n+1})$, определенного по этому же графу, увеличенному хотя бы на одно звено, т.е. справедливо нестрогое неравенство

$$C(X_n) \geq C(X_{n+1}). \quad (1)$$

Доказательство. Допустим случай, когда значение целевой функции $C(X)$, найденное по конечному орграфу с числом звеньев n , меньше значения целевой функции, определенного по этому же графу, увеличенному на одно $(n+1)$ -е звено. Это значит, что хотя бы один из коэффициентов передачи p_{ij} этого звена удовлетворял условию

$$p_{ij} > 1, i = \overline{1, n+1}, j = 1, 2. \quad (2)$$

С другой стороны, соотношения потоков дуг, инцидентных вершинам D_c и D_q (рис. 1), в соответствии с правилами вершин графа с направленными потоками [6] имеют вид:

$$P_{i1} = P_i^c + P_{i1}^+, \quad P_{i2} = P_i^q + P_{i2}^+. \quad (3)$$

Из (3) следует, что истинны выражения (рис. 1):

$$p_{i1} = P_{i1}^+ / P_{i1} = P_{i1}^+ / (P_i^c + P_{i1}^+) \leq 1,$$

$$p_{i2} = P_{i2}^+ / P_{i2} = P_{i2}^+ / (P_i^q + P_{i2}^+) \leq 1, \quad (4)$$

что противоречит допущенному условию (2), следовательно, указанный случай невозможен. Лемма доказана.

Из леммы следует ряд выводов. Во-первых, отсутствие в орграфе хотя бы одного звена может привести к решению X , отличающемуся от противоположного случая. Во-вторых, указанная ошибка может привести к изменению значения целевой функции $C(X)$, причем только в большую сторону. Кроме того, из леммы следует, что эта ошибка может быть устранена введением в орграф специального звена – звена ошибки.

Определение 5. Звеном ошибки примем звено орграфа, относящееся к множеству элементов КЖ «прочие» и характеризующееся единственным решением $x_{E1} = 0$ ($x_{E2} = 1$).

Наличие звена ошибок (E -звена) отражает факт отсутствия в профиле продукции

не какого-либо конкретного элемента КЖ (что в общем характерно для ранее рассмотренных и приведенных на рис. 1 звеньев), а множества неучтенных в модели прочих элементов КЖ – K_N . Множество K_N есть та часть множества K_S , на которой не были определены параметры модели p_{ij} , но которая принимается во внимание частью потребителей при принятии решений об уровне качества продукции. Эта часть потребителей обусловит отличие рассчитанного без ее учета оптимального решения от фактического. На основе определения 5 фрагмент орграфа со звеном ошибки принимает вид (рис. 4). Здесь штриховыми линиями показаны компоненты орграфа, к которым подключаются четыре порта звена ошибок. В отличие от ранее введенных звеньев (см. рис. 1), E -звено описывает преобразование потока потребителей в два непересекающихся множества: множество потребителей, неудовлетворенных профилем качества продукции из-за отсутствия прочих элементов K_N – поток $(1 - p_{E2})\varphi(A_i)$, и множество потребителей, которым это отсутствие неважно (поток $p_{E2}\varphi(A_i)$).

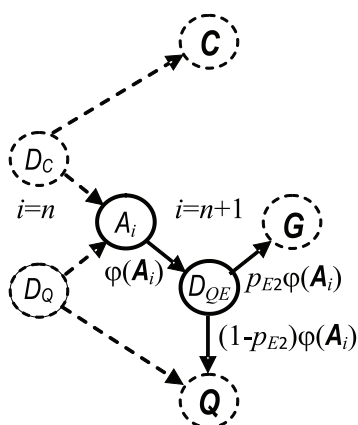


Рис. 4. Звено ошибки

Критерии непротиворечивости и условия её достижения

Модель теории производства-потребления в виде конечного двумерного орграфа будет непротиворечивой, если

$$[C(X_n) - C(X_{nE})]/C(X_n) \leq \delta_{\max}, \quad (5)$$

$$M(X_n, X_{nE}[n]) = 0. \quad (6)$$

Здесь $C(X_n)$ и X_n – соответственно значение целевой функции и ее аргумент, определенные по орграфу без звена ошибки, $C(X_{nE})$ и X_{nE} – аналогичные результаты расчетов, выполненных с учетом звена ошибки, $\delta_{\max}$ – заданный допуск на величину целевой функции, $M(X_n, X_{nE}[n])$ – расстояние

между векторами X_n и X_{nE} , в котором учтены первые n элементов). Поскольку элементы векторов принимают только дискретные значения 0 и 1, то для их представления в пространстве состояний правомерно использовать пространство Хемминга. Критерий (6) имеет смысл отсутствия искажения хотя бы в одном компоненте решения $X_n = \{x_i\}$, а расстояние (метрика Хемминга) между векторами X_n и X_{nE} есть результат сложения по модулю 2 последовательности компонентов решений $X_n = \{x_i\}$ и $X_{nE}[n]$:

$$M(X_n, X_{nE}[n]) = X_n \oplus X_{nE}[n]. \quad (7)$$

Теорема. Для того чтобы конечный двумерный орграф с потоками был непротиворечивым теории производства-потребления, необходимо и достаточно, чтобы коэффициент передачи звена ошибок p_{E2} удовлетворял условиям:

$$p_{E2} \geq (1 - \delta_{\max})$$

и

$$p_{E2} \geq (1 - \varphi_0)/C_{\min}(X_n, \varphi_0). \quad (8)$$

Здесь $C_{\min}(X_n, \varphi_0)$ – значение целевой функции, найденное по модели без звена ошибок при решении задачи минимизации потока к вершине G до порогового значения $(1 - \varphi_0(Q/C))$ при нулевом потоке к вершине C/Q .

Доказательство. Предположим, имеет место случай, когда $p_{E2} < (1 - \delta_{\max})$.

В соответствии с леммой значение $C(X_n)$ будет больше значения $C(X_{nE})$, а в соответствии с выражениями для целевой функции (табл. 1), величина этой разности будет равна

$$C(X_n) - C(X_{nE}) = C(X_n)(1 - p_{E2}). \quad (9)$$

В соответствии с допущенным случаем из (9) следует

$$C(X_n) - C(X_{nE}) > \delta_{\max} C(X_n), \quad (10)$$

т.е. критерий непротиворечивости (5) нарушен и, следовательно, рассматриваемый случай ($p_{E2} < 1 - \delta_{\max}$) невозможен.

Предположим, имеет место другой случай, когда

$$p_{E2} < (1 - \varphi_0)/C_{\min}(X_n, \varphi_0). \quad (11)$$

При решении задачи минимизации потоков в одном из стоков до заданного уровня (задачи 2 и 3, табл.) без учета звена ошибки получим решение X_n , которое будет удовлетворять условию

$$0 \leq C_{\min}(X_n, \varphi_0) - (1 - \varphi_0) < p_{kj}^{+(-)} C_{\min}(X_n, \varphi_0), \quad (12)$$

где $0 \leq p_{kj}^{+(-)} \leq 1$ коэффициент передачи потока любого звена графовой модели, относя-

щегося в согласно решению $\mathbf{X}_n$ к элементам КЖ, соответственно включенным (задача 2) или не включенным (задача 3) в профиль качества продукции. Условие (12) выполняется во всех случаях, когда задачи 2 и 3 имеют решения при заданных ограничениях:

$$\begin{aligned} C_{\min}(\mathbf{X}_n, \phi_0) &\rightarrow \min; \\ C_{\min}(\mathbf{X}_n, \phi_0) &\geq (1 - \phi_0). \end{aligned} \quad (13)$$

В соответствии леммой добавление к орграфу E -звена с коэффициентом пере-

дачи p_{E2} приведет к уменьшению значения целевой функции $C_{\min}(\mathbf{X}_n, \phi_0)$ в выражении (12) до величины, равной $p_{E2} C_{\min}(\mathbf{X}_n, \phi_0)$. Тогда разность в (12), определенная для вектора $\mathbf{X}_{nE}$ с учетом допущенного условия (11) будет отрицательной, что противоречит его левой части. Однако это противоречие устранимо, если найдется вектор $\mathbf{X}_{nE}^*$, для которого $C_{\min}(\mathbf{X}_{nE}^*[n], \phi_0) - (1 - \phi_0) \geq 0$. Такой вектор $\mathbf{X}_{nE}^*$ имеет место быть в том случае, когда

$$(1 - \phi_0) - C_{\min}(\mathbf{X}_{nE}^*[n], \phi_0) \leq C_{\min}(\mathbf{X}_{nE}^*[n], \phi_0) \prod_{q=1}^L p_{qj} x_{qj}, \quad (14)$$

где x_{qj} , $q = \overline{1, L}$ для задачи 2 ($j = 1$) и для задачи 3 ($j = 2$) – ставшие единичными элементы вектора $\mathbf{X}_{nE}^*[n]$, соответствующие нулевым элементам вектора $\mathbf{X}_n$; p_{qj} – коэффициенты передачи звеньев измененных элементов x_{qj} .

Тогда метрика Хемминга для векторов $\mathbf{X}_n$ и $\mathbf{X}_{nE}^*[n]$, равная количеству несовпадающих значений компонентов векторов, будет больше нуля. Таким образом, существование случая (11) требует выполнение условия (14) и изменения вектора $\mathbf{X}_n$ на вектор $\mathbf{X}_{nE}^*[n]$, однако при этом $M(\mathbf{X}_n, \mathbf{X}_{nE}^*[n]) \neq 0$, что противоречит критерию (6). Следовательно, рассматриваемый случай (11) невозможен. Теорема доказана.

Таким образом, в соответствии с теоремой, если $p_{E2} < 1 - \phi_0(\mathbf{Q}/C)$ или $p_{E2} < 1 - \delta_{\max}$, то орграф не удовлетворяет критерию непротиворечивости. В этом случае в орграф следует включить звено ошибки, тогда расчет даст неискаженное значение потока потребителей и соответствующий профиль качества продукции или отсутствие решения. Однако этот вариант коррекции модели не дает проектировщику и производителю информацию о направлении совершенствования продукции с целью увеличения ее востребованности. Для получения такой информации следует раскрыть множество элементов $\mathbf{K}_n$, относящихся к E -звену, вычленив из него элементы (элемент) КЖ, каждому из которых будет поставлено в соответствие новое звено орграфа. Тогда коэффициент передачи p_{E2} «сокращенного» E -звена в соответствии с леммой увеличится, что позволит выполнить условие (8) непротиворечивости модели (новый орграф будет адекватно описывать предпочтения потребителей продукции).

Применение выражений (5)–(14) для рассматриваемого примера (рис. 2) при величине $p_{E2} = 0,95$ и $\delta_{\max} = 4\%$ дает, в частности, следующие результаты:

1. В задаче 1 (табл. 2) значение целевой функции изменилось при прежнем векторе $\mathbf{X} = \{1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0\}$ и стало равным $C^*(\mathbf{X}) = 0,323$. Устранено противоречие 1-го рода.

2. В задаче 2: для вариации $\phi_0(\mathbf{Q}) = 0,2$: изменилось значение $C^*(\mathbf{X}) = 0,8041$ при прежнем векторе $\mathbf{X} = \{1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0\}$. Устранено противоречие 1-го рода; для вариации $\phi_0(\mathbf{Q}) = 0,3$: изменился вектор оптимального решения $\mathbf{X}^* = \{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1\}$, величина целевой функции осталась прежней $C(\mathbf{X}^*) = 0,7054$. Устранено противоречие 2-го рода; для вариации $\phi_0(\mathbf{Q}) = 0,4$: изменилось значение $C^*(\mathbf{X}) = 0,6031$ при прежнем векторе оптимального решения $\mathbf{X} = \{1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0\}$. Устранено противоречие 1-го рода.

3. Применение модели в задаче, аналогичной задаче 2, при величинах $p_{E2} = 0,93$ и $\phi_0(\mathbf{Q}) = 0,05$ (случай отсутствует в табл. 2) дает следующие результаты: оптимальное решение, полученное по модели без звена ошибок, $\mathbf{X} = \{1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$ и значение целевой функции $C(\mathbf{X}) = 0,9500$; расчет по модели со звеном ошибки показывает, что в действительности оптимального решения при заданных ограничениях не существует. Введение звена ошибки позволило исключить противоречие 3-го рода.

Заключение

Раскрыты особенности конечного плоского ориентированного графа с потоками как математической модели теории производства–потребления продукции в откры-

тых социально-экономических системах. Дана классификация возможных ошибок моделирования, поиска оптимальных решений и сформулированы условия непротиворечивости графовой модели. Предложены практически реализуемые алгоритмы оперативной (укрупненной) и уточненной коррекции введенной модели в случае ее противоречивости решаемым задачам проектирования и производства конкурентоспособной продукции.

Список литературы

1. Ивлев М.А. Инвариантные аспекты производственных систем в задаче адаптивного управления // Организатор производства. – 2009. – № 4. – С. 84–89.
2. Ивлев М.А. Открытые производственные системы // Перспективы науки. – 2010. – № 2(04). – С. 120–124.
3. Ивлев М.А. Парадигма производства-потребления дифференцированной продукции // Перспективы науки. – 2010. – № 5(07). – С. 109–113.
4. Ивлев М.А. Бинарные цепочечные структуры как модели дифференцированной продукции // Бизнес-информатика. – 2010. – № 4(14). – С. 21–28.
5. Ивлев М.А. Расчет концептуальных параметров открытых производственных систем на основе бинарных моделей // Организатор производства. – 2010. – № 3. – С. 9–14.

6. Басакер Р., Саати Т. Конечные графы и сети. – М.: Наука, 1973. – 368 с.

References

1. Ivlev M.A. *Organizator proizvodstva*, 2009, no. 4, pp. 84–89.
2. Ivlev M.A. *Science prospects*, 2010, no. 2(04), pp. 120–124.
3. Ivlev M.A. *Science prospects*, 2010, no. 5(07), pp. 109–113.
4. Ivlev M.A. *Business informatics*, 2010, no. 4(14), pp. 21–28.
5. Ivlev M.A. *Organizator proizvodstva*, 2010, no. 3, pp. 9–14.
6. Busacker R., Saaty T. *Konechnye grafy i seti* [Finite graphs and networks], Moscow, Nauka, 1973. 368 p.

Рецензенты:

Корнилов Д.А. д.э.н., профессор кафедры экономики и управления НГТУ им. Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород;

Моругин С.Л., д.т.н., профессор, зав. кафедрой компьютерных технологий в проектировании и производстве, НГТУ им. Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород.

Работа поступила в редакцию 11.01.2013.